



复习

题型：填空题、
计算分析、计算应用题考察基本方法和基本应用。



考察范围

1: 会写出线性规划的对偶规划, 用单纯形法或对偶单纯形法求解线性规划问题。对于规范形式下的对偶规划, 会利用原规划最优单纯形表求得对偶规划的解; 了解对偶理论以及对偶解的意义。会进行灵敏度分析, 掌握 b , c 变化以及增加新约束的情况。



考察范围

2: 会建立整数线性规划模型; 会用割平面和分支定界法求解纯整数线性规划。



考察范围

3: 了解凸规划的定义, 会判断凸规划, 了解惩罚函数法和障碍函数法的思想, 会写出对应的目标增广函数; 会写出数学规划的K—T条件。掌握非线性规划求解的基本步骤。



考察范围

4：理解最优化原理，会用动态规划方法求解问题，如背包问题，非线性规划问题，资源分配问题等等



考察范围

5:

了解网络分析的基本理论和方法，会求最小树、最短路、最大流和最小割、最小费用流、运输问题等。



考察范围

6: 会画网络计划图, 会求相关时间参数; 了解网络计划可以在哪一方面优化。



考察范围

7: 了解不确定性决策的几种决策准则，会求风险型决策，确定信息的价值，会求效用值。



考察范围

8：掌握矩阵对策平衡局势的定义及充要条件，能够写出求矩阵对策最优混合策略的线性规划，并求解；了解合作对策（博弈）分配的概念、核心、核仁、稳定集的概念以及相互关系。



线性规划部分

作业1

$$\min Z = X_1 + 4X_2$$

$$+ 3X_4 + 2X_2 - X_3 + X_4 \leq 3$$

$$-2X_1 - X_2 + 4X_3 + X_4 \leq 2$$

- 要求: $X_1 \dots X_4 \geq 0$
- 1、写出该问题的对偶规划
- 2、用对偶单纯形法求解该问题



作业2

Ex.(A) 24、用单纯形法直接求极大问题的LP如下：

$$\max Z = 5X_1 + X_2$$

$$+ 2X_3 \quad X_2 + X_3 \leq 6$$

$$6X_1 + X_3 \leq 8$$

$$X_2 + X_3 \leq 2$$

其最优单纯形表如下：

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	RHS
Z	0	X_6	0	0	5/6 7/6	9
X_4	0	1/6	0	1	-1/6 -5/6	3
X_1	1	-1/6	0	0	1/6 -1/6	1
X_3	0	1	1	0	0 1	2



- 要求：
- 1、从表上直接读出该问题对偶问题的最优解和最优值
- 2、使当前基保持最优时，求目标函数中 x_1 的系数 C_1 的取值范围



作业

1、用割平面方法求解：

$$\max S = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 - 4x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \text{全为整数} \end{cases}$$

2、求解下面的背包问题：

$$\max S = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 \leq 7 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, 5 \\ x_1, x_2 \text{为整数} \end{cases}$$

3、教材102页第7题



7. 用分枝定界法求解下面的混合整数线性规划问题：

$$\begin{cases} \max & z = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} & 2x_1 + 3x_2 \leq 14 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2 \geq 0, x_1 \text{ 为整数} \end{cases}$$



作业

• 4 $\max z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$

s.t. $\begin{cases} \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b \\ 0 \leq x_i \leq s_i, i = 1, \boxed{?}, n \end{cases}$

其中系数 a_i, c_i, s_i, b 都为正数且

$\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \boxed{?} \geq \frac{c_n}{a_n}$. 若存在整数 l , 使

$a_1 s_1 + \boxed{?} + a_l s_l \leq b$ 和 $a_1 s_1 + \boxed{?} + a_{l+1} s_{l+1} > b$.

证明: $x^* = (s_1, \boxed{?}, s_l, \frac{b - a_1 s_1 - \boxed{?} - a_l s_l}{a_{l+1}}, 0, \boxed{?}, 0)^T$

为上述问题的最优解.(可利用单纯形表验证)



•例2、一维“背包”问

• 问题：有一徒步旅行者，已知他所能承受的旅行背包的重量不超过 $a(\text{kg})$ 。今有 n 种物品可供他选择装入背包，这 n 种物品分别编号为 $1, 2, \dots, n$ ，其中第 j 种物品的单位重量为 $a_j(\text{kg})$ ，其使用价值为 c_j 。问这位旅行者如何选择这 n 种物品的件数，使总的价值最大？

•其数学模型
为：

$$\begin{aligned} & \max c_1 x_1 + c_2 x_2 + \boxed{?} + c_n x_n \\ & \begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 + \boxed{?} + a_n x_n \leq a \\ x_i \geq 0 \end{cases}, \text{ 整数} \end{aligned}$$



•用动态规划求

解

•分为 n 个阶

段 s_j —旅行者背包中允许装入前 j 种物品的总重

量 u_j —装入第 j 种物品的件

数

• $s_{j-1} = s_j -$

• $f_j(s_j)$ ——允许装入物品的总重量不超过 s_j ，并采用最优策略装前 j 种物品时的(最大)使用价值($j=1,2,\dots,n$)

$$\begin{aligned} & \bullet f_j(s_j) = \max \{ c_j u_j + f_{j-1}(s_j - a_j u_j) \} \\ & \bullet u_j \leq s_j / a_j \\ & \bullet u_j \geq 0, \text{整数} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet f_0(s_0) \\ & = 0 \end{aligned}$$



•例3、二维“背包”问

• 题 旅行者的负重能力为 $a(\text{kg})$,背包容积为 $b(\text{m}^3)$,且各种物品的单重为 a_1, a_2, \dots, a_n ,体积为 b_1, b_2, \dots, b_n ,价值 c_1, c_2, \dots, c_n ,问各种物品各装多少件,才能使装入的价值最大?

•其数学模型

为:

$$\max c_1 x_1 + c_2 x_2 + \boxed{?} + c_n x_n$$

$$\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 + \boxed{?} + a_n x_n \leq a \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 + \boxed{?} + b_n x_n \leq b \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_i \geq 0 \end{cases} \quad \bullet, \text{整数}$$



•用动态规划求

•分解 n 个阶段

• (x_k, y_k) —第 k 个阶段开始留给前 k 种物品的重量和体积

• u_k —装入第 k 种物品的件数

• $x_{k-1} = x_k - a_k u_k$, $y_{k-1} = y_k - b_k u_k$

• $f_k(x_k, y_k)$ 为背包中允许物品总重量不超过 x_k , 且体积不超过 y_k , 装入前 k 种物品的最大价值($j=1, 2, \dots, n$)

• $f_k(x_k, y_k) = \max\{c_k u_k + f_{k-1}(x_k - a_k u_k, y_k - b_k u_k)\}$

• $u_k \leq \min(x_k / a_k, y_k / b_k)$

• $f_0(x_0, y_0) = 0$ • $u_k \geq 0$, 整数



推广：用最优化原理求解某些非线性规划问题.

$$\max F = \sum_{i=1}^n g_i(x_i) \text{ 或者 } \max F = \prod_{i=1}^n g_i(x_i)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \boxed{?} + x_n \leq (=) x_0 \\ x_i \geq 0, i = 1, \boxed{?}, n \end{cases}$$

基本方程：

$$\begin{cases} f_k(y) = \max_{0 \leq x_k \leq y} \{g_k(x_k) + f_{k-1}(y - x_k)\} \\ k = n, n-1, \boxed{?}, 1 \\ f_0(y) = 0, f_1(y) = \max_{0 \leq x_1 \leq y} \{g_1(x_1)\} \end{cases} \quad \begin{cases} f_k(y) = \max_{0 \leq x_k \leq y} \{g_k(x_k) \cdot f_{k-1}(y - x_k)\} \\ k = n, n-1, \boxed{?}, 1 \\ f_0(y) = 1, f_1(y) = \max_{0 \leq x_1 \leq y} \{g_1(x_1)\} \end{cases}$$

注：若目标函数为乘积形式， $g_i(x)$ 应为非负。



练习1

某大学生正在计划如何安排在7天时间里复习4门考试课程。他要求每天只能安排一门功课的复习，每门功课至少复习一天，据他估计，复习第 i 门功课 j 天可提高成绩 a_{ij} , ($i, j = 1, 2, 3, 4$)。用动态规划方法求使其成绩提高最多的复习天数安排计划。要求写出问题的阶段变量，状态变量，决策变量，阶段指标函数，基本方程（递推公式）。



练习2

某公司有资金10 万元，若投资于各项目 ($i=1,2,3$) 的投资额为 x_i 时，效益分别 $g_1(x_1) = 4x_1$, $g_2(x_2) = 9x_2$,

$g_3(x_3) = 2x_3^2$, 问如何分配投资数额才能使总效益最大?

(北京交通大学2005 年管理运筹学考研真题30 分)



练习3

某工厂有100 台机器，拟分四期使用，在每一期都有两种生产任务。根据经验，若把 x_1 台机器投入第一种任务，则在本期结束时将有 $\frac{1}{3}x_1$ 台机器损坏报废。剩下的机器全部投入第二种生产任务，则有 $\frac{1}{10}$ 的机器在期末损坏报废。若干第一种任务时每台机器可获利润10，干第二种任务时每台机器可获利润7，问应如何分配使用机器以使四期的总利润最大（期末剩下的完好机器数量不限）？
(北京交通大学2004 年管理运筹学考研真题25 分)



•作业:

•工序	内容	工时(天)	紧前工序
• A	初步研究	1	/
• B	研究选点	2	A
• C	准备调研方案	4	A
• D	联系调研点	2	B
• E	培训工作人员	3	B,C
• F	准备表格	1	C
• G	实地调研	5	D,E,F
• H	写调研报告	2	G
• I	开会汇总	3	H



作业要求：

- 1、画出网络图，给结点编号。
- 2、给出关键路线，关键工序。
- 3、求出各工序的最早可能开工时间，最早可能完工时间，最早必须开工时间，最晚必须完工时间，机动时间。



● 网络图及其相关参数



