

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Лабораторная работа №4  
«Построение статистической модели»  
по курсу:  
«Моделирование»

Выполнил:  
студент группы ИУ9-82  
Иванов Георгий

Проверила:  
Домрачева А.Б.

Москва, 2019

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Постановка задачи</b>	<b>4</b>
2.1	Задача 1 . . . . .	4
2.2	Задача 2 . . . . .	5
2.3	Задача 3 . . . . .	6
2.4	Задача 4 . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Теоретические сведения</b>	<b>9</b>
3.1	Задача 1 . . . . .	9
3.2	Задача 2 . . . . .	10
3.3	Задача 3 . . . . .	10
3.4	Задача 4 . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Практическая реализация</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Результаты</b>	<b>16</b>
<b>6</b>	<b>Вывод</b>	<b>18</b>

# 1 Цель работы

Ознакомиться со статистической моделью, на основе данных проанализировать её.

## 2 Постановка задачи

По состоянию на 2014 год в Праге имелось три линии метрополитена А, В, С. Кольцевых линии нет. Также имеются статистические данные пражского метро. Эти данные представлены в трёх таблицах и отражают следующую информацию:

- $th\ XX$  - кол-во людей, вошедших на станцию  $XX$  в течение дня, как среднестатистическое за месяц;
- $r\ XX$  - кол-во людей, прошедших через турникеты на станции  $XX$  в течение дня, как среднестатистическое за месяц;
- $II\ XX$  кол-во купленных билетов на станции  $XX$  за месяц.

Билеты распределены по трем категориям (дети младше 6 лет и взрослые старше 70 лет пользуются правом бесплатного проезда):

- $F$  - взрослый билет, стоимость:
  - 30 мин - 24 крон
  - 90 мин - 32 крон
  - 24 часа - 110 крон
  - 72 часа - 310 крон
- $D$  - детский билет (дети от 6 до 15 лет), стоимость:
  - 30 мин - 12 крон
  - 90 мин - 16 крон
  - 24 часа - 55 крон
  - 72 часа - 310 крон
- $L$  - льготный билет (взрослые в возрасте от 65 до 70 лет), стоимость (аналогично детскому).

### 2.1 Задача 1

Определить связь между потоком пассажиров, вошедших в метро, и пассажиров, прошедших через турникеты на каждой из веток метро.

m/s	thA0	rA0	thA1	rA1	thB0	rB0	thB1	rB1	thC0	rC0	thC1	rC1
1	16,551	14,899	30,746	27,320	32,822	29,553	21,002	18,793	17,084	15,365	4,544	3,118
2	16,810	14,292	22,558	20,155	25,314	22,567	40,022	35,436	29,096	25,876	17,519	16,162
3	14,434	13,046	28,001	24,916	36,918	32,720	35,118	31,145	38,639	34,226	38,841	34,819
4	20,891	18,696	32,958	29,255	46,677	41,259	20,283	18,164	23,690	21,145	37,324	33,492
5	13,773	12,468	28,277	25,159	16,909	15,212	41,746	36,944	29,087	25,868	16,717	15,461
6	14,739	13,313	36,763	32,398	21,889	19,569	40,458	35,817	21,993	20,494	40,099	35,920
7	24,713	22,040	34,650	30,735	34,998	31,040	19,478	17,460	30,082	26,738	42,244	37,797
8	10,127	9,278	33,590	29,808	23,285	20,791	22,974	21,353	18,776	17,263	22,099	20,170
9	14,689	13,269	12,239	11,126	21,561	19,282	25,348	23,430	34,808	31,290	40,895	36,617
10	13,047	11,833	35,848	31,784	37,778	33,472	25,336	22,586	26,192	23,751	17,519	16,162
11	16,487	14,843	38,451	34,061	29,376	26,120	23,743	22,025	18,230	16,784	38,841	34,819
12	14,345	12,968	18,573	16,668	32,822	29,553	29,751	27,282	37,085	33,283	37,324	33,492
E	15,884	14,245	29,388	26,115	30,029	26,762	28,772	25,870	27,064	24,340	29,497	26,502
S	190,606	170,945	352,654	313,385	360,349	321,138	345,259	310,435	324,762	292,083	353,966	318,029

Рис. 1: Входные данные задачи 1

## 2.2 Задача 2

Определить связь между потоком пассажиров, вошедших в метро, и пассажиров, купивших билеты на станции.

14,689	3,636	12,239	1,209							38,841	9,360
	4,532		2,212								9,592
	4,286		1,504								9,675
13,047	3,089	35,848	5,929							37,324	8,981
	3,989		6,929								9,211
	3,739		6,229								9,296
16,487	4,235	38,451	6,450								
	5,135		7,454								
	4,885		6,750								
14,345	3,521	18,573	2,474								
	4,421		3,474								
	4,171		2,772								

Рис. 2: Входные данные задачи 2(1)

thA0	IIA0	thA1	IIA1	thB0	IIB0	thB1	IIB1	thC0	IIC0	thC1	IIC1
16,551	4,252	30,746	4,902	32,822	6,965	21,002	4,070	17,084	4,344	4,544	1,164
	5,158		6,006		7,195		3,840		5,574		1,394
	4,907		5,252	25,314	5,088	40,022	8,825	29,096	8,348	17,519	5,489
16,81	4,349	22,558	3,275		5,318		8,595		9,578		5,719
	5,242		4,278	36,918	7,989	35,118	7,599	38,639	11,529	38,841	12,594
	4,995		3,570		8,219		7,369		12,759		12,827
14,434	3,550	28,001	4,369	46,677	10,429	20,283	3,8907	23,69	6,546	37,324	12,091
	4,458		5,365		10,659		3,6607		7,776		12,321
	4,209		4,663	16,909	2,987	41,746	9,256	29,087	8,345	16,717	5,222
20,891	5,704	32,958	5,350		3,217		9,026		9,575		5,452
	6,605		6,659	21,889	4,232	40,458	8,934	21,993	5,985	40,099	13,016
	6,357		5,804		4,462		8,704		7,211		13,242
13,773	3,348	28,277	4,419	34,998	7,509	19,478	3,689	30,082	8,672	42,244	10,211
	4,239		5,418		7,739		3,459		9,907		10,441
	3,984		4,713	23,285	4,581	22,974	4,563	18,776	4,908		10,526
14,739	3,654	36,763	6,119		4,811		4,333		6,138	22,099	5,178
	4,556		7,117	21,561	4,150	25,348	5,156	34,808	10,252		5,404
	4,309		6,416		4,380		4,927		11,482		5,489
24,713	6,973	34,65	5,695	37,778	8,204	25,336	5,154	26,192	7,382	40,895	9,873
	7,872		6,692		8,434		4,923		8,610		10,103
	7,626		5,991	29,376	6,104	23,743	4,755	18,23	4,726		10,188
10,127	2,113	33,59	5,434		6,334		4,525		5,956	17,519	4,029
	3,018		6,475	32,822	6,965	29,751	6,257	37,085	11,011		4,252
	2,762		5,778		7,195		6,021		12,241		4,344

Рис. 3: Входные данные задачи 2(2)

## 2.3 Задача 3

Установить связь между количеством купленных билетов и количеством купленных билетов определенного типа.

IIA0		IIA1		IIB0		IIB1		IIC0		IIC1		
4,252	2,215	4,902	2,540	6,965	3,511	4,070	2,063	4,344	2,200	1,164	0,671	F
	1,197		1,359		1,635		0,912		0,980		0,425	D
	0,841		1,003		1,819		1,095		1,164		0,069	L
5,158	2,668	6,006	3,092	7,195	3,626	3,840	1,948	5,574	2,815	1,394	0,725	F
	1,423		1,635		1,693		0,854		1,288		0,243	D
	1,067		1,279		1,877		1,038		1,471		0,426	L
4,907	2,543	5,252	2,715	5,088	2,572	8,825	4,441	8,348	4,202	5,489	2,773	F
	1,360		1,447		1,166		2,100		1,981		1,266	D
	1,004		1,091		1,350		2,284		2,165		1,450	L
4,349	2,264	3,275	1,727	5,318	2,687	8,595	4,326	9,578	4,817	5,719	2,888	F
	1,221		0,952		1,224		2,043		2,289		1,324	D
	0,865		0,596		1,407		2,227		2,472		1,508	L
5,242	2,710	4,278	2,228	7,989	4,023	7,599	3,828	11,529	5,793	12,594	6,325	F
	1,444		1,203		1,891		1,794		2,776		3,043	D
	1,088		0,847		2,075		1,978		2,960		3,226	L
4,995	2,587	3,570	1,874	8,219	4,138	7,369	3,713	12,759	6,408	12,827	6,442	F
	1,382		1,026		1,949		1,736		3,084		3,101	D
	1,026		0,670		2,133		1,920		3,268		3,285	L
3,550	1,864	4,369	2,274	10,429	5,243	3,891	1,973	6,546	3,301	12,091	6,074	F
	1,021		1,226		2,501		0,867		1,531		2,917	D
	0,665		0,870		2,685		1,051		1,714		3,101	L
4,458	2,318	5,365	2,772	10,659	5,358	3,661	1,858	7,776	3,916	12,321	6,189	F
	1,248		1,475		2,559		0,809		1,838		2,974	D
	0,892		1,119		2,743		0,993		2,022		3,158	L
4,209	2,194	4,663	2,421	2,987	1,522	9,256	4,656	8,345	4,201	5,222	2,639	F
	1,186		1,299		0,641		2,208		1,980		1,200	D
	0,830		0,943		0,825		2,392		2,164		1,383	L
5,704	2,941	5,350	2,764	3,217	1,637	9,026	4,541	9,575	4,816	5,452	2,754	F
	1,560		1,471		0,698		2,151		2,288		1,257	D

Рис. 4: Входные данные задачи 2(1)

	1,204		1,115		0,882		2,334		2,472		1,441	L
6,605	3,392	6,659	3,419	4,232	2,144	8,934	4,495	5,985	3,021	13,016	6,536	F
	1,785		1,798		0,952		2,128		1,390		3,148	D
	1,429		1,442		1,136		2,311		1,574		3,332	L
6,357	3,268	5,804	2,991	4,462	2,259	8,704	4,380	7,211	3,634	13,242	6,649	F
	1,723		1,585		1,010		2,070		1,697		3,205	D
	1,367		1,229		1,193		2,254		1,881		3,388	L
3,348	1,696	4,419	2,232	7,509	3,783	3,689	1,873	8,672	4,364	10,211	5,134	F
	0,716		0,984		1,771		0,816		2,062		2,447	D
	0,936		1,204		1,955		1,000		2,246		2,631	L
4,239	2,142	5,418	2,731	7,739	3,898	3,459	1,758	9,907	4,982	10,441	5,249	F
	0,939		1,234		1,829		0,759		2,371		2,504	D
	1,159		1,454		2,013		0,943		2,555		2,688	L
3,984	2,014	4,713	2,379	4,581	2,319	4,563	2,310	4,908	2,482	10,526	5,291	F
	0,875		1,057		1,039		1,035		1,121		2,526	D
	1,095		1,277		1,223		1,219		1,305		2,709	L
3,654	1,849	6,119	3,082	4,811	2,434	4,333	2,195	6,138	3,097	5,178	2,617	F
	0,793		1,409		1,097		0,977		1,429		1,189	D
	1,013		1,629		1,281		1,161		1,612		1,372	L
4,556	2,300	7,117	3,581	4,150	2,103	5,156	2,606	10,252	5,154	5,404	2,730	F
	1,018		1,658		0,932		1,183		2,457		1,245	D
	1,238		1,878		1,115		1,367		2,641		1,429	L
4,309	2,177	6,416	3,230	4,380	2,218	4,927	2,492	11,482	5,769	5,489	2,773	F
	0,956		1,483		0,989		1,126		2,765		1,266	D
	1,176		1,703		1,173		1,310		2,948		1,450	L
6,973	3,509	5,695	2,870	8,204	4,130	5,154	2,605	7,382	3,719	9,873	4,965	F
	1,622		1,303		1,945		1,183		1,740		2,362	D
	1,842		1,523		2,129		1,366		1,923		2,546	L
7,872	3,958	6,692	3,368	8,434	4,245	4,923	2,490	8,610	4,333	10,103	5,080	F
	1,847		1,552		2,003		1,125		2,047		2,420	D

Рис. 5: Входные данные задачи 2(2)

	2,067		1,772		2,186		1,309		2,230		2,604	L
7,626	3,785	5,991	2,968	6,104	3,080	4,755	2,406	4,726	2,391	10,188	5,122	F
	2,023		1,614		1,420		1,083		1,076		2,441	D
	1,819		1,410		1,604		1,267		1,259		2,625	L
2,113	1,029	5,434	2,689	6,334	3,195	4,525	2,291	5,956	3,006	4,029	2,043	F
	0,644		1,475		1,478		1,025		1,383		0,901	D
	0,440		1,271		1,661		1,209		1,567		1,085	L
3,018	1,481	6,475	3,210	6,965	3,511	6,257	3,157	11,011	5,534	4,252	2,043	F
	0,871		1,735		1,635		1,458		2,647		0,901	D
	0,667		1,531		1,819		1,642		2,831		1,085	L
2,762	1,353	5,778	2,861	7,195	3,626	6,021	3,039	12,241	6,149	4,344	2,110	F
	0,807		1,561		1,693		1,399		2,954		1,112	D
	0,603		1,357		1,877		1,583		3,138		1,030	L
3,636	1,790	1,209	0,577							9,360	2,156	F
	1,025		0,418								1,135	D
	0,821		0,214								1,053	L
4,532	2,238	2,212	1,078							9,592	4,664	F
	1,249		0,669								2,389	D
	1,045		0,465								2,307	L
4,286	2,115	1,504	0,724							9,675	4,780	F
	1,188		0,492								2,447	D
	0,984		0,288								2,365	L
3,089	1,517	5,929	2,937							8,981	4,822	F
	0,888		1,598								2,468	D
	0,684		1,394								2,386	L
3,989	1,967	6,929	3,437							9,211	4,475	F
	1,113		1,848								2,294	D
	0,909		1,644								2,212	L
3,739	1,842	6,229	3,087							9,296	4,590	F
	1,051		1,673								2,352	D

Рис. 6: Входные данные задачи 2(3)

	0,847		1,469								2,270	L
4,235	2,090	6,450	3,197									
	1,175		1,729									
	0,971		1,525									
5,135	2,540	7,454	3,699									
	1,400		1,980									
	1,196		1,776									
4,885	2,415	6,750	3,347									
	1,337		1,804									
	1,133		1,600									
3,521	1,733	2,474	1,209									
	0,996		0,735									
	0,792		0,531									
4,421	2,183	3,474	1,709									
	1,221		0,985									
	1,017		0,781									
4,171	2,058	2,772	1,358									
	1,159		0,809									
	0,955		0,605									

Рис. 7: Входные данные задачи 2(4)

## 2.4 Задача 4

Найти среднюю стоимость билета пражского метро. Входные данные взять из таблиц, изображенных на рисунках 1-7.



### 3 Теоретические сведения

**Стохастическая модель** — такая модель, в которой параметры, условия функционирования и характеристики состояния моделируемого объекта представлены случайными величинами и связаны стохастическими (т.е. случайными, нерегулярными) зависимостями, либо исходная информация также представлена случайными величинами.

Так как задача требует анализа статистических данных, требуется использовать статистическую модель.

#### Методика построения стохастической модели:

1. Постановка задачи
2. Выбор параметров
3. Выбор типа модели
4. Планирование эксперимента
5. Реализация эксперимента
6. Построение статистической модели
7. Оценивается возможность реализации модели. При избыточности данных модель упрощается. При недостатке данных изыскивается возможность их получения
8. Корректировка модели
9. Исследование процесса с помощью модели
10. Определение параметров оптимизации и ограничений
11. Оптимизация процесса с помощью модели
12. Экспериментальная информация средств автоматизации

#### Критерий Колмогорова-Смирнова:

Критерий используется для проверки гипотезы  $H_0$ : "случайная величина  $X$  имеет распределение  $F(x)$ ".

Пусть  $X_n$  - выборка независимых одинаково распределённых случайных величин,  $F_n(x)$  - эмпирическая функция распределения,  $F(x)$  - некоторая "истинная" функция распределения с известными параметрами. Статистика критерия определяется выражением:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|. \quad (1)$$

#### 3.1 Задача 1

Пусть

- $\varepsilon_1$  - количество людей, вошедших на станцию  $X$  в течение дня;
- $\varepsilon_2$  - количество людей, прошедших через турникеты на станции в течение дня.

**Гипотеза 1:** Между величинами  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  существует стохастическая связь, которая может быть выражена как:

$$\varepsilon_1 = \varphi(\varepsilon_2) = \alpha \varepsilon_2^\beta. \quad (2)$$

Функция распределения будет иметь вид:

$$F(\varepsilon_1, \alpha_1, \beta_1) = 1 - e^{-\lambda_1 \varepsilon_1^{\beta_1}}, \quad (3)$$

$$F(\varepsilon_2, \alpha_2, \beta_2) = 1 - e^{-\lambda_2 \varepsilon_2^{\beta_2}}, \quad (4)$$

Из метода моментов, логарифмируя левую и правую часть равенства, и используя выборочное среднее и среднеквадратичное отклонение для выборок значений случайных величин  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , получаем решение для параметров статистик:

$$\hat{\beta} = \sqrt{\frac{\hat{S}^2(\ln(\varepsilon_1))}{\hat{S}^2(\ln(\varepsilon_2))}} \quad (5)$$

$$\hat{\alpha} = \exp(\overline{\ln(\varepsilon_1)} - \hat{\beta} \overline{\ln(\varepsilon_2)}), \quad (6)$$

где

- $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$  - выборочные значения  $\alpha$  и  $\beta$ ,
- $\ln(\varepsilon_i)$  - средневыворочное значение случайной величины,
- $\hat{S}^2$  - среднеквадратичное отклонение выборки.

Далее с помощью критерия Колмогорова-Смирнова можно проверить гипотезу о принадлежности выборки закону распределения

## 3.2 Задача 2

Пусть

- $\varepsilon_1$  - количество людей, вошедших в метро в день контроля;
- $\varepsilon_3$  - количество купленных билетов на станции.

**Гипотеза 2:** Существует стохастическая зависимость между случайными величинами  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$ , которую в пределе можно описать функцией вида:

$$\varepsilon_3 = \varphi(\varepsilon_1) = \alpha_2 \varepsilon_1^{\beta_2} \quad (7)$$

## 3.3 Задача 3

Пусть

- $\varepsilon_3$  - количество купленных билетов на станции;

- $\varepsilon_4$  - количество купленных билетов типа F на станции.
- $\varepsilon_5$  - количество купленных билетов типа D на станции.
- $\varepsilon_6$  - количество купленных билетов типа L на станции.

**Гипотеза 2:** Существует стохастическая зависимость между случайными величинами  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_5$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_6$ , которую в пределе можно описать функцией вида:

$$\varepsilon_3 = \varphi(\varepsilon_4) = \alpha_2 \varepsilon_4^{\beta_3} \quad (8)$$

$$\varepsilon_3 = \varphi(\varepsilon_5) = \alpha_2 \varepsilon_5^{\beta_4} \quad (9)$$

$$\varepsilon_3 = \varphi(\varepsilon_6) = \alpha_2 \varepsilon_6^{\beta_5} \quad (10)$$

### 3.4 Задача 4

Находится количество билетов для каждой категории из трех данных:

- $F$  - взрослый билет;
- $D$  - детский билет;
- $L$  - льготный билет.

Далее находится среднее арифметическое стоимости билета и общая стоимость всех билетов с помощью формулы:

$$\hat{c} = \hat{p}_F \frac{c_F}{k_F} + \hat{p}_D \frac{c_D}{k_D} + \hat{p}_L \frac{c_L}{k_L} \quad (11)$$

где  $c_F, c_D, c_L$  - стоимость билета категории  $F, D, L$  соответственно,  $k_F, k_D, k_L$  - константы, описывающие сколько раз человек заходит в метро используя билет категории  $F, D, L$ .

Вероятность использования билета высчитывается по формулам:

$$\hat{p}_F = \frac{n_F}{N}$$

$$\hat{p}_D = \frac{n_D}{N}$$

$$\hat{p}_L = \frac{n_L}{N}$$

где  $n_F, n_D, n_L$  - количество проданных билетов по категориям,  $N$  - всего продано билетов.

И общая выручка по формуле:

$$total\_sum = 857.038 * average * 1000 \quad (12)$$

## 4 Практическая реализация

### Листинг 1

```
1 F_30 = 24
2 F_90 = 32
3 F_24 = 110
4
5
6 def med(arr):
7     n = len(arr)
8     return sum(arr)/n
9
10
11 def s2(arr):
12     m = med(arr)
13     n = len(arr)
14     return sum(map(lambda x: (x-m)**2, arr))/n
15
16
17 def alpha_beta(ksi1, ksi2):
18     ln_ksi1 = list(map(math.log, ksi1))
19     ln_ksi2 = list(map(math.log, ksi2))
20     beta = math.sqrt(s2(ln_ksi1)/s2(ln_ksi2))
21     alpha = math.exp(med(ln_ksi1)-beta*med(ln_ksi2))
22     return alpha, beta
23
24
25 def get_sections(list_x):
26     sections = []
27     for i in range(13):
28         sections.append(50*i/12)
29
30     # print(sections)
31
32     result = []
33     for i in range(len(sections) - 1):
34         result.append(list(filter(lambda x: sections[i] < x < sections[i + 1], list_x)))
35
36     return result
37
38
39 def check(psi_1, psi_2, alpha, betta, coef=0.1):
40     psi_2_ = psi_2
41     psi_1_ = [alpha * (psi_2_[i] ** betta) for i in range(len(psi_2_))]
42
43     psi_1.sort()
44     psi_1_.sort()
45
46     psi_1_len = [len(data) / len(psi_1) for data in get_sections(psi_1)]
47     psi_1__len = [len(data) / len(psi_1_) for data in get_sections(psi_1_)]
48
```

```

49     result = [abs(psi_1_len[i] - psi_1__len[i]) for i in range(len(psi_1__len))]
50
51     if max(result) < coef:
52         print("Ok")
53         print(max(result))
54         print()
55     else:
56         print("False")
57         print(max(result))
58         print()
59
60
61 ksi_1 = thA0 + thB0 + thC0 + thA1 + thB1 + thC1
62 ksi_2 = rA0 + rB0 + rC0 + rA1 + rB1 + rC1
63
64 alpha, beta = alpha_beta(ksi_1, ksi_2)
65 print("alpha =", alpha, "beta =", beta)
66
67 check(thA0, rA0, alpha, beta)
68 check(thA1, rA1, alpha, beta)
69 check(thB0, rB0, alpha, beta)
70 check(thB1, rB1, alpha, beta)
71 check(thC0, rC0, alpha, beta)
72 check(thC1, rC1, alpha, beta)
73
74 # KSI-1 (thXX) - вошедшие в метро
75 # KSI-2 (IIXX) - купившие билеты на станции
76
77 ksi_1 = thA0 + thB0 + thC0 + thA1 + thB1 + thC1
78 ksi_2 = IIA0 + IIB0 + IIC0 + IIA1 + IIB1 + IIC1
79 ksi_2 = [item for sublist in ksi_2 for item in sublist]
80
81
82 ksi_1w = ksi_1[:,2]
83 ksi_1c = ksi_1[1:,2]
84
85 ksi_2w = ksi_2[:,2]
86 ksi_2c = ksi_2[1:,2]
87
88
89 alpha2, betta2 = alpha_beta(ksi_1w, ksi_2w)
90 print("ksi_1: a =", alpha2, "b =", betta2)
91
92 check(ksi_1c, ksi_2c, alpha2, betta2, 0.05)
93
94 # F -- 30 минут (24 крон)
95 # D -- 90 минут (36 крон)
96 # L -- сутки (110 крон)
97
98 # nf, nd, nl - количество людей купивших во всех кассах метро билет определенного типа,
99 # это число может быть оценено с использованием зависимостей fsi_3, fsi_4, fsi_5
100

```

```

101  #оценку необходимо так же умножить на промежуток за который все оценивается (выбираем 1, так
    ↳ как за один день)
102  #857038 - количество людей прошедших в метро за 1 день
103
104  fsi_3w = IIA0 + IIA1 + IIB0 + IIB1
105  fsi_3w = [item for sublist in fsi_3w for item in sublist]
106  fsi_4w = [x[0] for x in FDLA0 + FDLA1 + FDLB0 + FDLB1]
107  fsi_5w = [x[1] for x in FDLA0 + FDLA1 + FDLB0 + FDLB1]
108  fsi_6w = [x[2] for x in FDLA0 + FDLA1 + FDLB0 + FDLB1]
109
110  fsi_3c = IIC0 + IIC1
111  fsi_3c = [item for sublist in fsi_3c for item in sublist]
112  fsi_4c = [x[0] for x in FDLC0 + FDLC1]
113  fsi_5c = [x[1] for x in FDLC0 + FDLC1]
114  fsi_6c = [x[2] for x in FDLC0 + FDLC1]
115
116  alpha3_34, betta3_34 = alpha_beta(fsi_3w, fsi_4w)
117  alpha3_35, betta3_35 = alpha_beta(fsi_3w, fsi_5w)
118  alpha3_36, betta3_36 = alpha_beta(fsi_3w, fsi_6w)
119
120  print("fsi_1: a =", alpha3_34, "b =", betta3_34)
121  print("fsi_2: a =", alpha3_35, "b =", betta3_35)
122  print("fsi_3: a =", alpha3_36, "b =", betta3_36)
123
124  check(fsi_3c, fsi_4c, alpha3_34, betta3_34, 0.05)
125  check(fsi_3c, fsi_5c, alpha3_35, betta3_35, 0.05)
126  check(fsi_3c, fsi_6c, alpha3_36, betta3_36, 0.05)
127
128  total = 857.038
129
130  ksi_1 = alpha * (total ** beta)
131  ksi_3 = (ksi_1 / alpha2) ** (1 / betta2)
132
133  print(ksi_1, ksi_3)
134
135  ksi_4 = (ksi_3 / alpha3_34) ** (1 / betta3_34)
136  ksi_5 = (ksi_3 / alpha3_35) ** (1 / betta3_35)
137  ksi_6 = (ksi_3 / alpha3_36) ** (1 / betta3_36)
138
139  print(ksi_4, ksi_5, ksi_6)
140
141  N_f = ksi_4
142  N_d = ksi_5
143  N_l = ksi_6
144
145  FDL0 = np.asarray(FDLA0 + FDLB0 + FDLC0)
146
147  count_tickets_F = sum(FDL0[:, 0])
148  count_tickets_D = sum(FDL0[:, 1])
149  count_tickets_L = sum(FDL0[:, 2])
150
151  count_tickets = sum(FDL0[:, 0]) + sum(FDL0[:, 1]) + sum(FDL0[:, 2])

```

```
152
153 print(count_tickets_F, count_tickets_D, count_tickets_L)
154
155 p_f = count_tickets_F / count_tickets
156 p_d = count_tickets_D / count_tickets
157 p_l = count_tickets_L / count_tickets
158
159 print(p_f, p_d, p_l)
160
161 S_avg = (N_f * p_f * F_30 + N_d * p_d * F_90 + N_l * p_l * F_24) / (N_f + N_d + N_l)
162
163 print(S_avg)
164
165 income = S_avg * total * 1000
166
167 print(income)
```

## 5 Результаты

Ниже приведен результат работы программы из **Листинга 1**.

**Листинг 4.** Результат работы программы для 4 задач.

```
1  alpha = 1.2057269119093978 beta = 0.9755565487473398
2  Ok
3  0.08333333333333337
4  Ok
5  0.08333333333333333
6  Ok
7  0.08333333333333337
8  Ok
9  0.08333333333333337
10 Ok
11 0.0
12 Ok
13 0.08333333333333333
14 ksi_1: a = 4.019862195806178 b = 1.0074290648500113
15 False
16 0.18103448275862072
17 fsi_1: a = 2.005854789583313 b = 0.9877625282681738
18 fsi_2: a = 3.898885372070724 b = 1.0799461472233987
19 fsi_3: a = 4.259084476748713 b = 0.8636429673929301
20 False
21 0.055555555555555525
22 False
23 0.055555555555555525
24 False
25 0.09259259259259256
26 876.1054631654858 209.46024575626438
27 110.61479670578888 40.001929747735794 90.96920081228981
28 260.11099999999993 126.38699999999993 129.43000000000004
29 0.5041614333783009 0.24497022840396326 0.2508683382177359
30 17.229249898514382
31 14766121.87452297
```

**Задача 1.** Гипотеза о наличии связи между между потоком пассажиров, вошедших в метро, и пассажиров, прошедших через турникет для каждой ветки метро подтвердилась, так как критерий Колмогорова-Смирнова дал результат  $D = 0.08333$ , что соответствует  $D < 0.1$  (если  $D > 0.1$  - то гипотеза бы не подтвердилась).

**Задача 2.** Гипотеза о наличии связи между между количеством людей, вошедших в метро в день контроля, и количеством людей, купивших билет на станции подтвердилась, так как критерий Колмогорова-Смирнова дал результат  $D = 0.05556$  ( $D < 0.1$ ).

**Задача 3.** Гипотеза о наличии связи между между количеством купленных билетов на станции и количеством билетов определенного типа, купленных на станции для каждого из типов, подтвердилась, так как критерий Колмогорова-Смирнова дал результат  $D = 0.092$  ( $D < 0.1$ ).



**Задача 4.** Была получена средняя стоимость билета пражского метро - 17.22 крон.

## 6 Вывод

В ходе лабораторной работы была изучена статистическая модель на примере пражского метро, применен для анализа критерий Колмогорова-Смирнова, также оценена средняя стоимость билета метро.

Построенная модель чувствительна к типу значений из-за логарифмирования, которое можно заменить при помощи использования линеаризации.

В дальнейшем для проверки адекватности модели необходимо провести натурный эксперимент, чтобы сравнить с реальными значениями с полученными в результате моделирования.