

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Институт №8 «Компьютерные науки и прикладная математика»  
Кафедра 806 «Вычислительная математика и программирование»

**Лабораторная работа №1  
по курсу «Численные методы»**

Выполнил: Велесов Д.И.  
Группа: 8О-408Б-20

Москва, 2023

### Условие

Используя явную и неявную конечно-разностные схемы, а также схему Кранка - Николсона, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением  $U(x, t)$ . Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров  $\tau, h$ .

Вариант 6

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \cos x (\cos t + \sin t),$$

$$u(0, t) = \sin t,$$

$$u_x\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = -\sin t,$$

$$u(x, 0) = 0,$$

Аналитическое решение:  $U(x, t) = \sin t \cos x$ .

## Метод решения

Изначально задаём начальные условия:

Схемы были реализованы по формуле:

$$\frac{u_j^{k+1} - u_j^k}{\tau} = \theta a^2 \frac{u_{j+1}^{k+1} - 2u_j^{k+1} + u_{j-1}^{k+1}}{h^2} + (1 - \theta) a^2 \frac{u_{j+1}^k - 2u_j^k + u_{j-1}^k}{h^2},$$

где  $\theta$  - вес неявной части конечно-разностной схемы,  $1-\theta$  - вес для явной части, причем  $0 \leq \theta \leq 1$ . При  $\theta=1$  имеем полностью неявную схему, при  $\theta=0$  - полностью явную схему, и при  $\theta=1/2$  - схему Кранка-Николсона.

## Описание программы

Программа состоит из 1 irunb файла.

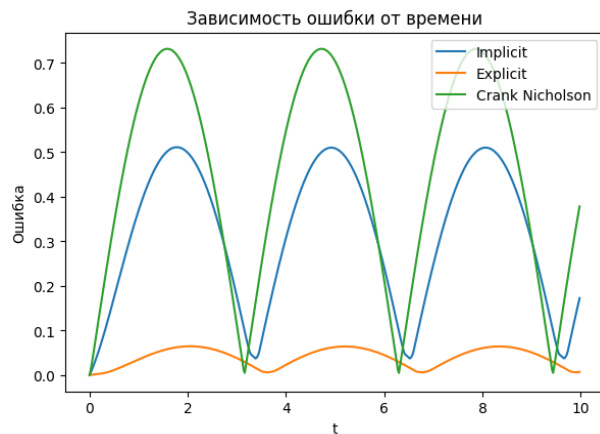
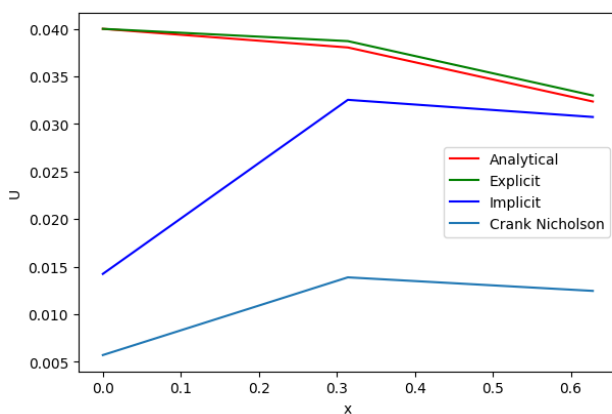
В программе задаются условия и параметры варианта.

Все необходимые данные варианта введены в программу заранее в качестве аргументов (при необходимости можно изменить). Используя объявленные в программе функции явной и неявной конечно-разностных схемы, а также схему Кранка - Николсона, решаем начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа.

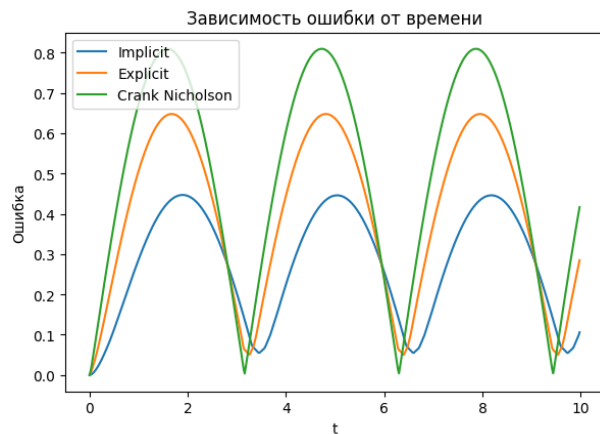
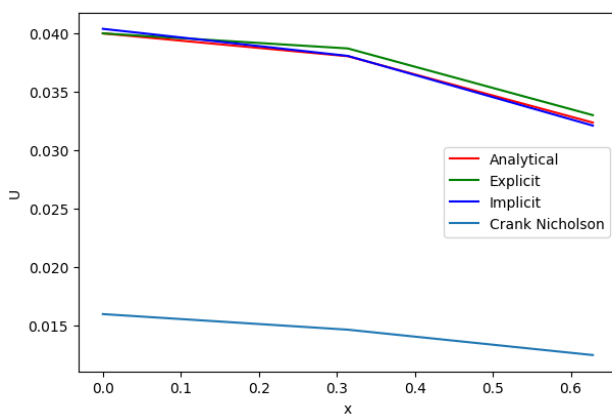
Каждая из функций имеет три варианта аппроксимации, которые можно выбрать в аргументах программы: двухточечная аппроксимация с первым порядком(1-1), трехточечная аппроксимация со вторым порядком(2-2), двухточечная аппроксимация со вторым порядком(3-3). Визуализируем результат с помощью графиков.

# Результаты

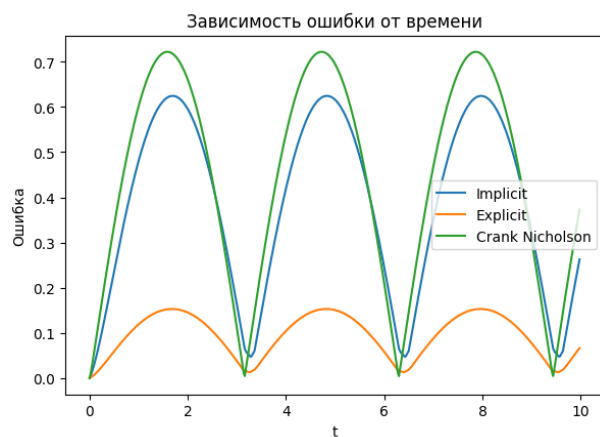
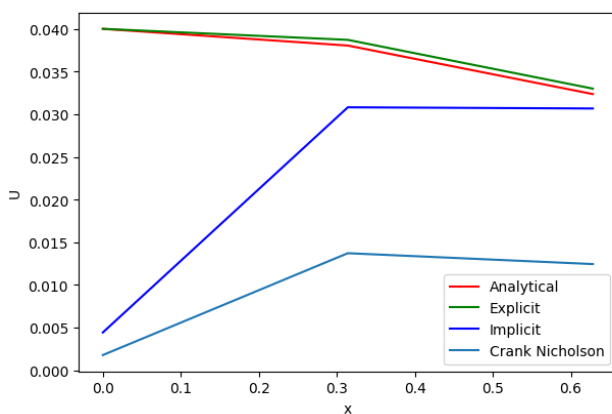
## Двухточечная аппроксимация с первым порядком



## Трехточечная аппроксимация со вторым порядком



## Двухточечная аппроксимация со вторым порядком



## **Выводы**

Выполнив данную лабораторную работу, я использовал явную и неявную конечно-разностные схемы, а также схему Кранка - Николсона, для решения начально-краевую задачи для дифференциального уравнения параболического типа. Исследовал зависимость погрешности от сеточных параметров. Реализовал и применил несколько видов аппроксимации.