

Actividad5_diana

October 7, 2025

1 Actividad 5: M2003B

Author: A. Ramirez-Morales (andres.ramirez@tec.mx)

1.1 Instrucciones:

- Active el kernel proveniente de **Anaconda**
- Complete las funciones donde vea líneas de código inconclusas
- Use comentarios para documentar de manera integral sus funciones
- Pruebe sus funciones con distintos parámetros
- Aumente las explicaciones en el Markdown y en el código
- Procure NO usar chatGPT ú otra tecnología similar, usted tiene la capacidad intelectual suficiente para resolverlo por usted mismo
- Use la documentación oficial de las librerías que se utilizan
- Se entrega un archivo PDF CANVAS como lo indique el profesor

```
[1]: import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import stats
```

2 1. Estadística F

2.0.1 Demostración de la razón de dos χ^2 es una distribución de Fisher

Ejercicios: - Describa de manera general lo que es una distribución χ^2 - Describa de manera general lo que es una distribución χ^2 no central - Investigue y escriba las definiciones de la distribución Fisher - Demuestre que la razón de dos χ^2 sigue una distribución de Fisher - Siga los “leads” del código abajo - Justifique, con sus propias palabras, el por que es importante esta demostracion

```
[3]: # paqueterias específicas
from scipy.stats import norm, chi2, t, kstest, shapiro, f
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Ejercicio: completar codigo aqui
# [Sugerencia: use np.random.chisquare()]
n = 10
```

```

num_chi2 = np.random.chisquare(df=n, size=10000)
m = 15
den_chi2 = np.random.chisquare(df=m, size=10000)
ratio = (num_chi2 / n) / (den_chi2 / m)

# demostracion con p-value
# hacer prueba estadística con kolmogorov-smirnov
resultado = kstest(ratio, 'f', (n, m))
print(resultado)
# interpretar los resultados anteriores

# demostracion visual
# ajustar una distribución a F-distribution a la cantidad T
# [Sugerencia: dfn, dfd, m_loc, m_scale=f.fit(data)]
# Ejercicio: explicar cada uno de los las salidas de f.fit(data)
dfn, dfd, m_loc, m_scale = f.fit(ratio)
x = np.linspace(0, 3, 100000)
f_distr = f.pdf(x, dfn, dfd, loc=m_loc, scale=m_scale)

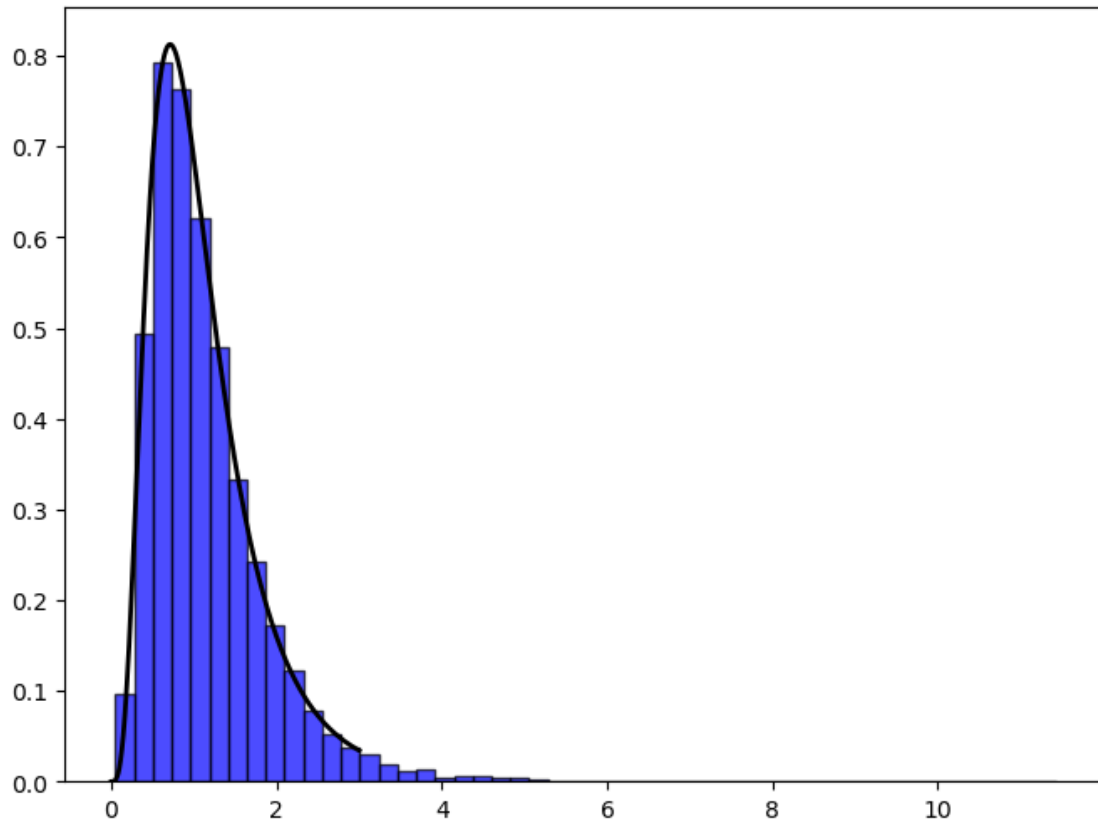
# graficar el histograma
plt.figure(figsize=(8, 6))
count, bins, _ = plt.hist(ratio, bins=50, density=True, alpha=0.7,
    ↪color='blue', edgecolor='black')
plt.plot(x, f_distr, 'k', linewidth=2)
plt.show()

```

```

KstestResult(statistic=np.float64(0.007089097815899295),
pvalue=np.float64(0.6935776665658338),
statistic_location=np.float64(0.4175743386998988), statistic_sign=np.int8(-1))

```



3 2. Regresion lineal multivariada (RLM)

Nuestro modelo es

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i,1} + \dots + \beta_k x_{i,k} + \epsilon_i$$

3.0.1 2.1. Formulación matricial de RLM

Ejercicios: - Escriba la notacion matricial de RLM - Defina los supuestos del vector de errores
 - Complete las siguientes “leads” de código - Comienzar con el caso para $k = 2$ - Cuando tenga controlado el caso anterior, consider $k = 5$ - Siga los “leads” del siguiente codigo

```
[4]: # aqui se empieza el codigo
n = 200
k = 2
p = 3

# valores verdaderos
beta_0 = 2.5
beta_1 = 1.8
```

```

beta_2 = -0.5
true_beta = np.array([beta_0, beta_1, beta_2])

X1 = np.linspace(0, 5, n)
X2 = np.random.uniform(0, 5, n)

# hacer la matriz X [Sugerencia: use stacks]
X_final = np.column_stack((np.ones(n), X1, X2))

# errors
sigma = 1.0
epsilon = np.random.normal(0, sigma, size=n)

# RLM matricial, escriba RLM en forma matricial
y = X_final @ true_beta + epsilon
# print(y)

# construya la matriz  $X^T X$ 
X_transpose_X = X_final.T @ X_final
print(X_transpose_X)

# primero verificar si  $X^T X$  es invertible con el rango
rank = np.linalg.matrix_rank(X_transpose_X)
print(f"X'X es invertible: {rank == p}")

# ahora encuentre la inversa de  $X^T X$ 
X_transpose_X_inv = np.linalg.inv(X_transpose_X)

# encuentra beta vector estimador
beta_hat = X_transpose_X_inv @ X_final.T @ y

# encuentre la matriz de covarianza de los estimadores
cov_beta_hat = (sigma ** 2) * X_transpose_X_inv

# encuentre los errores estandar de las b0, b1, b2
std_errors = np.sqrt(np.diag(cov_beta_hat))

# muestre que los estimadores son o no sesgados

# encuentre y estimador
y_hat = X_final @ beta_hat

# encuentre el MSE de y_hat y y medida
mse_rlm = np.mean((y - y_hat) ** 2)
print(mse_rlm, "check mse")

# encuentre los elementos de la tabla de varianzas

```

```

# es decir, encuentre SSR, SSE y Syy
# anuncie una explicación integral de cada termino

# graficas
fig, axes = plt.subplots(1, 3, figsize=(15, 5))
# x1
x1_grid = np.linspace(X1.min(), X1.max(), 100)
line_x1 = beta_0 + beta_1 * x1_grid + beta_2 * np.mean(X2)
axes[0].scatter(X1, y, alpha=0.5, label='y experimental')
axes[0].plot(x1_grid, line_x1, 'r-', linewidth=2)
axes[0].set_xlabel('x1')
axes[0].set_ylabel('y')

# x2
x2_grid = np.linspace(X2.min(), X2.max(), 100)
line_x2 = beta_0 + beta_1 * np.mean(X1) + beta_2 * x2_grid
axes[1].scatter(X2, y, alpha=0.5, label='y experimental')
axes[1].plot(x2_grid, line_x2, 'r-', linewidth=2)
axes[1].set_xlabel('x2')
axes[1].set_ylabel('y')

# error
axes[2].hist(epsilon, bins=30, alpha=0.7)
axes[2].axvline(x=0, color='red', linestyle='--', linewidth=2)
axes[2].set_xlabel('error')
axes[2].set_ylabel('eventos')
plt.tight_layout()
plt.show()
fig.clf()

# graficar las dos variables juntas
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
fig, axes = plt.subplots(1, 1, figsize=(5.5, 5))
ax_3d = fig.add_subplot(1, 1, 1, projection='3d')
subset = slice(0, n, 20)
scatter = ax_3d.scatter(X1[subset], X2[subset], y[subset],
                        c=y[subset], cmap='viridis', alpha=0.6)
ax_3d.set_xlabel('x1')
ax_3d.set_ylabel('x2')
ax_3d.set_zlabel('y')
plt.tight_layout()
plt.show()

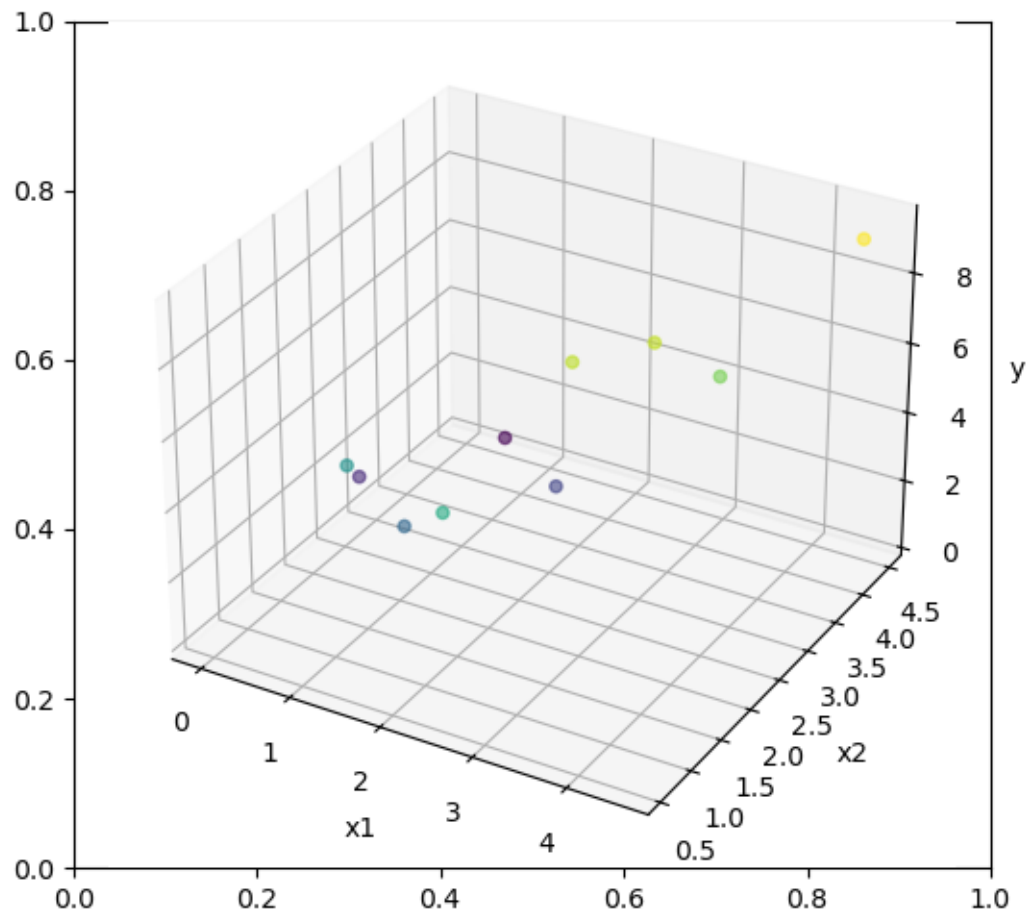
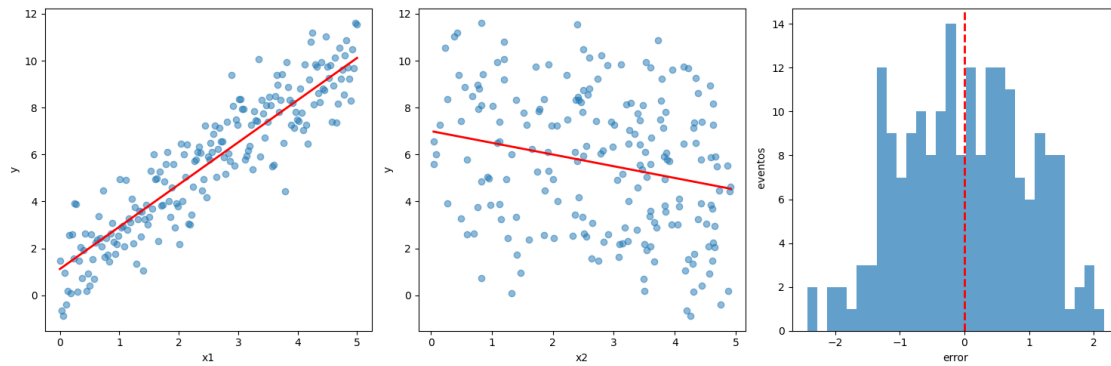
```

```

[[ 200.          500.          552.56071585]
 [ 500.          1670.85427136 1361.48044795]

```

```
[ 552.56071585 1361.48044795 1894.58638356]]
X'X es invertible: True
0.927641872266166 check mse
```



3.0.2 2.2. F-estadística de RLM como consecuencia de las χ^2

Ejercicios: - Escriba las propiedades de las χ^2 que las relacionan con producto normales - Defina lo que es una χ^2 no central - Defina lo que es idempotencia - Complete las siguientes “leads” de código

```
[5]: # aqui se empieza el código

# dada la matriz X de la seccion anterior
# muestre que  $I - X(X'X)^{-1} X'$  es idempotente
result = (lambda P: (lambda A: (np.allclose(A @ A, A), np.linalg.
    ↪matrix_rank(A)))(np.eye(n) - P))(X_final @ X_transpose_X_inv @ X_final.T)[0]
print(result)

# encuentre el rango  $I - X(X'X)^{-1} X'$ 
# [Sugerencia: rango = np.linalg.matrix_rank()]
print((lambda P: np.linalg.matrix_rank(np.eye(n) - P))(X_final @
    ↪X_transpose_X_inv @ X_final.T))

# muestre que  $X(X'X)^{-1} X'$  es idempotente
result = (lambda P: np.allclose(P @ P, P))(X_final @ X_transpose_X_inv @
    ↪X_final.T)
print(result)

# encuentre el rango de  $X(X'X)^{-1} X'$ 
# [Sugerencia: rango = np.linalg.matrix_rank()]
print(np.linalg.matrix_rank(X_final @ X_transpose_X_inv @ X_final.T))

# muestre que  $(I - X(X'X)^{-1} X')*(X(X'X)^{-1} X) = 0$ 
# cuales son las consecuencias de esto

# ahora usando la y vector de la seccion anterior
# y las betas y sus estimadores
# encuentre la estadística lambda (resultado del Lemma de Neyman-Pearson)
```

True

197

True

3