

Лабораторная работа №5 по курсу «Численные методы»

Выполнил студент группы М8О-408Б-20 Блинов Максим.

Преподаватель: Пивоваров Д. Е.

Цель

Используя явную и неявную конечно-разностные схемы, а также схему Кранка - Николсона, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x, t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ, h .

Вариант 3

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a > 0,$$

$$u(0, t) = \exp(-at),$$

$$u(\pi, t) = -\exp(-at),$$

$$u(x, 0) = \cos x.$$

Аналитическое решение:

$$U(x, t) = \exp(-at) \cos x.$$

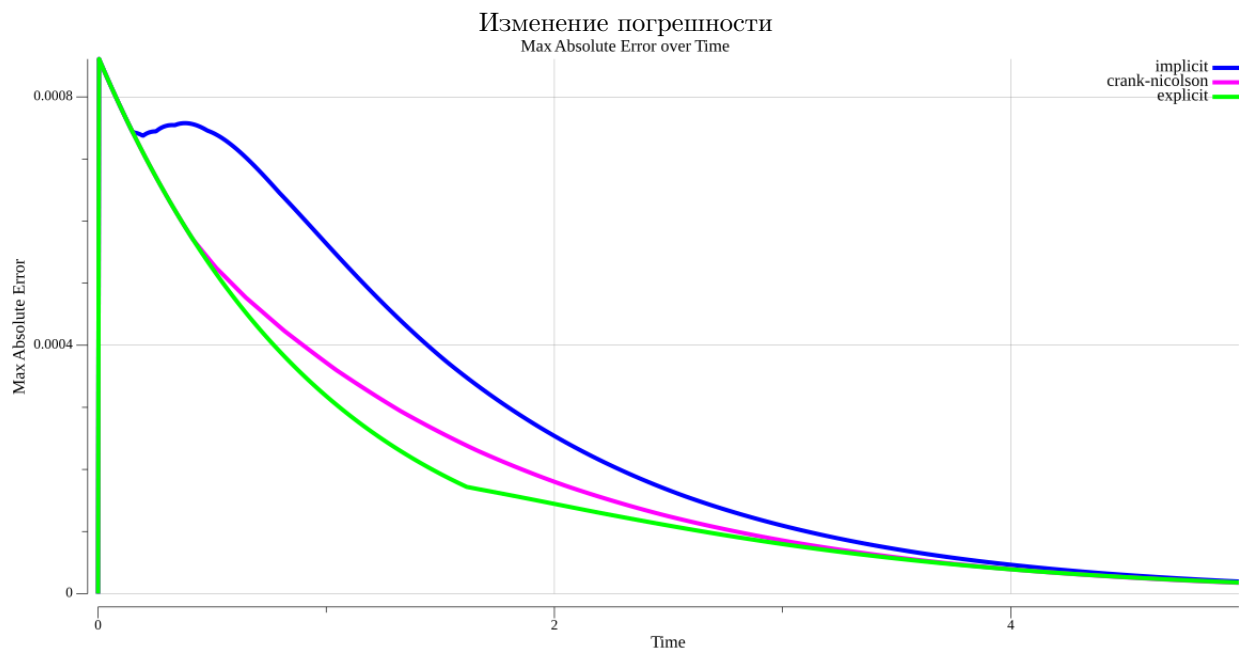
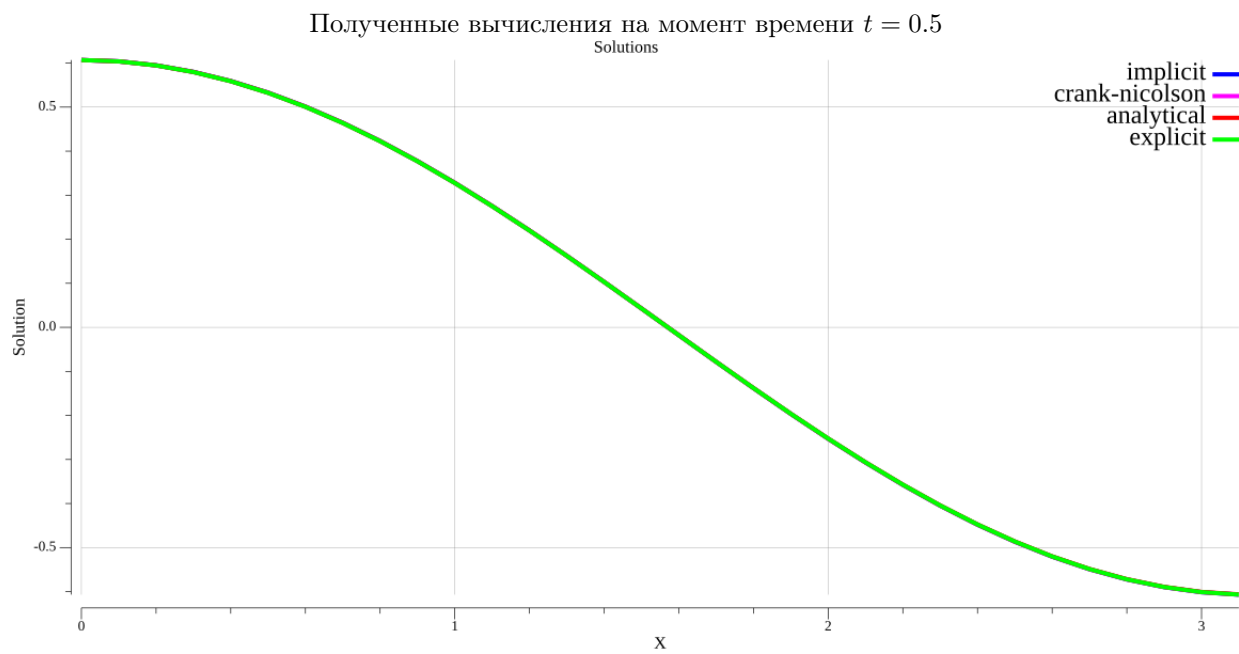
О программе

Программа была реализована на языке программирования Go и включает в себя три численных метода для решения дифференциальных уравнений: явный метод (explicit), неявный метод (implicit) и метод Кранка-Николсона (Crank-Nicolson). Для визуализации результатов использовалась библиотека `Goplot`, которая предоставляет широкие возможности для построения графиков в среде Go. Результаты вычислений иллюстрируют поведение решений в зависимости от времени и начальных условий, а также позволяют оценить точность численных методов путём сравнения с аналитическим решением задачи. Графики ошибок демонстрируют различия между аналитическими и численными решениями на протяжении всего временного интервала. Все вычислительные эксперименты и генерация графиков проводились в рамках данной программы.

Инструкция к запуску

Для запуска программы на Go, решающей гиперболические дифференциальные уравнения, убедитесь, что у вас установлена последняя версия Go (на данный момент 1.21, проверьте на официальном сайте). Создайте рабочее пространство, затем установите необходимые зависимости `go mod tidy`.

Результаты



Вывод программы

```
Explicit
max abs error = 0.000860966646
mean abs error = 0.000087447842

Implicit
max abs error = 0.000860966646
mean abs error = 0.000131696514

Crank Nicolson
max abs error = 0.000860966646
mean abs error = 0.000090219666
```

Вывод

Проделав лабораторную работу, я решил начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа тремя различными способами: явным, неявным и методом Кранка-Николсона. Проведя сравнение численных решений с аналитическим, я оценил погрешности полученных вычислений. Также я визуализировал результаты, что позволило наглядно продемонстрировать динамику изменения температурного поля во времени и пространстве. Это дало мне ценное понимание стабильности и точности каждого из применённых методов, а также их пригодность и эффективность для решения задач подобного рода.