

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\int_0^x e^u du)}{\int_0^x e^{2u} du}$ (17分) §8

2. 求二元函数 $f(x,y) = \frac{x-y^2}{x+y}$ 在 $(0,0)$ 处的二重极限和累次极限 (17分) §11

3. 求下列级数的和 $\sum_{n=1}^{\infty} (\pi)^{\frac{1}{2^n}}$ (17分) §1

4. 求曲线 $x=y^2$ 与 $y=x^2$ 围成的图形面积 (17分)

5. $z = \sin(x+y) + y \cos(x+y)$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ (17分) §12

6. 求 $f(x) = \frac{1}{3+5x-2x^2}$ 在 $x=0$ 的幂级数展开 (8分) §10

7.
$$X_n = \begin{cases} \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx & (n=2k-1) \\ \frac{1}{n} & (n=2k) \end{cases} \quad k=1,2,\dots$$
 §9.

证明: 数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n$ 收敛 (8分)

8. 判断反常积分 $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1-\cos x}{x^p} dx$ 的条件收敛与绝对收敛 (8分) §8.

9. 证明函数 $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点连续且可偏导 但在该点不可微 (15分) §12.

10. 证明: 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} x e^{-nx^2}$ 在 $[0, +\infty)$ 非一致收敛. 在 $[\delta, +\infty)$ ($\delta > 0$) 一致收敛 (10分) §9.

11. 已知 $\int_0^{\infty} [f(x) + f'(x)] \sin x dx = 5$. $f(x) = 0$, 求 $f(0)$. (6分) §8 ???

12. 设 $\begin{cases} x = x(y) \\ z = z(y) \end{cases}$ 是由方程组 $\begin{cases} F(y-x, y-z) = 0 \\ G(xy, \frac{x}{y}) = 0 \end{cases}$ 确定的向量值函数.

512

二元函数与 G 有连续偏导数. 求 $\frac{dx}{dy}$ (10分)