

Лабораторная работа №2 учебного года 2023-2024 по курсу «Численные методы»

Выполнил: Зинин В.В.

Группа: М8О-408Б-20

Преподаватель: Пивоваров Д.Е.

Вариант по списку группы: 7

Условие лабораторной работы

Используя явную схему крест и неявную схему, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения гиперболического типа. Аппроксимацию второго начального условия произвести с первым и со вторым порядком. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x, t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ, h .

Вариант 7

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} - 3u,$$

$$u(0, t) = \exp(-t) \cos(2t),$$

$$u\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0,$$

$$u(x, 0) = \exp(-x) \cos x,$$

$$u_t(x, 0) = -\exp(-x) \cos x.$$

Аналитическое решение: $U(x, t) = \exp(-t - x) \cos x \cos(2t)$

Метод решения

Для выполнения данной работы я решил ДУ гиперболического типа с тремя вариантами аппроксимации граничных условий, используя явную схему крест и неявную схему.

Описание программы и инструкция к запуску

Данная лабораторная работа была сделана в 2 файлах.

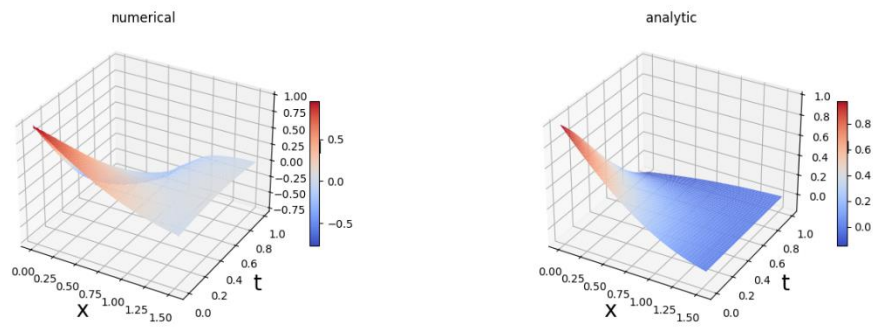
В первом файле – **main.py** – содержится непосредственно реализация необходимых методов. Функция `tma` предназначена для решения трехдиагональных матричных уравнений.

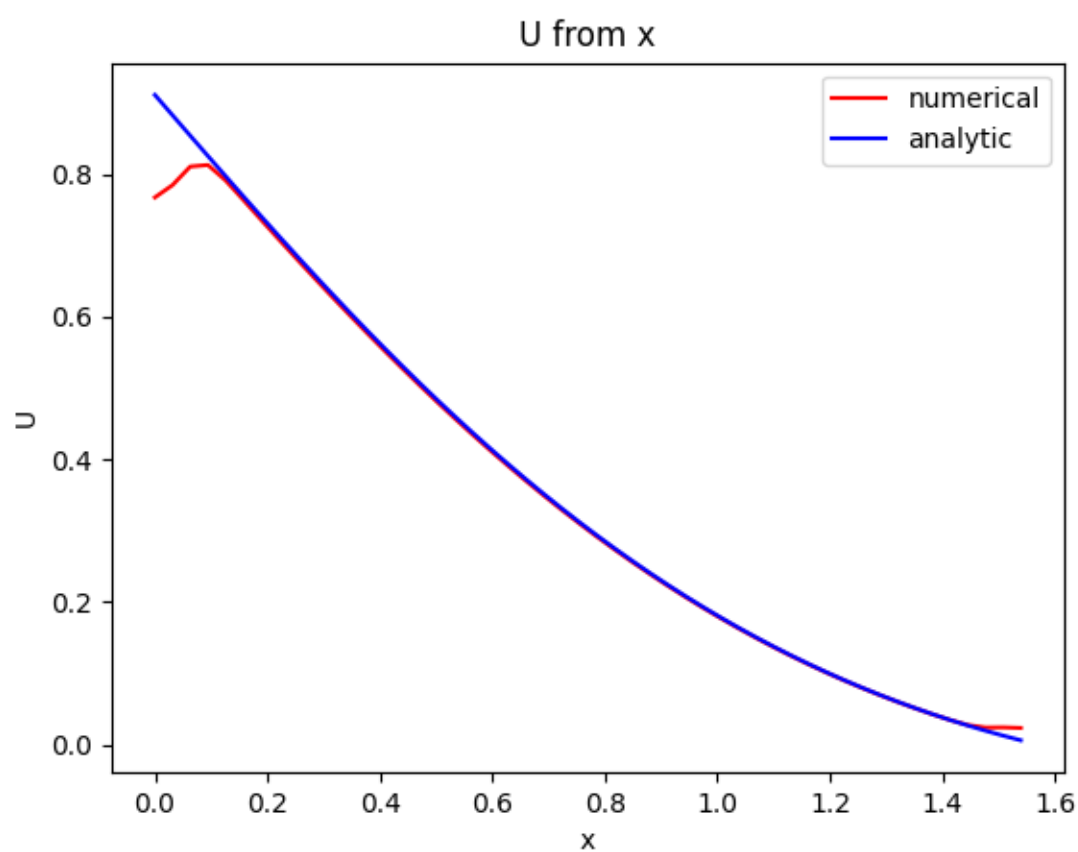
`EquationParameters`- класс для хранения параметров дифференциального уравнения. `HyperbolicSolver`: основной класс для решения уравнения, который поддерживает различные численные методы.

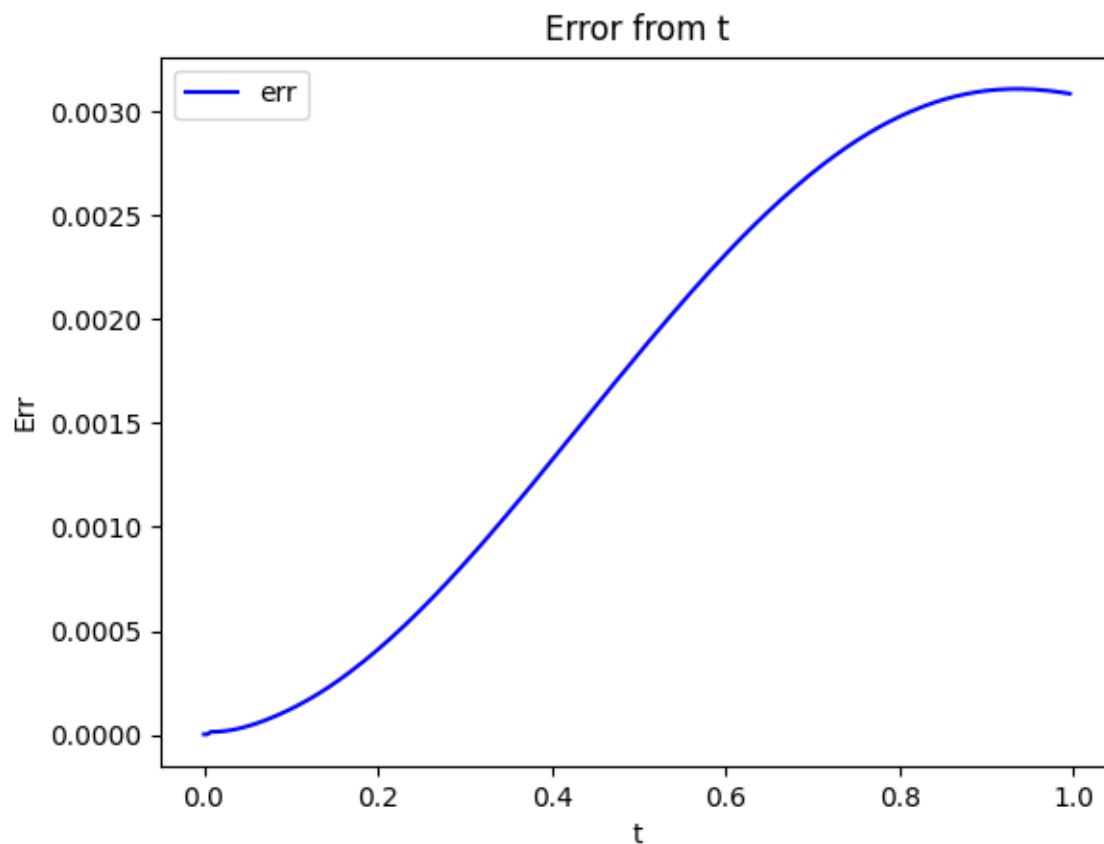
Во втором файле – **report_lab5.ipynb** – содержится отрисовка нужных графиков при помощи библиотек python: `matplotlib` и `numpy`.

Сначала мы заполняем нашими полученными значениями созданные переменные, а затем на их основании строим графики. Запускается последовательно каждая ячейка на ядре python.

Результаты работы







Вывод по лабораторной работе

В ходе этой лабораторной работы я получил знания в области применения численных методов для решения дифференциальных уравнений гиперболического типа. Изучались разные подходы к решению начально-краевых задач для таких уравнений, проводилась оценка точности и эффективности каждого из методов. Также были созданы графики, отображающие зависимость ошибки от времени и функции $U(x)$.