

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Институт №8 «Компьютерные науки и прикладная математика»  
Кафедра 806 «Вычислительная математика и программирование»

**Лабораторная работа №3**  
**по курсу «Численные методы»**

Выполнил: А.В. Клитная  
Группа: 8О-408Б-20

Москва, 2023

## Условие

Решить краевую задачу для дифференциального уравнения эллиптического типа. Аппроксимацию уравнения произвести с использованием центрально-разностной схемы. Для решения дискретного аналога применить следующие методы: метод простых итераций (метод Либмана), метод Зейделя, метод простых итераций с верхней релаксацией. Вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением  $U(x, y)$ . Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров  $h_x, h_y$ .

1.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,$$

$$u(0, y) = y,$$

$$u(1, y) = 1 + y,$$

$$u(x, 0) = x,$$

$$u(x, 1) = 1 + x.$$

Аналитическое решение:  $U(x, y) = x + y$ .

## Метод решения

Программа была написана на гугл коллабе, тк в процессе написания возникли технические неисправности с компьютером.

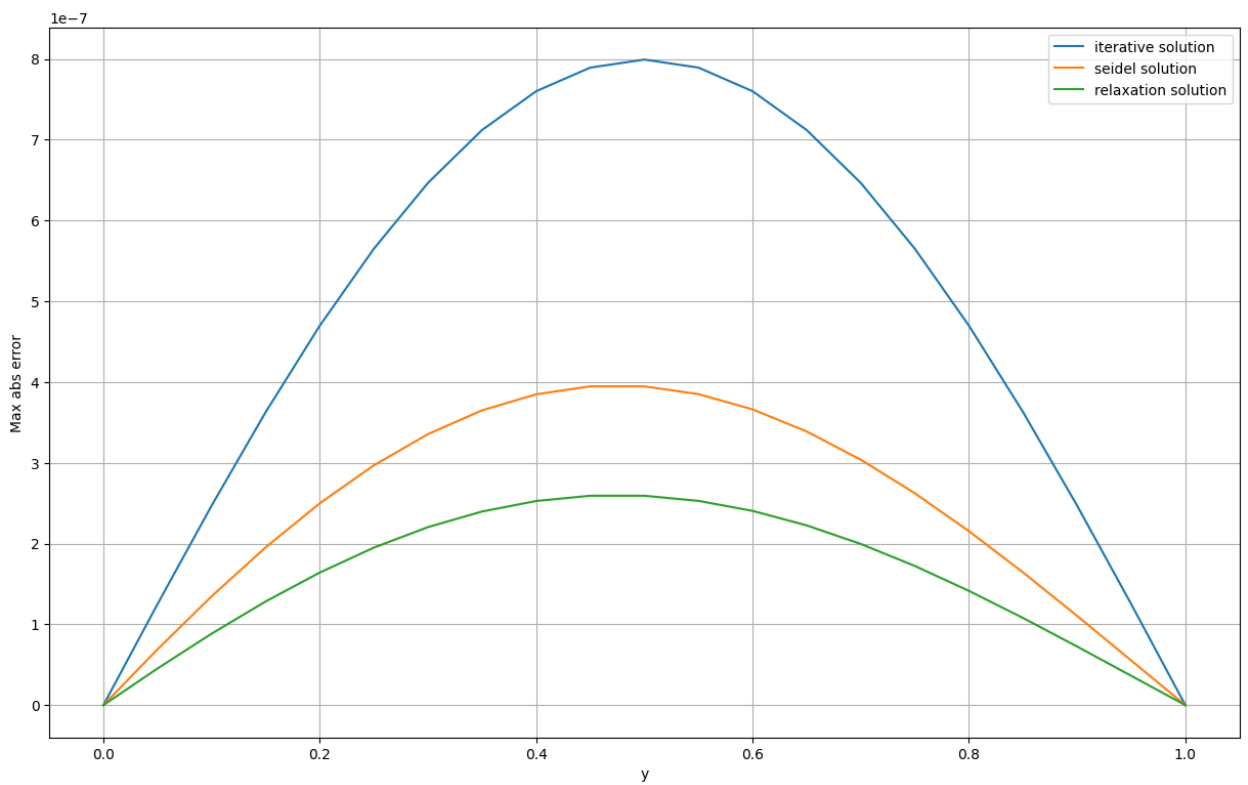
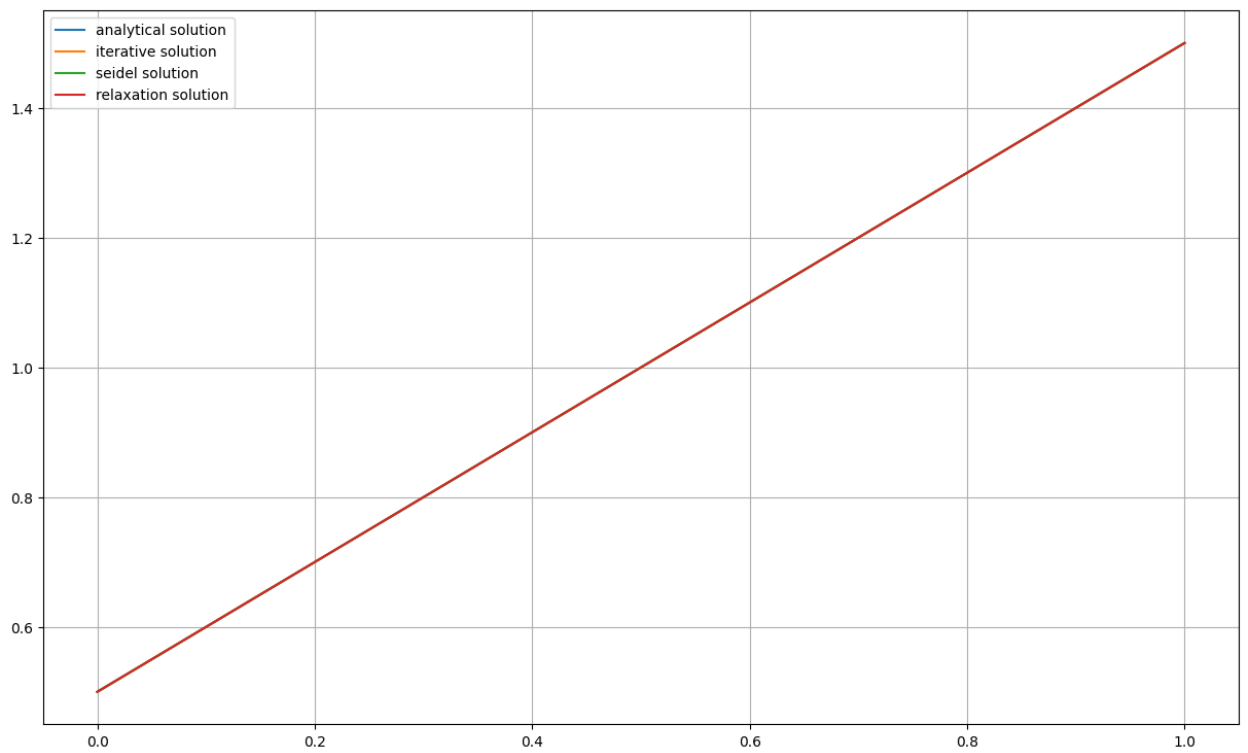
Мой вариант это уравнение Лапласа и для его решения необходимо использовать метод простых итераций (метод Либмана), метод Зейделя, метод простых итераций с верхней релаксацией.

Теперь кратко о каждом из методов:

- Метод простых итераций (метод Либмана): Он работает по принципу итерационного процесса, при котором решение на каждой итерации обновляется с использованием предыдущего решения. В контексте краевой задачи для эллиптического уравнения, начиная с приближенного решения, метод простых итераций обновляет значения на границах области пошагово, пока не достигнет сходимости.
- Метод Зейделя: Предполагает последовательное обновление значений на границах области, где каждое обновление использует последние известные значения. Это означает, что каждое значение на границе используется сразу же после его вычисления, а не ожидает обновления всех значений на границе. Этот метод обеспечивает более быструю сходимость, поскольку значение на текущей итерации используется сразу же.
- Метод простых итераций с верхней релаксацией: Модификация метода простых итераций, где на каждой итерации введен коэффициент релаксации для управления скоростью сходимости. Коэффициент релаксации позволяет более быстро сходиться к решению путем ускорения скорости изменения значений на границе области.

В результате были получены графики полученных функций и их графики ошибок.

## Результаты



## **Выводы**

При работе с данной лабораторной работой я изучила и реализовала методы численного решения: метод простых итераций (метод Либмана), метод Зейделя, метод простых итераций с верхней релаксацией. В результате были выведены графики ошибок и самих результатов.