姓名____ 学号____ 班级____ 专业____ 学院 数学与统计____

密 封 线

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	复核人
得分									

得分	阅卷人

一、选择填空题

（每空 2 分共 16 分）

(1) 设A,B,C是三个相互独立的随机事件，且$0<P(C)<1$，则下列四对事件中不一定相互独立的是（ ）.

（A） $\overline{A\cup B}$与C （B） $\overline{AC}$与$\bar{C}$

（C） $\overline{A-B}$与$\bar{C}$ （D） $\overline{AB}$与$\bar{C}$

(2) 在(0, 1)上任取两数, 则两数之和大于 6/5 的概率为（ ）.

（A） 9/25 （B） 8/25

（C） 16/25 （D） 17/25

(3) 设随机变量$X\sim N(2,\sigma^2)$，且 $P(2<X<4)=0.3$，则 $P(X<0)=($).

A. 0.3 B. 0.5 C. 0.2 D. 0.8

(4) 某射击比赛中有 10 只枪, 其中 6 只经过校正, 命中率为 0. 8, 另外 4 只尚未校正, 命中率为 0. 5. 从中任取一只射击, 命中目标的概率为_________；若已知本次射击命中目标, 则该枪经过校正的概率为___________.

(5) 设二维随机向量$(X,Y)\sim N(1,2,2,4,0)$， 则随机变量$Z=2X+Y-3\sim$ ___________.

(6) 设随机变量ξ服从参数为 2 的 Poisson 分布， η服从参数为 4 的 Poisson 分布，则

$E(2\xi^2+3\eta)=$___________.

(7) 设 $X_1,X_2,\ldots,X_n,\ldots$ 是独立同分布的随机变量序列，且 $EX_i=\mu$， $DX_i=\sigma^2$，那么

$\bar{X}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于( ).

A. μ^2 B. σ^2 C. $\mu^2+\sigma^2$ D. $\sigma^2-\mu^2$

得分	阅卷人

二、本题 14 分

在传递信息时发送信号“0”或“1”，而接收的信号**发生错误**的概率为p. 若最初发送信号“0”，求经过n次传递后收到信号“1”的概率，并讨论$n\to\infty$的情况.

三、本题 15 分

得分	阅卷人

设随机变量ξ服从二项分布$B\left(3,\frac{1}{2}\right)$，随机变量$\eta$服从均匀分布U(0,2). 试写出它们的分布函数$F_{\xi}(x)$和$F_{\eta}(x)$，并验证其满足分布函数的三要素：单调性、规范性和左连续性.

得分	阅卷人

四、本题 20 分

随机变量ξ和η的联合概率密度为

$$p(x,y)=\begin{cases}A\,e^{-(2x+2y)}, & x>0, y>0,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

（1） 求常数 A；

（2） 求$P\left(\xi<2\middle|\eta<2\right)$;

（3） 验证ξ和η相互独立;

（4） 求$\zeta=\xi-\eta$的分布.

姓名 学号 班级 专业 数学与统计学院

密 封 线

得分	阅卷人

五、本题 15 分

设$\xi_1,\dots,\xi_n$相互独立，皆服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$. 记标准正态分布的密度函数和分布函数分别为$\varphi(x)$和$\Phi(x)$. 令

$$\eta_1=\min(\xi_1,\dots,\xi_n)，\eta_2=\max(\xi_1,\dots,\xi_n)，\eta_3=\sum_{i=1}^{m}\xi_i-\sum_{i=m+1}^{n}\xi_i, m<n.$$

试分别求出他们的分布.

得分	阅卷人

六、本题 10 分

设市场中有n种证券可以投资，它们的收益率看作随机变量$\xi_1,\dots,\xi_n$，相应的均值、方差和相关系数分别记作$\mu_i,\sigma_i^2,\rho_{ij}$. 记$w_1,\dots,w_n$为$n$种证券的投资比例，请为某**风险厌恶**(不喜欢风险)的投资者确定投资策略，并给出其平均收益率；进一步讨论各证券不相关时的情形.

得分	阅卷人

七、本题 10 分

在 n 次 Bernoulli 试验中事件 A 出现的次数记为 X，试分别用 Chebyshev 不等式和中心极限定理求 n，使得

$$\mathrm{P}\left(\left|\frac{X}{n}-p\right|<\frac{\sqrt{np(1-p)}}{2}\right)=99\%,$$

其中$p=\mathrm{P}(A)$.（标准正态分布函数值：$\Phi(2.33)=0.99,\Phi(2.58)=0.995$）.）