

Лабораторная работа №1 учебного года 2023-2024 по курсу «Численные методы»

Выполнил: Зинин В.В.

Группа: М8О-408Б-20

Преподаватель: Пивоваров Д.Е.

Вариант по списку группы: 7

Условие лабораторной работы

Используя явную и неявную конечно-разностные схемы, а также схему Кранка - Николсона, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x, t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ, h .

Вариант 7

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,5 \exp(-0,5t) \cos x,$$

$$u_x(0, t) = \exp(-0,5t),$$

$$u_x(\pi, t) = -\exp(-0,5t),$$

$$u(x, 0) = \sin x,$$

Аналитическое решение: $U(x, t) = \exp(-0,5t) \sin x$.

Метод решения

Чтобы выполнить данную лабораторную работу, мне пришлось реализовать 4 метода: явный, неявный, аналитический, Кранка-Николсона. Впоследствии были построены графики зависимости $U(x)$ и график зависимости ошибки от времени для наглядности.

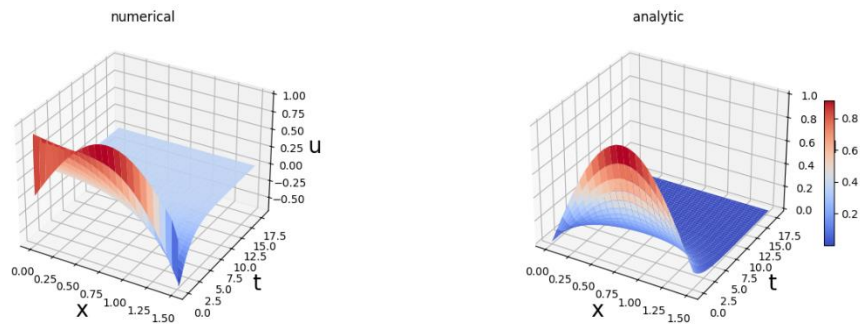
Описание программы и инструкция к запуску

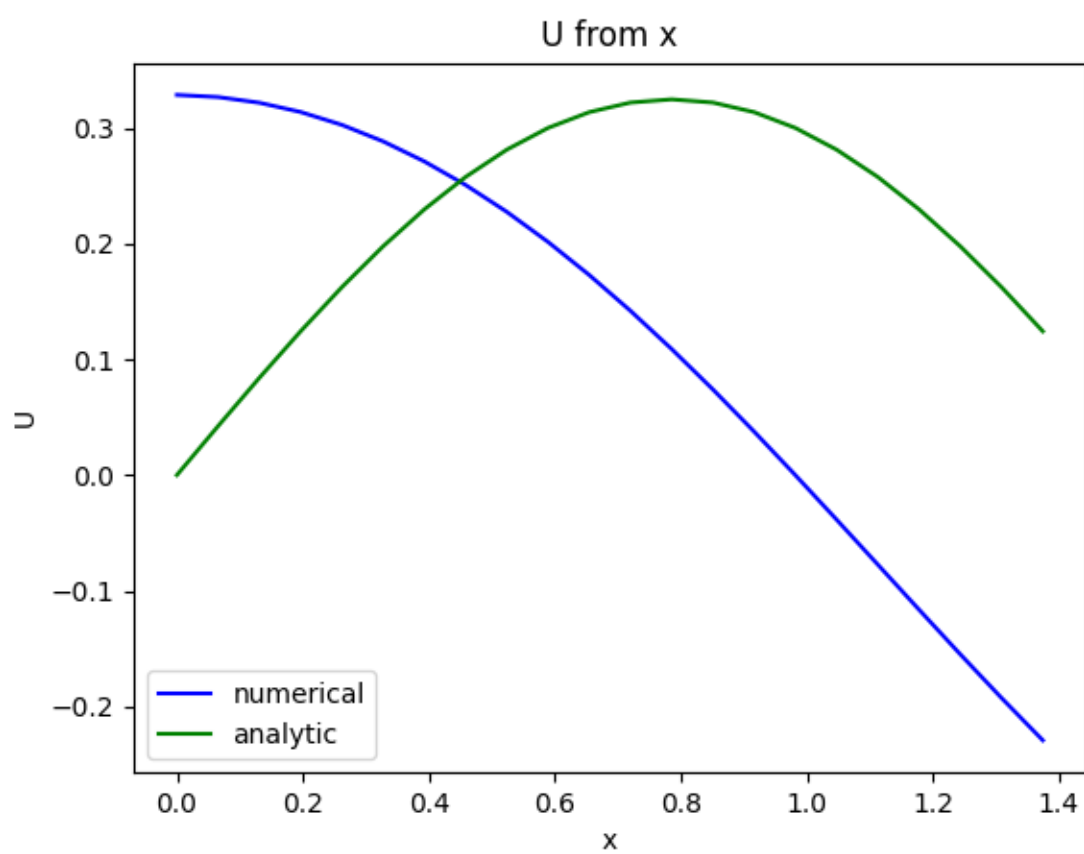
Данная лабораторная работа была сделана в 2 файлах.

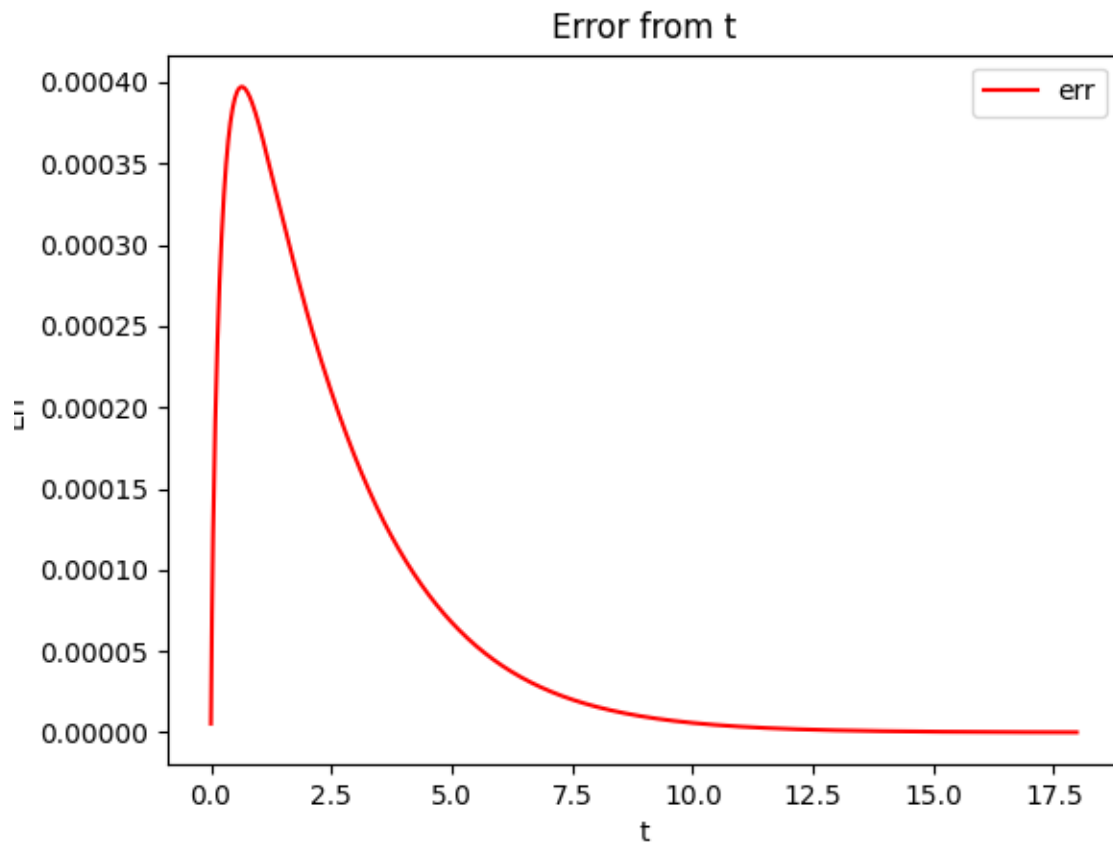
В первом файле – **main.py** – содержится непосредственно реализация вышеупомянутых методов. Функция `tma` предназначена для решения трехдиагональных матричных

уравнений. Функция `get_zeros` создает набор массивов нулей для использования в расчетах. `Data` - класс для хранения параметров дифференциального уравнения. `ParabolicSolver`: основной класс для решения уравнения, который поддерживает различные численные методы. Во втором файле – **report_lab5.ipynb** – содержится отрисовка нужных графиков при помощи библиотек python: `matplotlib` и `numpy`. Сначала мы заполняем нашими полученными значениями созданные переменные, а затем на их основании строим графики. Запускается последовательно каждая ячейка на ядре python.

Результаты работы







Вывод по лабораторной работе

В ходе этой лабораторной работы я углубил свои познания в численных методах для решения параболических дифференциальных уравнений. Исследовались разные подходы к решению начально-краевых задач для уравнений такого типа, в том числе метод Кранка-Николсона, а также неявные и явные конечно-разностные методы, дополнительно применялось аналитическое решение. Проведенные эксперименты дали возможность оценить точность и эффективность каждого из рассмотренных методов.