**多目标进化算法综述**

# 摘 要

基于种群的进化算法是一类模拟生物进化过程和机制求解优化问题的自适应人工智能技术，目前研究的进化算法主要包括遗传算法、进化规划、进化策略等，进化算法在一次运行中能够产生一组近似的Pareto最优解集，因此多目标进化算法成为处理多目标优化问题中的主流方法。本文主要介绍了多目标优化问题相关的概念、数学描述等，侧重介绍了遗传算法的发展历史、特点、实现技术等。其次，介绍了多目标进化算法的最新研究进展并根据多目标进化算法的特点，将现有算法分为3类并进行阐述，分析它们的优缺点。最后，提出了多目标进化算法研究中存在的关键问题以及对今后研究方向的一些展望。

**关键词：**进化算法，多目标优化，Pareto最优、遗传算法

# **Abstract**

Population-based evolutionary algorithm is a kind of adaptive artificial intelligence technology that simulates biological evolutionary process and mechanism to solve optimization problems. At present, the evolutionary algorithms studied mainly include genetic algorithm, evolutionary programming, evolutionary strategy, etc. Evolutionary algorithm can generate a set of approximate Pareto optimal solutions in one operation, so multi-objective evolutionary algorithm has become the mainstream method in dealing with multi-objective optimization problems. This paper mainly introduces the concepts and mathematical descriptions of multi-objective optimization problems, focusing on the development history, characteristics and implementation technology of genetic algorithm. Secondly, the latest research progress of multi-objective evolutionary algorithms is introduced. According to the characteristics of multi-objective evolutionary algorithms, the existing algorithms are divided into three categories, and their advantages and disadvantages are analyzed. Finally, the key problems existing in the research of multi-objective evolutionary algorithm and some prospects for future research directions are put forward.

**Keywords**: evolutionary algorithm，multi-objective optimization，Pareto optimization， genetic algorithm

目 录

**[摘 要 1](#_Toc13691)**

**[Abstract 2](#_Toc120)**

**[1 引言 4](#_Toc6470)**

**[2 进化计算 4](#_Toc21055)**

[2.1 进化计算概要 4](#_Toc2842)

[2.2 遗传算法 5](#_Toc11107)

[2.3 进化策略 7](#_Toc18284)

[2.4 进化规划 9](#_Toc9295)

**[3 多目标进化算法基本概念 11](#_Toc17309)**

**[4 多目标进化算法一般流程 12](#_Toc10492)**

**[5 多目标进化最新进展 13](#_Toc16244)**

[5.1 基于Pareto支配的 MOEAs 13](#_Toc14082)

[5.2 基于分解的MOEAs 14](#_Toc13163)

[5.3 基于指标函数的MOEAs 15](#_Toc6439)

**[6 典型的多目标进化算法 15](#_Toc2688)**

[6.1 基于非支配排序的选择和多样性保持的多目标进化算法 15](#_Toc29819)

[6.2 基于精英保留策略的多目标进化算法 16](#_Toc19302)

**[7 存在问题及需研究的工作 17](#_Toc23362)**

**[8 总结 18](#_Toc13377)**

**[参考文献 19](#_Toc31803)**

# 1 引言

在人们的实际生活中，大多数优化问题都是多目标优化问题，广泛存在于经济管理、工程实践和科学研究等领域中。当前，多目标优化在理论和应用方面均取得了不少进展，但是由于多目标优化问题的复杂性，因此仍存在大量挑战。多目标优化问题中往往存在多个彼此相互冲突的目标。与单目标优化不同，在多目标优化中，提高一个目标的性能会引起其它一个或多个目标性能的下降。因此，多目标优化问题中不存在一个单独的最优解，而是存在一组表示各个目标间权衡和折中关系的解集，称该解集为 Pareto最优解集。Pareto最优解集在目标域的投影被称为Pareto前沿。由于多目标优化问题需要平衡多个目标来达到总目标最优，具有高纬度、大尺度的特点，优化十分困难。针对这一问题，很多研究者提出了解决多目标优化问题的进化算法。根据选择机制的不同，大部分多目标进化算法可分为三大类，即基于 Pareto 支配的 MOEAs、基于分解的 MOEAs 和基于指标的 MOEAs。

# 2 进化计算

2.1 进化计算概要

2.1.1 进化计算的分类

自然界中的生物对其生存环境具有优秀的自适应性，各种物种在一种竞争的环境中生存，优胜劣汰，使得物种不断改进。生物学家及计算机学家都为这种自然进化的能力而惊叹，各自从本门学科的角度出发对其进行了机理研究和应用研究。生物学家偏重于对其进化机制的研究，提出了多种生物进化的机理，以探索生物进化的奥秘;计算机学家则偏重于对生物进化机理及生物系统的模拟，以便构成一类复杂的人工自适应系统。而生物学与计算机科学的结合更为人工生命系统的研究和应用提供了广阔的前景。

近30年来，人们从不同的角度出发对生物系统及其行为特征进行了模拟，产生了一些对现代科技发展有重大影响的新兴学科。例如，对人类模糊思维方式的模拟产生了模糊集合理论;对动物脑神经的模拟产生了人工神经网络理论;对自然界中动植物免疫机理的模拟产生了免疫算法[1]﹔而对自然界中生物进化机制的模拟就产生了进化计算理论[2][3][4][5]。

总的来说，基于对生物进化机制的模仿，共产生了三种典型的优化计算模型，它们分别是:

1. 遗传算法（Genetic Algorithms，简称GAs);
2. 进化策略（Evolution Strategy，简称ES);

(3）进化规划（Evolutionary Programming，简称EP)。

2.1.2 进化计算的基本框架

进化计算提供了一种求解复杂系统优化问题的通用框架，其基本着眼点是基于对生物进化过程的模拟，开发一种具有较强鲁棒性的通用计算模型。下面我们给出进化计算的统一算法描述，它为我们提供了各种不同进化计算方法的一个统一而简明的基本框架。

**算法 Evolutionary Algorithms**

①进化代数计数器初始化:t←0。

②随机产生初始群体P(t)。

③评价群体P(t)的适应度。

④个体重组操作:P´(z)←Recombination[ P(t)]。

⑤个体变异操作:P"(t)←Mutation[ P´(t)]。

⑥评价群体P"(t)的适应度。

⑦个体选择,复制操作:P(t + 1)←Reproduction[ P(t)∪P"(t)]。

⑧终止条件判断。若不满足终止条件,则: t←t+ 1,转到第④步,继续进行进化操作过程;若满足终止条件,则:输出当前最优个体,算法结束。

2.2 遗传算法

2.2.1 遗传算法简介及运算过程

遗传算法是模拟生物在自然环境中的遗传和进化过程而形成的一种自适应全局概率搜索算法,从代表问题可能潜在解集的一个种群开始，而一个种群则由经过基因编码的一定数目的个体组成[28]。它最早是由美国密执安大学的Holland教授提出,起源于60年代对自然和人工自适应系统的研究,70年代De Jong基于遗传算法的思想在计算机上进行了大量的纯数值函数优化计算实验[6]。在一系列研究工作的基础上,80年代由Goldberg进行归纳总结,形成了遗传算法的基本框架。遗传算法的运算过程示意图如图2.1所示：

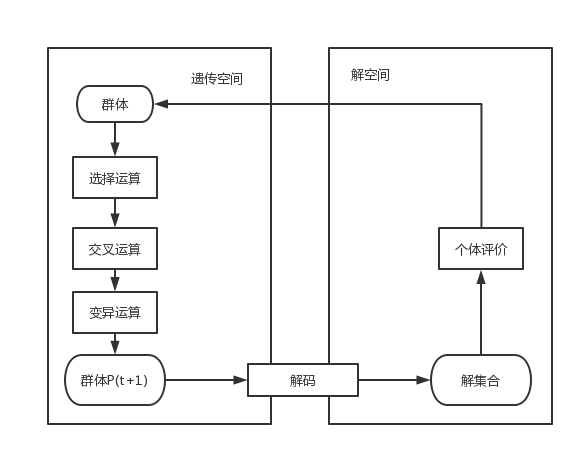


图2.1 遗传算法的运算过程示意图

由该图可以看出,使用上述三种遗传算子(选择算子、交叉算子、变异算子)的遗传算法的主要运算过程如下所述。

①初始化。设置进化代数计数器1-0，设置最大进化代数T，随机生成M个个体作为初始群体P(O)。

②个体评价。计算群体P(t)中各个个体的适应度。

③选择运算。将选择算子作用于群体。

④交叉运算。将交叉算子作用于群体。

⑤变异运算。将变异算子作用于群体。群体P(t)经过选择、交叉、变异运算之后得到下一代群体P(t+1)。

⑥终止条件判断。若t≤T,则: t←t+1，转到步骤②;若t>T，则以进化过程中所得到的具有最大适应度的个体作为最优解输出，终止计算。

选择:根据各个个体的适应度，按照一定的规则或方法，从第t代群体P(t)中选择出一些优良的个体遗传到下一代群体Р(t+1)中。

交叉:将群体P(t)内的各个个体随机搭配成对，对每一对个体，以某个概率（称为交叉概率)交换它们之间的部分染色体。

变异:对群体P(t)中的每一个个体，以某一概率（称为变异概率)改变某一个或某一些基因座上的基因值为其他的等位基因。

2.2.2 遗传算法主要特点

遗传算法是进化计算中应用最为广泛的算法[7]。为了对各种进化计算方法进行分析和比较，这里对基本遗传算法的主要特点作以下归纳:

(1）遗传算法必须通过适当的方法对问题的可行解进行编码。解空间中的可行解是个体的表现型,它在遗传算法的搜索空间中所对应的编码形式是个体的基因型。

(2)遗传算法基于个体的适应度来进行概率选择操作。

(3）在遗传算法中，个体的重组技术使用交叉操作算子。这种交叉操作算子是遗传算法所强调的关键技术，它是遗传算法中产生新个体的主要方法，也是遗传算法区别于其他进化算法的一个主要特点。

(4）在遗传算法中，变异操作使用随机变异技术。

(5）遗传算法擅长于对离散空间的搜索，所以它较多地应用于组合优化问题。

2.3 进化策略

2.3.1 进化策略简介

作一个生物学的类比，进化策略将多重变量的种群个体正态分布在适应度空间中。因此，这些种群有能力去进化自己的进化能力来使它们适应它们所处的环境[8]。如果说EP是基于行为进化的，那么ES则是对进化这一行为本身进行进化。

尽管都是利用变异、重组，但在操作上，ES同EP和GA都有所不同。ES同EP一样，采取的是自上而下的视角，强调的是表现型行为而非基因型；ES同样使用实数作为变量而非GA中的二进制编码。ES的目标是将种群的大多数移动到空间的最佳区域；使用一条简单规则：适者生存来指导进化，每一代中的最优个体进行复制，他们同他们的子代很相似，但也引入了变异。个体作为问题的潜在解[11]，其表现型特征是由一个数字向量表示，通过给父代表现型特征坐标加一个正态分布的随机数而引入变异，使得子代在原本空间位置附近探索更优的位置，即xi′(t) = xi + N(0,σ2)

总之，在ES中，在父代的特征上进行突变，以随机产生与父代相似但不同的子代。每个存活个体的坐标是以一个正态分布的均值为中心，其对应的策略参数以方差或标准差为中心，子向量的数值根据位置和策略参数生成。

2.3.2 进化策略步骤

①种群初始化（个体初始化、策略参数初始化);

②用μ个父代重组生成λ个子代;

③所有子代变异;

④对λ或μ＋λ个种群成员进行评估;

⑤选择μ个个体作为新种群;

⑥返回第②步，直到达到终止条件。

|  |
| --- |
| **Algorithm 2.1** Evolution Strategy Algorithm |
| Set the generation counter, t = 0;  Initialize the strategy parameters;  Create and initialize the population,c(0), of μ individuals;  **for** each individual,xi(t)∈C(t) do  Evaluate the fitness,f(xi(t));  **end**  **while** stopping condition(s) not true **do**  **for** i= 1,... ,λ **do**  Choose ρ >2 parents at random;  Create offspring through application of crossover operator on parent genotype and strategy parameters;  Mutate offspring strategy parameters and genotype;  Evaluate the fitness of the offspring;  **end**  Select the new population,C(t＋1);  t =t＋1;  **end** |

2.3.3 进化策略主要特点

由进化策略的上述主要构成技术可知，与遗传算法相比，进化策略具有下面的-些主要特点:

(1)进化策略以n维实数空间上的优化问题为主要处理对象。

(2)进化策略的个体中含有随机扰动因素。

(3)进化策略中各个个体的适应度直接取自它所对应的目标函数值。

(4）个体的变异运算是进化策略中所采用的主要搜索技术，而个体之间的交 叉运算只是进化策略中所采用的辅助搜索技术。

(5）进化策略中的选择运算是按照确定的方式来进行的、每次都是从群体中选取最好的几个个体，将它们保留到下一代群体中。

2.4 进化规划

2.4.1 进化规划的主要构成技术

进化规划的基本思想也是源于对自然界中生物进化过程的一种模仿[9]。其构成技术与进化策略的构成技术相类似，主要是:

(1)个体的表示方法。在进化规划中、搜索空间是一个n维空间，与此相对应，搜索点就是一个n维向量x ∈Rn。算法中，组成进化群体的每一个个体X就直接用这个n 维向量来表示，即:

(2)适应度评价。在进化规划中，个体适应度F(X）是由它所对应的且标函数f (x）通过某种比例变换而得到的,这种比例变换是为了既保证各个个体的适应度总取正值，又维持各个个体之间的竞争关系。即个体的适应度由下式来确定:

式中，为某种比例变换函数。

(3）变异算子。遗传算法和进化策略对生物进化过程的模拟是着眼于单个个体在其生存环境中的进化，强调的是“个体的进化过程”。进化规划是从整体的角度出发来模拟生物的进化过程的，它着眼于整个群体的进化，强调的是“物种的进化过程”[10]。所以，在进化规划中不使用交叉运算之类的个体重组算子，因为这些算子的生物基础乃是强调了个体的进化机制。这样，在进化规划中，个体的变异操作是唯一的一种最优个体搜索方法，这是进化规划的独特之处。

在标准的进化规划中,变异操作使用的是高斯变异算子。假设群体中某一个体X = |x1,x2,…,xn|﹔经过变异运算后得到-个新的个体X´ = |x1,x2,…,xn|，则新个体的组成元素是:

*= + δi* · Ni(0, 1)(i=1,2,…N)

式中，

= (i=1,2,…N)

式中，Ni(0，1）表示对每个下标i都重新取值的均值为0、方差为1的符合正态分布的随机变量;系数、是特定的参数，一般取=1、=0。

(4)选择算子。在进化规划中，选择操作是按照一种随机竞争的方式来进行的。其基本过程是:

①将个父代个体P( t）和经过一次变异运算后所产生的个子代个体P´( t)合并在一起，组成一个共含有2个个体的个体集合{P(t)∪P'(t)};

②对这个个体集合中的每一个个体Xk∈{P(t)∪P'(t)},再从这个个体集合中随机选取其它q个个体（其中q≥1是选择运算的参数)，比较这q个个体和个体Xk之间的适应度大小[14]，以其中适应度比Xk的适应度还要高的个体的数目作为个体Xk的得分Wk。(k=1，2，…，2μ);

③按个体集合{P(t)∪P'(t)}中每个个体得分Wk(k=1，2，…，2μ)的大小对全部2μ个个体作降序排列，选择前μ个个体作为进化过程中的下一代群体P( t +1)。

由上述选择操作过程可以知道，在进化过程中,每代群体中最好的个体在比较适应度大小时总被赋予了最大的得分，从而这个最好的个体总能够确保被保留到下一代群体中。

2.4.2进化规划的主要特点

与遗传算法和进化策略相比、进化规划主要具有下面几个特点:

( 1）进化规划对生物进化过程的模拟主要着眼于物种的进化过程,所以它不使用个体重组方面的操作算子、如不使用交叉算子。

(2)进化规划中的选择运算着重于群体中各个个体之间的竞争选择．但当竞争数目q较大时，这种选择也就类似于进化策略中的确定选择过程。

(3)进化规划直接以问题的可行解作为个体的表现形式，无需再对个体进行编码处理,也无需再考虑随机扰动因素对个体的影响,这样就便干其应用。

(4)进化规划以n维实数空间上的优化问题为主要处理对象。

2.5 三种典型进化算法的比较

表2-1 遗传算法、进化策略、进化规划的主要特点

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 比较形式 | 遗传算法（GA） | 进化策略（ES） | 进化规划（EP） |
| 个体表现形式 | 离散值 | 连续值 | 连续值 |
| 参数调整方法 | 无 | 标准偏差、协方差 | 方差 |
| 适应度评价方法 | 变换目标函数值 | 直接使用目标函数值 | 变换目标函数值 |
| 个体变异算子 | 辅助搜索方法 | 主要搜索方法 | 唯一搜索方法 |
| 个体重组算子 | 主要搜索方法 | 辅助搜索方法 | 不使用 |
| 选择复制算子 | 概率的、保存的 | 确定的、不保存的 | 概率的、不保存的 |

# 3 多目标进化算法基本概念

多目标优化问题一般由 n个决策变量，m 个目标变量和若干约束条件组成，其数学形式为：

其中，x=(x1,…,xn)∈X⊂Rn为n维决策矢量，X为n维决策空间。y =(y1,…,yn)∈ Y⊂Rm 为m维目标矢量，Y为m维目标空间。目标函数 F(x)是m个由决策空间到目标空间的映射。gj(x)≤ 0,(j=1,2,…,J) 是J个不等式约束。hk(x)=0,(k=1,2,…,K) 是K个等式约束[12]。下面简单介绍几个相关定义：

定义１（可行解）：满足约束条件的决策空间中的解ｘ∈X 即称为可行解。

定义２（Pareto支配）：设ｕ,ｖ∈Y ，同时满足：①对于 所有ｍ个目标，ｕ都不比ｖ差，即ｉ∈｛１，…，ｍ｝，均满足ｕｉ≤ｖｉ；② 存在 至 少 一 个 目标，ｕ比ｖ好，即ｊ∈｛１，…，ｍ｝，使得ｕｊ＜ｖｊ，则称ｕPareto支配ｖ，记为ｕ＜ｖ。

定义３（Pareto最优解）：设ｘ 为一个可行解，若不存在能够支配ｘ的解，则称ｘ为 Pareto最优解，即：

F(x)

定义４（Pareto最优解集）：一个多目标优化问题的所有Pareto最优解构成的集合称为Pareto最优解集.

定义５（Pareto前沿）：Pareto最优解集中的解对应的目标向量称为Pareto前沿。

# 4 多目标进化算法一般流程

生物进化是一个不断优化的过程，在不断的变化过程中增加自身的适应性。进化计算以生物进化为启发，对一个解进行抽象编码，模拟生物进化中的基因。进化算法以种群为基础，是一个黑盒的搜索、优化方法，进化算法不需要优化问题具备一定的前提条件，例如连续性、可微性等，且一次运行能够产生一组解[13]。因此，进化算法特别适合处理多目标优化问题。

为了深入理解进化算法，下面给出了典型的进化算法基于Pareto的MOEA的基本流程，如图4.1所示。①首先初始化种群P；②然后选择某一个进化算法（如基于分解的多目标进化算法，MOEA/D)对P执行进化操作(如选择、交叉、突变)，得到新的种群R。③然后构造PUR的最优群集NDSet，我们将最优解集的大小设置为N，如果当前最优解集NDset的大小与N的大小不一致，那么我们需要调整NDSet的大小，同时必须注意调整过后的NDset需要满足分布性要求。④之后判断算法终止条件是否已经被满足，如果不满足条件则将NDset中的个体复制到种群P中继续下一轮的进化，否则结束。我们一般用算法的迭代次数来控制它的执行。

在MOEA中，算法收敛的必要条件同时也是一个极其重要的方面是保留上一代的最优解集并将其加入新一代的进化过程[14]。这样进化下去，进化种群的最优解集不断向真正的Pareto前沿面收敛，最终得到令人满意的进化结果。

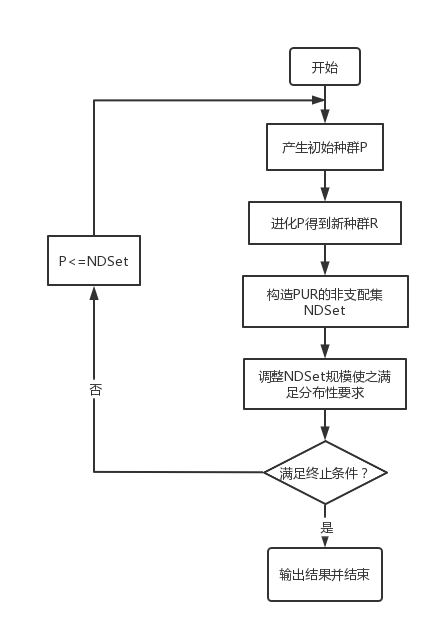


图4.1 多目标进化算法一般流程

# 5 多目标进化最新进展

针对目前仍未很好解决的多目标优化问题，下面将研究基于Pareto支配的MOEAs、基于分解的MOEAs和基于指标函数的MOEAs三类算法的最新进展。

5.1 基于Pareto支配的 MOEAs

通过Pareto支配关系﹐可以对两个解进行对比﹐从而利用支配信息指导解集的选择。基于Pareto支配关系的多目标进化算法一直以来都是一个热门研究方向,研究人员提出了许多算法﹐例如SPEA、SPEA2、PESA、PESA-II、NSGA-II[16][17][18]等。

基于Pareto支配的多目标进化算法取得了令人瞩目的成就﹐然而在处理超多目标优化问题时却面临许多挑战。由于Pareto支配的特性,超多目标空间中的大部分解均为非支配关系,从而失去了选择压力。研究人员通过改进Pareto支配关系,提出了一系列方法。

Laummans等[7]定义了一种ε支配关系,增加了一个解的支配空间;Deb等根据ε支配关系﹐提出了ε-MOEA算法,在超多目标优化问题中取得了较好效果。ε-MOEA算法将目标空间划分成网格﹐不同网格中的解使用ε支配关系进行比较﹐相同网格中的解则使用传统的Pareto支配关系[20]。

2001年, lkeda等也提出了一种新的支配关系,称为α支配。在α支配关系中,比较一个目标的同时会考虑其它目标函数值。通过一个线性平衡函数重新计算对比时的目标值﹐若一个解在一个目标上显著优于另一个解，而在另一个目标上则略微处于弱势﹐则前者仍然能α支配后者,这样的支配关系有利于选择更好的解[19]。

除此之外，还有多种算法建立在改进的Pareto支配关系之上，例如基于网格支 配的GrEA算法、基于ε排序策略的εＲ－ＥＭＯ算法等

5.2 基于分解的MOEAs

将一个多目标优化问题分解为一组单目标的子问题进行求解也是一个常见的解决方法。常见的分解方法包括加权和法、切比雪夫法以及基于惩罚值的边界交叉法。2007年，zhang等结合了上述几种分解方法提出了一种基于分解的多目标进化算法(MOEA/D)，这是近年来的一个热门算法框架。MOEA/D算法提供了一个最初的框架，即把一个超多目标问题分解为一组子问题并在协作中解决它们，而这些子问题可以是一个单目标优化问题或者易于管理的多目标优化问题[29]。MOEA/D还通过权重向量之间的距离关系定义了子问题间的邻居关系[23]。在优化一个子问题时，通过相邻子问题间交叉变异的进化过程生成新解，并使用新解来更新当前子问题的解。MOEA/D中还引入了一种邻居子问题间的信息共享方法，即一个新解在更新对应子问题的同时还会更新其邻居子问 题。实验表明，MOEA/D算法相较于以往的一些基于分解的算法，效果更为突出。Li等将差分进化的思想引入到MOEA/D的进化过程 中，同时还限制了邻居子问题的最大更新数目，进一步提高了算法性能。

与基于Pareto支配关系的算法在超多目标优化问题中的局限不同，基于分解的算法能够直接适用于超多目标优化问题中。针对超多目标优化问题的特性，研究人员也提出了许多改进方法[21]。Asafuddoula等将系统抽样和自适应的ε控制技术引入到基于分解的进化算法中，在超多目标空间中生成均匀的权重向量，平衡解集的收敛性与多样性；为了解决超多目标空间选择压力过大导致的多样性丢失问题，Fabre等提出了一种并行的遗传算法，将每个子问题都关联到一个子种群，通过子种群的进化实现整个种群的进化，实验结果也验证了其在多样性保持方面的优势。

5.3 基于指标函数的MOEAs

多目标进化算法求得的解集可以通过许多评价指标来衡量，基于指标的多目标进化算法通过评价指标来指引算法的搜索方向，指导进化过程中新种群的选择。

Zitzler等首先将评价指标引入到进化算法的选择 策略中，提出一种基于评价指标的进化算法(IBEA)，可以通过任意一种评价指标来对比候选解。在ＩＢＥＡ中，不需 要使用例如适应值共享等多样性保持策略，也不需要对整个近似 Pareto最优解集进行计算，只需对比其中的部分解即可[22]。ＩＨ指标可以衡量一个解集的质量，ＩＨ 指标值越大，表示解集质量越好。为了能够最大化一个解集的ＩＨ指标 值，Emmerich等提出了一种 基 于 Ｓ－度量选择的多目 标进化算 法（SMS-EMOA）。SMS-EMOA 通 过ＩＨ 指标的梯度信息来指导种群进化过程。在处理低维的多目标优化问题时,SMS-EMOA求得的解集具有很好的收敛性和多样性。但是﹐在面对超多目标优化问题时,SMS-EMOA的计算复杂度成指数上升,算法效果急剧下降。其每一代进化的计算复杂度为O(Nm/2+1),其中N为种群大小,m为问题的目标个数。

Brockhoff等将目标空间缩小技术与基于ＩＨ指标的方法结合起来,提出一种新的算法,通过使用不同的目标空间缩小方法提高基于ＩＨ指标的算法性能。

ＩＨ指标的计算是一个非常耗时的过程,对基于ＩＨ指标的算法有很大影响。为了克服计算过于复杂的弊端，Bader 等[20]提出了一种快速的近似计算方法,使用蒙特卡罗模拟近似计算解集的ＩＨ值,并提出了一种基于ＩＨ指标近似的多目标进化算法,在处理超多目标优化问题上取得了令人满意的成果[26]。

通过将非支配排序和R2指标结合起来，Manriquez等提出了R2-MOGA和R2-MODE算法,在处理超多目标优化问题时有显著优势;Gomez 等也提出了一种基于R2指标的优化算法MOMBI,同样也取得了不错的优化效果。

# 6 典型的多目标进化算法

6.1 基于非支配排序的选择和多样性保持的多目标进化算法

6.1.1 VEGA

1985年,Schaffer提出第一个多目标进化算法，即VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm),开创了用进化算法处理MOP问题的先河国。VE-GA包含了原始SGA的一些操作算子,对选择机制进行了改进,以便处理多个目标函数。VEGA运行过程采用成比例的选择机制,针对每个目标函数产生一个子群体。这表明如果多目标问题具有k个目标函数,使用VEGA时将产生k个子群体,每个子群体的规模为N/k,其中,N是整体群体规模[24]。对VE-GA的改进主要是嵌入了一些启发信息,避免群体中的Pareto最优解仅收敛于始末端处。

6.1.2 MOGA

Fonseca和 Fleming 提出MOGA(Multi—Ob-jective Genetic Algorithm),该算法对每个个体进行等级划分,所有非支配个体的等级是为1,其他个体的等级是支配它的个体数目加1。用适应度共享机制对具有相同等级的个体进行选择。MOGA的适应度分配方式如下:首先,群体按照等级排序,然后,利用Goldberg提出的线性或非线性插值的方法对所有个体分配适应度﹐具有相同等级的个体共享相同的适应度值[27]。MOGA过分依赖共享函数的选择,可能产生选择压力较大的情况,容易导致未成熟收敛。

6.1.3 NSGA

由Srinivas和 Deb提出的NSGA也是基于Goldberg 的非支配排序思想设计的0。在选择之前,在非支配的基础上对群体排序:所有非支配个体分为一类(用占群体的比例作为虚拟的适应度值,为这些个体提供相同的繁殖机会)。为了保证群体的多样性,这些分好类别的个体共享虚拟的适应度值。然后,忽略这些已分类的个体,考虑剩余群体中的非支配个体。过程进行到群体中所有个体都被分类为止。由于在最前面的个体具有最大的适应度值,通常这些个体比剩下的个体具有更多的复制概率。NSGA算法的计算复杂度较高,因为Pareto排序需要反复迭代。

6.2 基于精英保留策略的多目标进化算法

6.2.1 NSGA-II

Nondominated Sorting Genetic Algorithm II(NSGA-ID是早期MOEA算法NSGA (Nondomi-nated Sorting Genetic Algorithm,NSGA)的改进版本。与NSGA相比,NSGA-II采用了更为高效的排序过程。另外,NSGA-II通过计算两点间平均距离估计群体中特定个体周围解的分布,这个值称为拥挤距离(crowding distance)。在选择阶段，NS-GA-II采用密集比较算子(crowded—comparisonoperator),该算子既考虑了群体中个体的非支配排序,也考虑了其拥挤距离(也即,非支配解优于支配解,但是对于两个具有相同非支配排序的解,处于更小拥挤区域的解更优)。NSGA-II没有像其他早期MOEA一样采用外部存档(external archive)而是采用一种新的精英保持策略(elitist mechanism),NSGA-II将最优父代个体和最优子代组合,也即一种(μ+λ)选择[25]。由于NSGA-II的巧妙的机制,使得该算法在计算上比其他早期算法更高效,具有广泛的应用,而且NSGA一II也成为其他算法比较性能的基准算法。

6.2.2 SPEA

Strength ParetoEvolutionary Algorithm(SPEA)算法集成了不同多目标进化算法,其主要特点是有一个外部非支配集,该集合存放搜索中生成的非支配解,对每个外部非支配解集的个体计算强度值,强度值定义为特定个体支配的个体数目在种群中所占的比例。在该算法中适应度又称为强度,在选择阶段组合外部非支配解集和进化种群,当前种群中的每个个体的适应度根据支配该个体的外部非支配解的强度值计算。SPEA算法的适应度分配即考虑与真实Pareto前沿的接近程度,也考虑解的分布。SPEA没有采用小生境技术,其效率依赖于外部非支配解集的大小,过大的外部非支配解集可能降低选择过程,影响搜索速度,SPEA采用聚类技术控制外部非支配解集的大小,保证选择阶段搜索的效率。

# 7 存在问题及需研究的工作

迄今为止,不少研究MOEAs 的学者习惯用的做法是将一些新MOEAs 与旧MOEAs的结果进行数据上的比较,或做出其Pareto解的前沿面,就 Pareto前沿面上解的分布情况进行比照,但是,用这些方法对某个多目标进化算法结果的有效性进行说明,显然是有其局限性,可信度不高,最近一些学者提出了较为正规的通用方法,可作为一般的MOEAs性能比较分析,但这些例子都仅仅限于二三个子目标或多个约束条件的例子,对于多个目标的高维优化问题尚无标准例子可用，显然这些都不利于MOEAs的研究。纵观MOEAs的研究成果,大部分研究都集中在算法的设计上,对算法的性能、收敛性分析等理论性的研究则很少,偶有一些理论研究，但仅仅局限在对算法的参数、状态﹑概念等之上，且理论分析的内容和深度都很浅,因此理论研究大大滞后于MOEAs在工程中的应用。

另外,MOEAs的一个重要技术是如何避免未成熟收敛和获得均匀分布且范围最广的Pareto最优解(非劣解),即保持解的多样性,对此分析目前还停留在使用直观测度,还没有给出一个如何去定量化的数学分析法和保持Pareto界面上的解均匀分布的算法.

对多目标进化算法收敛性准则的确定,现大部分算法还是沿袭单目标的方法,即用最大迭代次数作为终止条件,这显然是有缺陷的,因为单目标进化算法寻求的是一个最优解,考虑的往往是全局性,而多目标进化算法追求的是Pareto最优解集,因此,我们必须寻求其他的收敛性准则.

# 8 总结

作为一种高效的和具有良好鲁棒性的多目标优化器，由于多目标进化算法的优势，MOEAs已经被广泛应用于科学和工程的许多领域，包括控制工程、系统规划、生产调度、数据挖掘等。MOEAs在机器学习、数据挖掘、模式识别等领域的主要应用包括：规则抽取、模式分类、人工神经网络训练、特征提取、模糊聚类、图像处理等。

在给出进化计算及多目标进化算法的回顾之后，本文给出了多目标优化问题的数学描述，并分析了各个算法所采用的策略，以及其优缺点。列举了若干多目标进化算法的应用。如何保持多目标进化群体的多样性、如何处理高维多目标优化问题和多目标进化算法的收敛性等问题，仍然是值得进一步研究的理论问题。

参考文献

1. D. Dasgupta and Attoh-Okine N, "Immunity-based systems: a survey," 1997 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Computational Cybernetics and Simulation, 1997,pp. 369-374 vol.1, doi: 10.1109/ICSMC.1997.625778.
2. Back T，Evolutionary Algorithms in Theory and Practice.Oxford University Press,New York,1995.
3. Fogel L J, et al., Artificial Intelligence through Simulated Evolution.John Wiley & Sons,New York,1966.
4. Fogel D B,An Introduction to Simulated Evolutionary Optimization.IEEE Trans. on Neural Networks, Vol.5，No. 1,3-14，1994.
5. Fogel D B，Evolution Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence. IEEB Press，Piscataway，NJ，1995.
6. Schaffer JD.Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms [J].In Proceeding ofthe International Conference on Genetic Algorithmsand Their Applications,Hillsdale: L. Erlbaum Asso-ciates, Inc,1985:93-100.
7. Carlos A. Coello Coello.Evolutionary multi—objective optimization: basic concepts and some applications in pattern recognition [J].LNCS 6718，2011:22-33.
8. Vassil Guliashki，Hristo Toshev,Chavdar Korsemov.Survey of evolutionary algorithms used in multiobjective optimization [J].Problems of Engineering Cybernetics and Robotics，Bulgarian Academy of Sciences,2009.
9. Fonseca CM,Fleming PJ.Genetic algorithm for multiobjective optimization: formulation，discussion andgeneration [J].In Proceeding of the 5th International Conference on Genetic Algorithms. San Mateo:Morgan Kauffman Publishers,1993:416-423.
10. Srinivas N，Deb K.Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms. Evolutionary Computation, vol. 2,no. 3,pp.221-248,1994.
11. Horn J,Nafpliotis N,Goldberg DE.A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization [J].In Proceeding of the lst IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway:IEEE，82-87，1994.
12. Erickson M，Mayer A，Horn J.The niched Pareto genetic algorithm 2 applied to the design of ground-water remediation system [J].In proceeding of the lst International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization，EMO 2001.Berlin:Springer-Verlag, pp.681—695,2001.
13. Zitzler,E,L Thiele.Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach [J].In IEEE Transactions on Evolutionary Computation，1999，3 (4) :257—271.
14. Zitzler E,Laumanns M，Thiele L.SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm LM.In Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems. Berlin: Springer-Verlag,2002:95—100.
15. Knowles J D,Corne D W.Approximating the non—dominated front using the Pareto archived evo-lution strategy [J].Evolutionary Computation, 2000,8(2):149-172.
16. Corne DW,Knowles J D,Oates MJ.The Pareto-envelope based selection algorithm for multi-objective optimization [M].In Parallel Problem Solving from Nature，PPSN VI.LNCS, Berlin: Springer-Verlag , 2000:869—878.
17. Corne DW,Jerram NR,Knowles JD,Oates MJ.PESA-II: Region-Based selection in evolutionary multi—objective optimization [M].In Proceeding of the Genetic and Evolutionary Computation Conference，GECCO 2001，San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers,2001:283—290.
18. DEB K,MOHAN M,MISHRA S. Evaluating the epsilon-domination based multi-objective evolutionary algorithm for a quick computation of pareto-optimal solutions[J].Evolutionary Computation,2005,13(4):501-525.
19. IKEDA K，KITA H，KOBAYASHI S. Failure of pareto-based MOEAs: does non-dominated really mean near to optimal [C].Evolutionary Computation，Proceedings of the 2001 Congress on.IEEE,2001:957-962.
20. YANG S,LI M,LIU X,et al.A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J].IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2013,17(5):721-736.
21. AGUIRRE H,TANAKA K.Space partitioning with adaptive Ɛ-ranking and substitute distance assignments : a comparative study on many-objective mnk-landscapes[C].Proceedings of the 1lthAnnual Conference on Genetic and Evolutionary Computation.ACM,2009:547-554.
22. MIETTINEN K. Nonlinear multiobjective optimization [ M ].Springer Science &. Business Media,2012.
23. LI H,ZHANGQ.Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets,MOEA/D and NSGA-II[J].IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009,13(2):284-302.
24. ASAFUDDOULA M，RAY T，SARKER R. A decomposition-based evolutionary algorithm for many objective optimization[J.IEEE Transactions on Evolutionary Computation , 2015,19 ( 3) :445-460.
25. GARZA-FABRE M,TOSCANO-PULIDO G,COELLO CA C,et al.Effective ranking+ speciation = many-objective optimization[C].2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation (CEC).IEEE,2011:2115-2122.
26. ZITZLER E,KUNZLI S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]. International Conference on Parallel Problem Sol ving from Nature.Springer Berlin Heidelberg,2004:832-842.
27. BROCKHOFF D,ZITZLER E. Improving hypervolume-based multiobjective evolutionary algorithms by using objective reduction methods[C].2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation.IEEE,2007:2086-2093.
28. 李红梅.多目标优化演化算法研究综述[J].现代计算机(专业版),2009(04):44-46.
29. 赵辉,王天龙,刘衍舟,黄橙,张天骐.基于分解和支配关系的超多目标进化算法[J].电子与信息学报,2020,42(08):1975-1981.