Вариант 1

$(\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)\overline{(ac + ab + d)}$ = (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$= (\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)\overline{ac}\;\overline{ab}\;\bar{d} =$

$= (\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,\bar{d} =$

Так как

$a + bc = (a + b)(a + c)$

тогда

$= (\bar{c} + bc)(d + bc)(\bar{a} + bc)(\bar{b} + ab)(\bar{c} + ab)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,\bar{d} =$

$= (\bar{c} + b)(\bar{c} + c)(d + b)(d + c)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{b} + b)(\bar{b} + a)(\bar{c} + a)(\bar{c} + b)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,\bar{d} =$

Так как

$\bar{c} + c = 1 \qquad \bar{b} + b = 1$

Тогда

$= (\bar{c} + b)(d + b)(d + c)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{b} + a)(\bar{c} + a)(\bar{c} + b)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,\bar{d} =$

Так как $d\bar{d} = 0$, то $(d + b)\bar{d} = d\bar{d} + b\bar{d} = b\bar{d}$

тогда

$= (\bar{c} + b)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{b} + a)(\bar{c} + a)(\bar{c} + b)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,bc\bar{d} =$

Как было выше можно с помощью b упростить выражение

$= (\bar{c} + b)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{c} + a)(\bar{c} + b)(\bar{a} + \bar{c})a\bar{a}\;bc\bar{d}$ =0

Если идти по пути получения ДНФ, то выражение тоже обращается в 0

$= (\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,\bar{d} =$

$\bar{d}bc(\bar{c}\bar{b} + ab)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b}) =$

$= \bar{d}bca\bar{a}(\bar{a} + \bar{b})$ =0

Данное выражение имеет 16 импликант СКНД и ни одной у СДНФ

Вариант 2

$(\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)\overline{(ac + ab + \bar{d})}$ = (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$= (\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)\overline{ac}\;\overline{ab}\;d =$

$= (\bar{a}\,\bar{c}d + bc)(\bar{c}\bar{b} + ab)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})d =$

Так как

$a + bc = (a + b)(a + c)$

тогда

$= (\bar{c} + bc)(d + bc)(\bar{a} + bc)(\bar{b} + ab)(\bar{c} + ab)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})d =$

$= (\bar{c} + b)(\bar{c} + c)(d + b)(d + c)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{b} + b)(\bar{b} + a)(\bar{c} + a)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,d =$

Так как

$\bar{c} + c = 1 \qquad \bar{b} + b = 1$

Тогда

$= (\bar{c} + b)(d + b)(d + c)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{b} + a)(\bar{c} + a)(\bar{a} + \bar{c})(\bar{a} + \bar{b})\,d =$

$(\bar{c} + a)(\bar{a} + \bar{c}) = c + \bar{a}a = c$

$= (\bar{c} + b)(d + b)(d + c)(\bar{a} + c)(\bar{a} + b)(\bar{b} + a)(\bar{a} + \bar{b})\,cd =$

$\left(\bar{b}+a\right)\left(\bar{a}+\bar{b}\right)=\bar{b}+\bar{a}a=\bar{b}$

$=\left(\bar{c}+b\right)\left(d+b\right)\left(d+c\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\bar{b}\ cd=$

$=\left(\bar{b}\bar{c}+\bar{b}b\right)\left(d+b\right)\left(d+c\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\ cd=$

$=\left(d+b\right)\left(d+c\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\bar{b}\bar{c}\ cd=0$

Вариант 3

$\left(\bar{a}\,\bar{c}d+bc\right)\left(\bar{c}\bar{b}+ab\right)\overline{\left(a\bar{c}+\bar{a}b+\bar{d}\right)}=$ (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d+bc\right)\left(\bar{c}\bar{b}+ab\right)\overline{a\bar{c}}\ \overline{\bar{a}b}\ d=$

$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d+bc\right)\left(\bar{c}\bar{b}+ab\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(a+\bar{b}\right)d=$

Так как

$a+bc=\left(a+b\right)\left(a+c\right)$

тогда

$=\left(\bar{c}+bc\right)\left(d+bc\right)\left(\bar{a}+bc\right)\left(\bar{b}+ab\right)\left(\bar{c}+ab\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(a+\bar{b}\right)d=$

$=\left(\bar{c}+b\right)\left(\bar{c}+c\right)\left(d+b\right)\left(d+c\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\left(\bar{b}+b\right)\left(\bar{b}+a\right)\left(\bar{c}+a\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(a+\bar{b}\right)\ d=$

Так как

$\bar{c}+c=1 \qquad \bar{b}+b=1$

Тогда

$=\left(\bar{c}+b\right)\left(d+b\right)\left(d+c\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\left(\bar{b}+a\right)\left(\bar{c}+a\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(a+\bar{b}\right)\ d=$

Удалим одинаковые

$=\left(\bar{c}+b\right)\left(d+b\right)\left(d+c\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\left(\bar{b}+a\right)\left(\bar{c}+a\right)\ d$

Так как $\left(d+b\right)d=d$, выражение сокращается

$=\left(\bar{c}+b\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\left(\bar{b}+a\right)\left(\bar{c}+a\right)\ d$

и получим КНФ

Дальше или надо добавлять недостающие буквы.

Первая импликанта даст следующее выражение

$\bar{c}+b=\left(\bar{c}+b+a+d\right)\left(\bar{c}+b+a+\bar{d}\right)\left(\bar{c}+b+\bar{a}+d\right)\left(\bar{c}+b+\bar{a}+\bar{d}\right)$

Так следует поступить с каждым членом, а потом исключить одинаковые.

Или воспользоваться таблице1 истинности. Если какой из членов дает ноль, то общее выражение становится тоже нуль. Свободный элемент d позволяет заполнить следующие клеточки

$\left(\bar{c}+b\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(\bar{a}+b\right)\left(\bar{b}+a\right)\left(\bar{c}+a\right)\ d$

Out	0		0		0		0		0		0		0		0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\bar{c}+b\right)$ позволяет добавить два нуля

Out	0		0	0	0		0	0	0		0		0		0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\bar{a}+c\right)$ позволяет добавить два нуля

Out	0		0	0	0		0	0	0	0	0		0	0	0	

a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\bar{a}+b\right)$ позволяет добавить еще один нуля

Out	0		0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\bar{b}+a\right)$ позволяет добавить еще один нуля

Out	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

импликанта $\left(\bar{c}+a\right)$ позволяет добавить ни одного нового нуля. Остальные клетки 1

Out	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
a	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
b	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
c	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
d	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

СКНФ

$$\left(a+b+c+d\right)\left(a+b+\bar{c}+d\right)\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)\left(a+\bar{b}+c+d\right)\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\left(a+\bar{b}+\bar{c}+d\right)$$
$$\left(a+\bar{b}+\bar{c}+\bar{d}\right)\left(\bar{a}+b+c+d\right)\left(\bar{a}+b+c+\bar{d}\right)\left(\bar{a}+b+\bar{c}+d\right)\left(\bar{a}+b+\bar{c}+\bar{d}\right)\left(\bar{a}+b+c+d\right)$$
$$\left(\bar{a}+b+c+\bar{d}\right)\left(\bar{a}+b+\bar{c}+d\right)$$

Получение СДНФ

$\left(\bar{a}\,\bar{c}d+bc\right)\left(\bar{c}\bar{b}+ab\right)\overline{\left(a\bar{c}+\bar{a}b+\bar{d}\right)}=$ (избавляемся от инверсии по теореме Де Моргана)

$$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d+bc\right)\left(\bar{c}\bar{b}+ab\right)\overline{a\bar{c}}\;\overline{\bar{a}b}\;d=$$
$$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d+bc\right)\left(\bar{c}\bar{b}+ab\right)\left(\bar{a}+c\right)\left(a+\bar{b}\right)d=$$
$$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d\bar{c}\bar{b}+bc\bar{c}\bar{b}+\bar{a}\,\bar{c}dab+bcab\right)\left(\bar{a}a+ca+\bar{a}\bar{b}+c\bar{b}\right)d=$$

Так как $d\bar{d}=0$

$$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}+cab\right)\left(ca+\bar{a}\bar{b}+c\bar{b}\right)d=$$
$$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}+cab\right)\left(c\left(a+\bar{b}\right)+\bar{a}\bar{b}\right)d=$$
$$=\left(\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}c\left(a+\bar{b}\right)+cabc\left(a+\bar{b}\right)+\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}\bar{a}\bar{b}+cab\bar{a}\bar{b}\right)d=$$
$$=\left(abc\left(a+\bar{b}\right)+\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}\right)d=$$
$$=\left(abca+abc\bar{b}+\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}\right)d=$$
$$=abcd+\bar{a}\,\bar{c}d\bar{b}$$

В данном случае никаких больше преобразований не требуется. Мы сразу получили СДНФ. Но так бывает редко.