

Санкт–Петербургский государственный университет

Блинов Иван Сергеевич

Выпускная квалификационная работа

***Применение алгоритмов разделения секрета к
кодированию элементов веб-контента***

Уровень образования: бакалавриат

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Основная образовательная программа СВ.5005.2018 «Прикладная математика, фундаментальная информатика и программирование»

Профиль «Исследование и проектирование систем управления
и обработки сигналов»

Научный руководитель:

профессор, кафедра управления

медико-биологическими системами, д.ф. - м.н.

Утешев Алексей Юрьевич

Рецензент:

профессор, кафедра компьютерного

моделирования и многопроцессорных систем,

д.т.н. Дегтярев Александр Борисович

Санкт-Петербург

2022 г.

Содержание

Введение	3
Цель и постановка задачи	4
Обзор литературы	5
Глава 1. Исследование предметной области	6
Глава 2. Описание алгоритма	8
2.1. Формирование долей	8
2.2. Восстановление секрета	10
2.3.	11
Выводы	11
Заключение	12
Список литературы	12

Введение

С развитием современных медиа и интернета увеличивается объем передаваемых данных. Вместе с этим растет потребность в безопасности данных, которые представляют собой некоторую ценность. Традиционные методы защиты информации представляет криптография. Чаще всего информация защищается с помощью секретного алгоритма или ключа. Но у такого подхода есть проблемы: если злоумышленник перехватит ключ или скомпрометирует одну из сторон, то он легко получит доступ к секрету.

В 1979 году А. Shamir представил (ссылка) алгоритм разделения секрета, который позволяет разбить секрет на n долей таким образом, что знание K и более долей позволяет восстановить секрет, а знание $K - 1$ и менее долей делает восстановление секрета невозможным. В последние десятилетия было предложено множество алгоритмов разделения секрета для электронных изображений. В данной работе будет рассмотрен и дополнен алгоритм обратимого разделения секрета, реализована библиотека для использования в веб-приложениях и пример минимального проекта, использующего эту библиотеку

Цель и постановка задачи

Целью данной работы является написание библиотеки для языка JavaScript, для разделения секретного цветного электронного изображения, с долями, не подобными шуму. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Исследование предметной области
2. Выбор алгоритма
3. Модификация алгоритма для соответствия поставленным требованиям
4. Написание библиотеки
5. Написание минимального веб-приложения, позволяющего продемонстрировать работу программы
6. Тестирование библиотеки и сравнение с имплементациями на других языках

Обзор литературы

В рамках спецификации современных стандартов, базовые сценарии поведения пользователей призваны к ответу. Банальные, но неопровержимые выводы, а также представители современных социальных резервов формируют глобальную экономическую сеть и при этом - представлены в исключительно положительном свете.

Есть над чем задуматься: предприниматели в сети интернет будут описаны максимально подробно. Приятно, граждане, наблюдать, как сторонники тоталитаризма в науке заблокированы в рамках своих собственных рациональных ограничений. Есть над чем задуматься: некоторые особенности внутренней политики объявлены нарушающими общечеловеческие нормы этики и морали. Как принято считать, тщательные исследования конкурентов смешаны с неуникальными данными до степени совершенной неузнаваемости, из-за чего возрастает их статус бесполезности.

Лишь предприниматели в сети интернет, которые представляют собой яркий пример континентально-европейского типа политической культуры, будут преданы социально-демократической анафеме. Есть над чем задуматься: стремящиеся вытеснить традиционное производство, нанотехнологии являются только методом политического участия и ограничены исключительно образом мышления! Разнообразный и богатый опыт говорит нам, что постоянный количественный рост и сфера нашей активности напрямую зависит от новых предложений.

Глава 1. Исследование предметной области

Одним из первых алгоритмов разделения секрета является (k, n) пороговая схема Шамира(ссылка). В ее основе лежит интерполяция полиномов. Пусть D – некоторая секретная информация, представленная в форме числа. Выберем простое число $p : p > D, p > N$. Чтобы разделить секрет на n частей возьмем случайный полином степени $k - 1$

$$q(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{k-1}x^{k-1}, a_0 = D, a_i < p$$

и вычислим

$$D_1 = q(1) \bmod p, \dots, D_i = q(i) \bmod p, \dots, D_n = q(n) \bmod p$$

Число p будет публичным для всех участников, числа D_i назовем долями. Участника схемы, который хочет разделить секрет и формирует доли назовем дилером.

Имея k и более долей можно восстановить секрет D при помощи полиномиальной интерполяции. Допустим, злоумышленнику удалось получить доступ к $k - 1$ долям, тогда для каждого $D' : 0 < D' < p$ он может восстановить единственный полином степени $k - 1$, такой, что $q_0 = D'$ и $q_i = D_i$. Так как a_i случайны, эти p полиномов с одинаковой вероятностью являются искомыми, злоумышленник не получает никакой информации о секрете.

Схема Шамира позволяет разделить секрет, представленный в форме числа и используется в основном для защиты ключей. Изображение так же можно представить в форме числа, но при обычном размере изображения (для примера 256x256) и значениях пикселя (0-255)x3 для rgb изображений будет тратиться огромное количество памяти. Поэтому на основе схемы Шамира были разработаны алгоритмы разделения секрета для изображений. Их можно разделить на три категории - схемы визуальной криптографии(VCS), полиномиальные схемы и схемы, основанные на Китайской теореме об остатках.

В 1994 году Moni Naor и Adi Shamir (ссылка) представили первую VCS, на ее основе были разработаны другие модификации. В VCS схемах доли

обычно печатаются на прозрачных носителях и восстанавливается путем наложения частей друг на друга. Основным преимуществом таких схем является отсутствие необходимости вычислений при восстановлении секрета. Примечательной для применения в веб-разработке является VCS схема WEB-VC (ссылка). Алгоритм восстановления секрета основан на возможности установить прозрачность элемента в таблице каскадных стилей (CSS). Основными недостатками таких схем является наличие помех в восстановленном секретном изображении и возможность использования только с бинарными изображениями.

Полиномиальные схемы используются чаще из-за лучшего качества восстановленного секрета и в общем случае не требуют увеличения количества пикселей. Но у них есть и недостатки – относительно высокая вычислительная сложность восстановления секрета $O(k * \log^2(k))$ для каждого пикселя и небольшие потери в качестве восстановленного секретного изображения.

Во многих схемах дилер отправляет участникам шумо-подобные доли. Введём понятие изображений для прикрытия – это произвольные изображения, используемые для генерации долей. Сгенерированные доли являются изображениями в оттенках серого, похожими на изображения прикрытия. Использование изображений прикрытия вместо шумо-подобных долей снижает риск привлечения внимания к долям злоумышленников, улучшает возможности по их менеджменту.

В данной работе будет рассматриваться алгоритм Reversible Image Secret Sharing (ссылка). Он основан на китайской теореме об остатках. В качестве секретной картинки выступает изображение в оттенках серого (0 – 255).

Глава 2. Описание алгоритма

Начнем описание работы алгоритма с формулировки Китайской теоремы об остатках.

Если $a_1, \dots, a_n \in N$ попарно взаимно просты, то для

$$\forall r_1, \dots, r_n \in N : 0 \leq r_i < a_i, \forall i \in \overline{1, n}$$

найдется $N : N \bmod a_i = p_i, \forall i \in \overline{1, n}$

Эта теорема позволяет за линейное время решать систему линейных модулярных уравнений следующего типа:

$$y \equiv a_1 \bmod m_1$$

$$y \equiv a_2 \bmod m_2$$

...

$$y \equiv a_k \bmod m_k$$

Алгоритм решения (ссылка):

1. Вычисляем $M = \prod_{i=1}^k m_i$
2. $\forall i \in \overline{1, k}$ вычисляем $M_i = \frac{M}{m_i}$
3. С помощью расширенного алгоритма Евклида $\forall i \in \overline{1, k}$ находим M_i^{-1} обратное по модулю для M_i
4. Получаем $y \equiv \sum_{i=1}^k a_i M_i M_i^{-1} \bmod M$

Предложенный алгоритм состоит из двух частей: формирование долей и восстановление секрета. Опишем их более подробно.

2.1 Формирование долей

Описание входных данных:

- Секретное изображение S размера $W_S * H_S$ пикселей в оттенках серого (значения пикселей 0-255)
- n - количество долей
- k - минимальное количество долей для восстановления секрета
- n изображений C_i размера $W_S * H_S$ - бинарные (значения пикселей 0-1) изображения прикрытия для каждого из участников

Описание выходных данных:

- n изображений SC_i размера $W_S * H_S$ - сгенерированные доли
- m_i - приватное число для каждой доли
- p, T - публичные для всех участников числа для восстановления секрета

Алгоритм:

1. Выберем число p и n взаимно простых чисел m_i таких, что

$$128 \leq p < m_i \leq 256, \text{НОД}(m_i, p) = 1, \forall i \in \overline{1, n}$$

2. Вычислим $M = \prod_{i=1}^k m_i, N = \prod_{i=1}^{k-1} m_{n-i+1}$

3. Если $M < pN$ перейдем к шагу 1

4. Вычислим $T = \left\lceil \frac{\lfloor \frac{M}{p} - 1 \rfloor}{2} \right\rceil$

5. Для каждого секретного пикселя x с координатами $[w, h]$ повторяем шаги 6-7

6. Если $0 \leq x < p$, выберем случайное $A \in [T + 1, \lfloor \frac{M}{p} - 1 \rfloor]$ и вычислим $y = x + Ap$.

Если $x \geq p$ выберем случайное $A \in [0, T)$ и вычислим $y = x - p + Ap$

7. Если выполняется одно из следующих условий, то вычисляем $a_i = y \bmod p$, устанавливаем $SC_i = a_i$ и переходим к следующему пикселю, иначе возвращаемся на шаг 6.

$$SC_i[w, h] \geq TH_{i1}, \text{ если } C_i[w, h] = 1$$

$$SC_i[w, h] \leq TH_{i0}, \text{ если } C_i[w, h] = 0$$

2.2 Восстановление секрета

Описание входных данных:

- n долей SC_i ($n \geq k$) и соответствующие им m_i
- Публичные числа T, p

Описанные выходные данные:

- Восстановленный секрет S'
- Восстановленные изображения прикрытия C'_i размера $[W_S, H_S]$

Алгоритм

1. Восстанавливаем изображения прикрытия с помощью бинаризации. Для каждого пикселя $C'_i[w, h]$ устанавливаем значение

$$\text{Если } SC_i[w, h] > \frac{m_i}{2}, \text{ то } 1, \text{ иначе } 0$$

2. Для каждой позиции пикселя $[w, h]$, $a_i = SC_i[w, h]$, с помощью описанного выше алгоритма (ссылка) решаем систему линейных уравнений по модулю:

$$y \equiv a_1 \bmod m_1$$

...

$$y \equiv a_i \bmod m_i$$

...

$$y \equiv a_n \bmod m_n$$

3. Вычисляем $T^* = \lfloor \frac{y}{p} \rfloor$. Если $T^* \leq T$, то $x = y \bmod p$, иначе $x = (y \bmod p) + p$.

$$S'[w, h] = x$$

2.3

ремарка про коэф ТН

Описанный алгоритм отлично подходит для цели работы, за исключением цвета картинки. Поэтому было принято решение расширить исходный алгоритм для использования с цветными секретными картинками. Это было достигнуто с помощью увеличения количества пикселей в картинках прикрытия и кодирования каждого канала цвета в определенном пикселе доли.

формулировка улучшения для цветных картинок

более подробный анализ плюсов и минусов полученного алгоритма по сравнению с интерполяционными

рассказ про библиотеку и как я ее офигенно загрузил на npm и какая она в открытом доступе пару слов про приложение со скринами

Нумерованная формула:

$$i^2 = -1. \tag{1}$$

Тест ссылки на формулу 1.

Выводы

Жизнь — тлен.

Заключение

С другой стороны, консультация с широким активом обеспечивает актуальность форм воздействия. Следует отметить, что выбранный нами инновационный путь создает необходимость включения в производственный план целого ряда внеочередных мероприятий с учетом комплекса благоприятных перспектив. В частности, реализация намеченных плановых заданий влечет за собой процесс внедрения и модернизации поэтапного и последовательного развития общества. В частности, новая модель организационной деятельности способствует подготовке и реализации стандартных подходов и тому подобных экспериментов.

Список литературы

- [1] Griffin D.W., Lim J.S. «Multiband excitation vocoder». IEEE ASSP-36 (8), 1988, pp. 1223-1235.
- [2] Griffin D.W., Lim J.S. «Multiband excitation vocoder». IEEE ASSP-36 (8), 1988, pp. 1223-1235.