

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования Московский
государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Лабораторная работа №1
«Исследование экстремальных задач»
по курсу
«Методы оптимизации»

Студент группы ИУ9-82

Иванов Г.М

Преподаватель

Каганов Ю.Т.

Москва, 2019

Contents

1	Цель работы	3
2	Постановка задачи	4
2.1	Задание 1	4
2.2	Задание 2	4
2.3	Задание 3	4
3	Исследование	5
3.1	Задание 1	5
3.2	Задание 2	6
3.3	Задание 3	7

1 Цель работы

1. Знакомство с основными понятиями экстремальных задач.
2. Исследование типов экстремумов для задач без ограничений.
3. Исследование типов экстремумов для задач с ограничениями.

2 Постановка задачи

2.1 Задание 1

Построить график поверхности

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + 2x_2^2$$

и исследовать линии уровня для функций:

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + 2x_2^2 = r^2, \quad r = 1, 2, 3, 4.$$

2.2 Задание 2

1. Исследовать типы экстремумов для многоэкстремальных задач.
2. Выявить экстремумы типа минимума и максимума.
3. Определить локальные и глобальные экстремумы.

Рассмотреть функцию Стенгера:

$$f(x_1, x_2) = (x_1^2 - 4x_2)^2 + (x_2^2 - 2x_1 + 4x_2)^2$$

в области поиска $x_i \in [-1, 4]$ при $a = -4$, $b = -2$, $c = 4$.

2.3 Задание 3

Исследовать экстремальные задачи с заданными ограничениями. Найти точки условного экстремума для целевой функции:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \frac{1}{2}x_1x_2, \quad X = \{x | x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$$

3 Исследование

3.1 Задание 1

Построить поверхность:

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + 2x_2^2$$

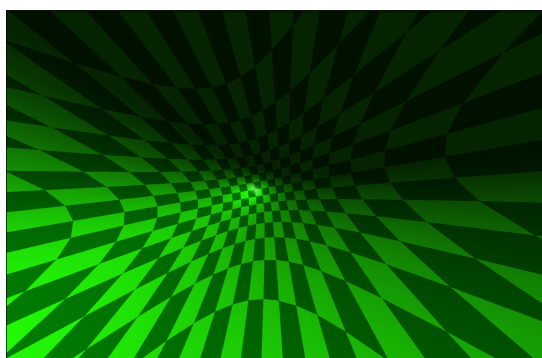


Figure 1: Вид сверху

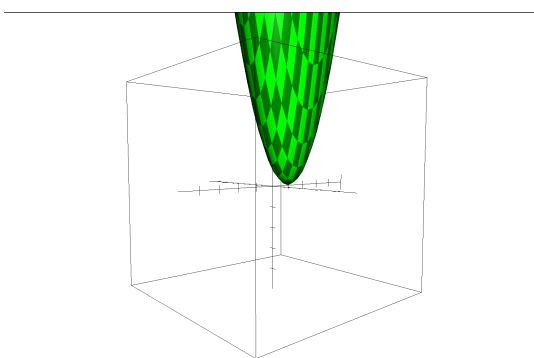


Figure 2: Вид сбоку

Построить линии уровня:

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + 2x_2^2 = r^2$$

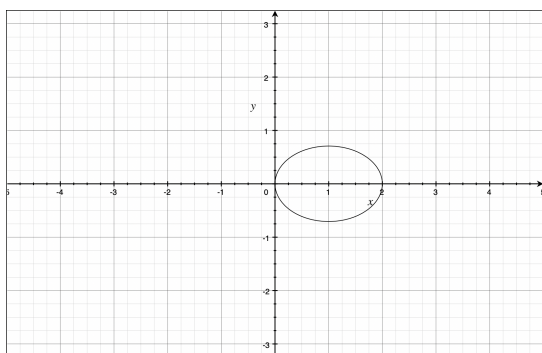


Figure 3: $r = 1$

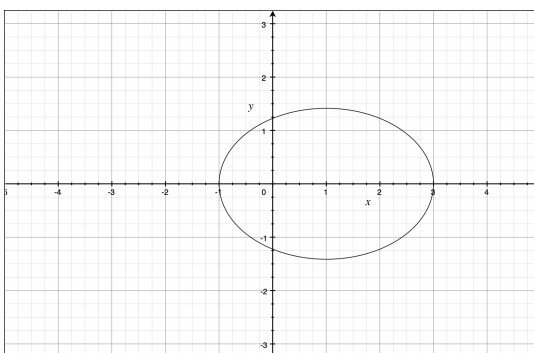


Figure 4: $r = 2$

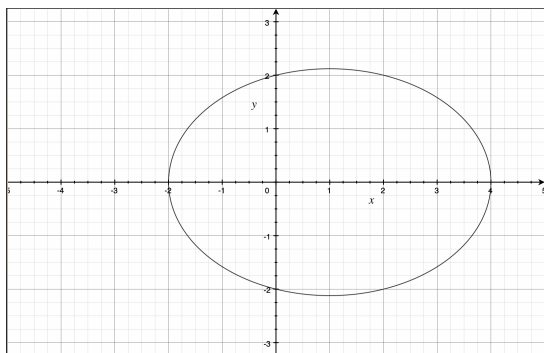


Figure 5: $r = 3$

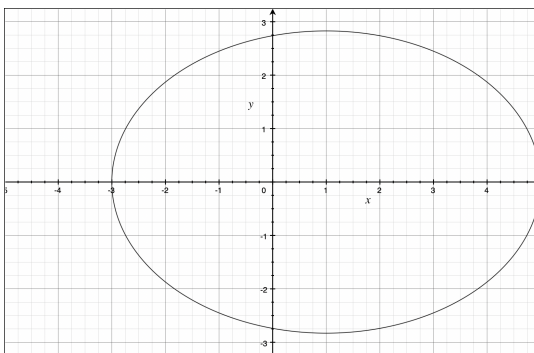


Figure 6: $r = 4$

3.2 Задание 2

Исследовать функцию

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) &= (x_1^2 - 4x_2)^2 + (x_2^2 - 2x_1 + 4x_2)^2 = \\ &= x_1^4 - 8x_1^2x_2 + 4x_1^2 - 4x_1x_2^2 - 16x_1x_2 + x_2^4 + 8x_2^3 + 32x_2^2 \end{aligned}$$

на глобальные и локальные экстремумы в области $x_i \in [-1, 4]$.

Для нахождения этих точек был использован сервис WolframAlpha.com.

1. Глобальные экстремумы:

- $\max(f(x_1, x_2)) = 1381$ в точке $(-1, 4)$
- $\min(f(x_1, x_2)) = 0$ в точке $(0, 0)$
- $\min(f(x_1, x_2)) = 0$ в точке $(1.695, 0.719)$

2. Локальные экстремумы:

- $\max(f(x_1, x_2)) = 26$ в точке $(-1, -1)$
- $\min(f(x_1, x_2)) = 0$ в точке $(0, 0)$
- $\min(f(x_1, x_2)) = 0$ в точке $(1.695, 0.719)$

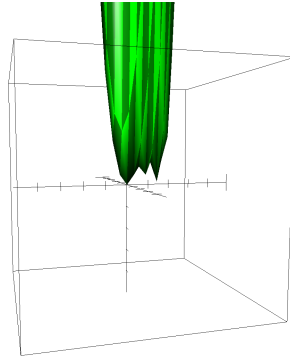


Figure 7: График функции $f(x_1, x_2)$

3.3 Задание 3

Исследовать экстремальные задачи с заданными ограничениями. Найти точки условного экстремума для целевой функции:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \frac{1}{2}x_1x_2, \quad X = \{x | x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$$

1. Экстремумы при ограничениях:

- $\min(f(x_1, x_2)) = 0$ в точке $(0, 0)$
- $\max(f(x_1, x_2)) = 1$ в точке $(0, 1)$
- $\max(f(x_1, x_2)) = 1$ в точке $(1, 0)$

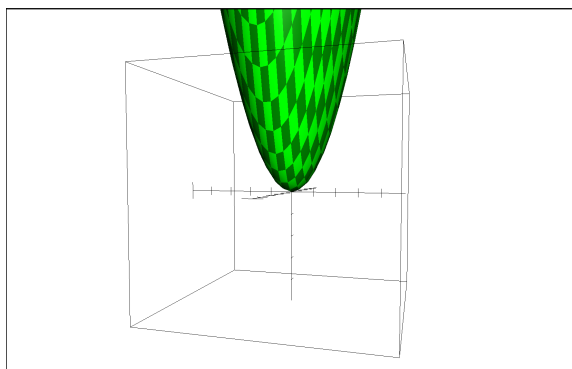


Figure 8: График функции $f(x_1, x_2)$