

Лабораторная работа №7 по курсу «Численные методы»

Выполнил студент группы М8О-408Б-20 Фаттяхетдинов С.Д.

Преподаватель: Пивоваров Д. Е.

Цель

Решить краевую задачу для дифференциального уравнения эллиптического типа. Аппроксимацию уравнения произвести с использованием центрально-разностной схемы. Для решения дискретного аналога применить следующие методы: метод простых итераций (метод Либмана), метод Зейделя, метод простых итераций с верхней релаксацией. Вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров.

Вариант 6

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -u,$$

$$u(0, y) = 0,$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, y\right) = y,$$

$$u_y(x, 0) = \sin x,$$

$$u_y(x, 1) - u(x, 1) = 0.$$

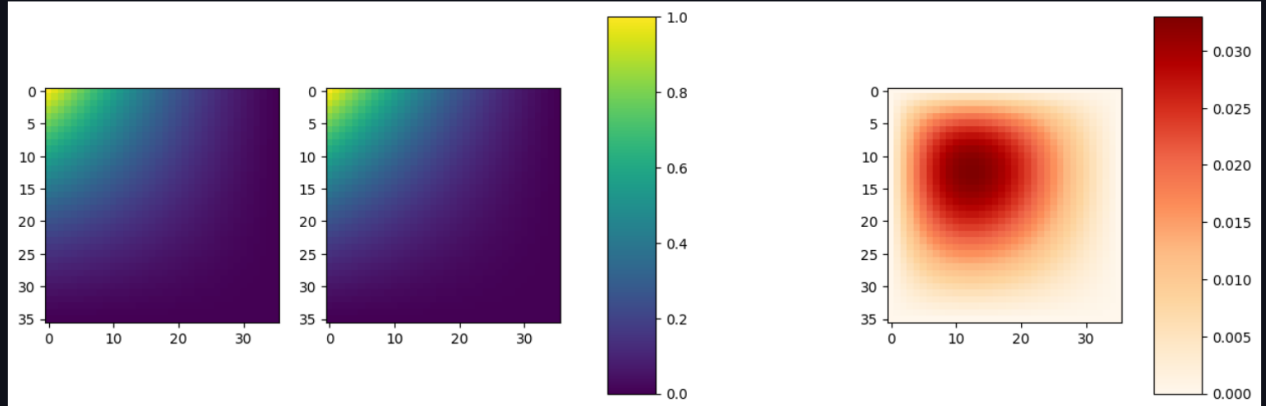
Аналитическое решение: $U(x, y) = y \sin x$.

О программе

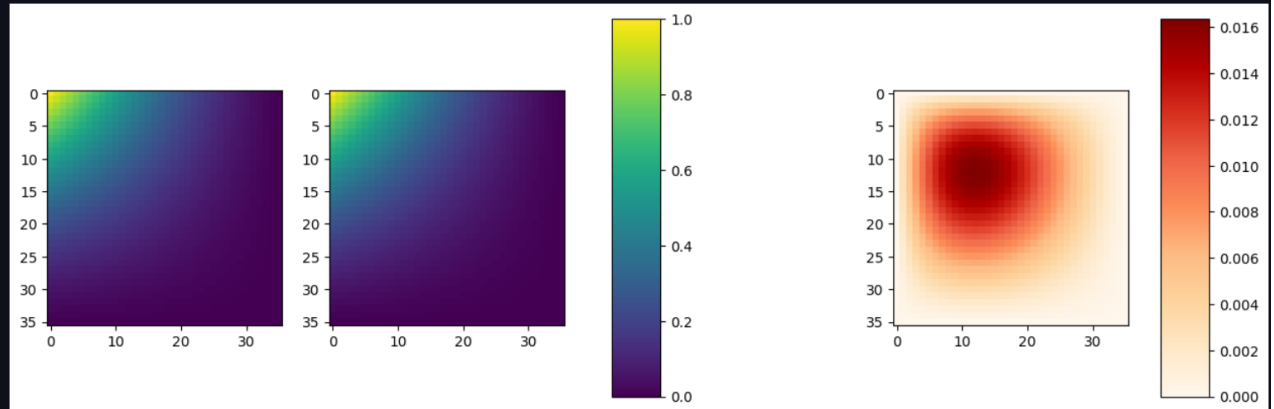
Вся программа содержится в единственном файле lab7.ipynb, реализация на языке Python. В нём содержится класс для проведения вычислений, необходимых для выполнения ЛР, а также функции, отрисовывающие графики.

Результаты

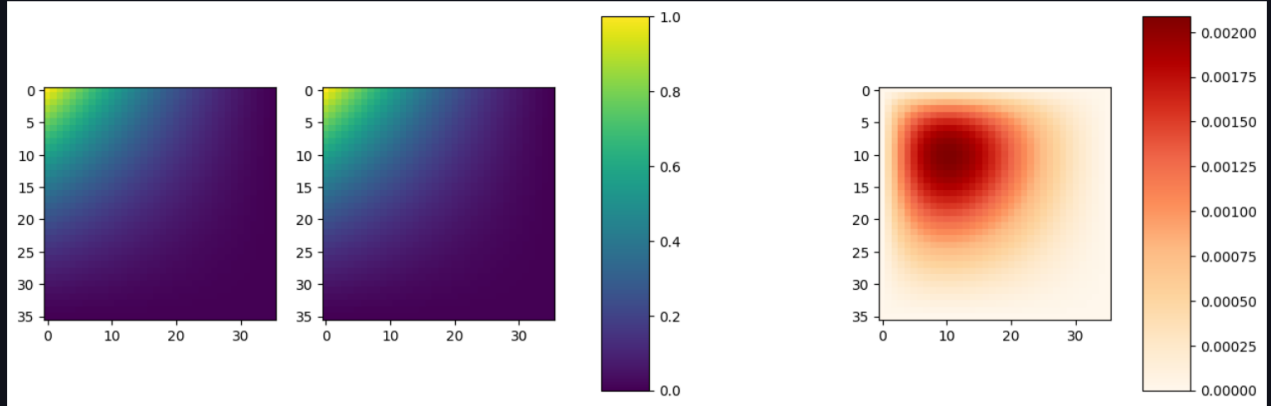
Liebman Method: Iterations: 1117



Seidel Method: Iterations: 694



Relaxation Method $w=1.75$: Iterations: 155



Вывод

В процессе выполнения данной лабораторной работы мною были приобретены новые знания в области численных методов, в частности для решения дифференциальных уравнений эллиптического типа. Была применена центрально-разностная схема, реализованы три метода согласно условию задания, а также были оценены точность и эффективность каждого метода, построены графики вычислений и зависимости ошибки от времени.