

# 应用回归分析复习提纲

2023 年 12 月 24 日

## 线性模型引论

### 第二章 矩阵论的准备知识

#### 2.1 线性空间

1. 会用矩阵表示线性空间

#### 2.3 幂等方阵

1. 幂等方阵的定义、性质
2. 正交投影阵
3. 对称幂等阵与正交投影阵的关系
4. 正交投影阵的充要条件

#### 2.7 矩阵微商

1. 微商的定义
2. 例 2.7.1
3. 例 2.7.2

例 2.7.1 设  $a, x$  均为  $n \times 1$  向量,  $y = a'x$ , 则  $\frac{\partial y}{\partial x} = a$ .

例 2.7.2 设  $A_{n \times n}$  对称,  $x_{n \times 1}$ ,  $y = x'Ax$ , 则  $\frac{\partial y}{\partial x} = 2Ax$ .

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial (x_i^2 \cdot a_{ii} + \sum_{j \neq i} a_{ij} x_i x_j)}{\partial x_i} = 2a_{ii} x_i + \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j$$

### 第三章 多元正态分布

#### 3.1 均值向量与协方差矩阵

1. 均值向量的定义、性质
2. 协方差矩阵的定义、性质

$$E(X'AX) = \mu' A \mu + \text{tr}(A \Sigma)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$(n-1)S^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad ①$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \mathbf{1}_n' \mathbf{x}$$

$$\mathbf{x} - \bar{x} \mathbf{1}_n = \mathbf{x} - \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n' \mathbf{x}$$

$$= \mathbf{x} - \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n' \mathbf{x}$$

$$= (\mathbf{E} - \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n') \mathbf{x}$$

$$① = (\mathbf{C} \mathbf{x})' \mathbf{C} \mathbf{x}$$

$$= \mathbf{x}' \mathbf{C} \mathbf{x}$$

$$= \checkmark$$

### 3.2 随机向量的二次型

1. 会证明随机向量二次型的期望公式
2. 会用上述公式求随机向量二次型的期望
3. 会用上述公式证明样本方差是总体方差的无偏估计

### 3.3 正态随机向量

1. 多元正态分布的几个等价定义
  - 密度定义
  - 许宝騄定义
  - 特征函数定义
  - 一元线性变换定义
2. 会求正态向量的线性变换的分布
3. 正态向量的边际分布
4. 正态向量的子向量独立的充要条件

### 3.4 正态变量的二次型

1.  $\chi^2$  分布的定义、性质
2. 正态变量的二次型服从  $\chi^2$  分布的充要条件

### 3.5 正态变量的二次型与线性型的独立性

1. 正态变量的二次型与线性型独立的充分条件
2. 正态变量的两个二次型独立的充要条件

$$A\mathbf{B} = \mathbf{0}$$

$$A \Sigma A = \mathbf{0}$$

## 第四章 参数估计

### 4.1 最小二乘估计

1. 最小二乘估计的推导过程
2. 会证明和应用 Gauss-Markov 定理
3. 会证明  $\sigma^2$  的最小二乘  $\hat{\sigma}^2$  是  $\sigma^2$  的无偏估计
4. 会证明和应用定理 4.1.4
5. 会应用定理 4.1.5 的结论求相关参数的 UMVUE

$\hat{\beta}$  是  $\beta$  的 BLUE

$\Rightarrow \exists a'y$

s.t.  $E(a'y) = \beta$

$\Rightarrow a'E(y) = \beta$

$a'X = c$

$\text{var}(a'y)$

$= a' \sigma^2 E a$

$= \sigma^2 a' E a$

$\text{var}(\hat{\beta}) = C \sigma^2 X' X^{-1} C'$

$= \sigma^2 a' X X' X^{-1} X' a$

#### 4.2 约束最小二乘估计

1. 约束最小二乘估计的原理和性质

#### 4.2 广义最小二乘估计

1. 广义最小二乘估计的原理和性质
2. 会求加权最小二乘估计

### 第五章 假设检验及其它

#### 5.1 线性假设的检验

1. 会推导线性假设的似然比统计量
2. 会证明定理 5.1.1
3. 会应用定理 5.1.1 对特定线性假设问题进行检验
4. 例 5.1.1

#### 5.2 置信椭球与置信区间

1. 会求  $H\beta$  的置信椭球
2. 会求  $c'\beta$  的置信区间

#### 5.3 预测

给定自变量的新的观测值,

1. 会求对应的因变量的均值的最小二乘估计和置信区间
2. 会求对应的因变量的预测值和预测区间

### 第六章 线性回归模型

#### 6.1 最小二乘估计

1. 定理 6.1.1
2. 一般回归方程、中心化回归方程、标准化回归方程的参数的最小二乘估计的关系
3. 简单线性回归的参数估计 (例 5.3.1)

#### 6.2 回归方程和回归系数的检验

1. 会检验回归方程的显著性
2. 会检验回归系数的显著性

#### 6.4 回归诊断

##### 1. 残差的性质



### 例解回归分析

## 第2章 简单线性回归

1. 最小二乘估计
2. 假设检验
3. 置信区间
4. 预测
5. 拟合效果的度量: 决定系数

## 第3章 多元线性回归

##### 1. 最小二乘估计

##### 2. 估计的性质

##### 3. 复相关系数

##### 4. 单个回归系数的推断

##### 5. 线性模型中的假设检验



## 第4章 回归诊断

1. 残差及其性质
2. 杠杆值及其性质
3. 标准化残差 (内学生化残差)

## 第5章 定性预测变量

1. 会用示性变量表示定性 (或分类) 变量
2. 会解释含有示性变量的回归方程中回归系数或系数组合的含义