



IEL — protokol k projektu

Nurdaulet, Turar
xturarn00

6. prosince 2023

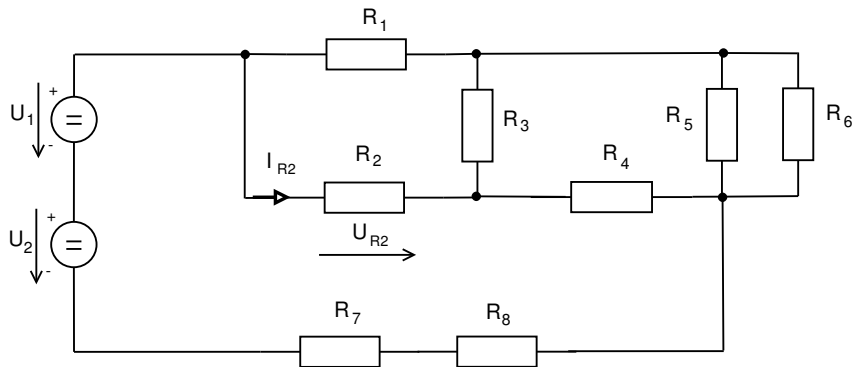
Obsah

1	Příklad 1	2
1.1	Řešení	2
2	Příklad 2	5
2.1	Řešení	5
3	Příklad 3	9
3.1	Řešení	9
4	Příklad 4	11
5	Příklad 5	12
6	Shrnutí výsledků	13

Příklad 1

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
A	80	120	350	650	410	130	360	750	310	190



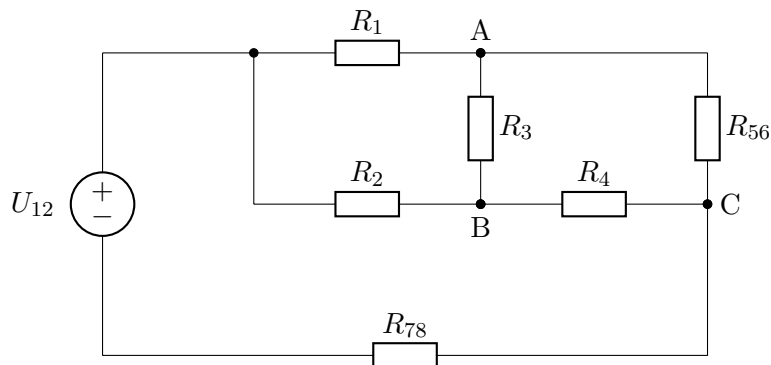
Řešení

Prvním krokem je zjednodušit rezistory R_7 a R_8 , protože jsou zapojeny sériově, paralelní rezistory R_5 a R_6 , a zároveň i zdroje napětí U_1 a U_2 :

$$R_{78} = R_7 + R_8 = 310 + 190 = 500\Omega$$

$$R_{56} = \frac{1}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = \frac{1}{\frac{1}{360} + \frac{1}{750}} = 243.2432\Omega$$

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 80 + 120 = 200\text{V}$$

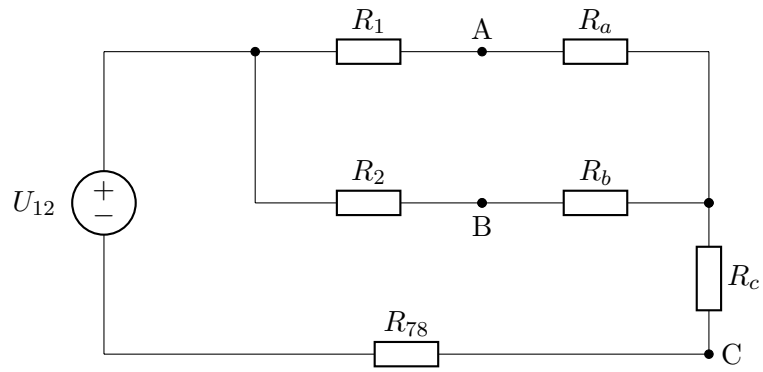


Druhým krokem můžeme provést delta-wye transformace:

$$R_a = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_{56}} = \frac{410 * 130}{410 + 130 + 500} = 127.3292\Omega$$

$$R_b = \frac{R_3 R_{56}}{R_3 + R_4 + R_{56}} = \frac{410 * 500}{410 + 130 + 500} = 65.0504\Omega$$

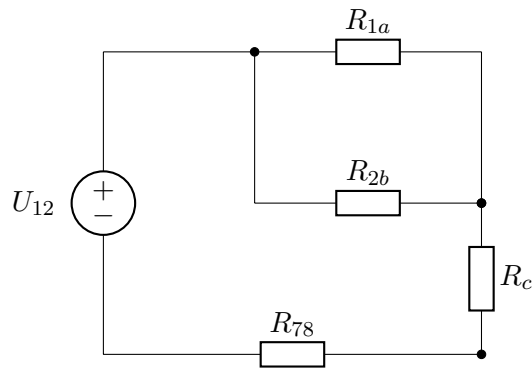
$$R_c = \frac{R_4 R_{56}}{R_3 + R_4 + R_{56}} = \frac{500 * 130}{410 + 650 + 500} = 40.3727\Omega$$



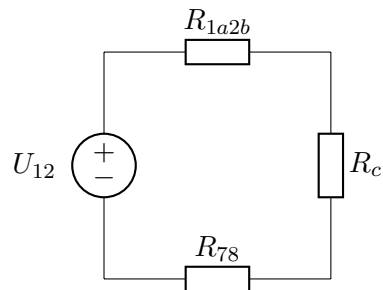
Zatim lze zjednoduřit rezistory takhle:

$$R_{1a} = R_1 + R_a = 350 + 127.3292 = 477.3291\Omega$$

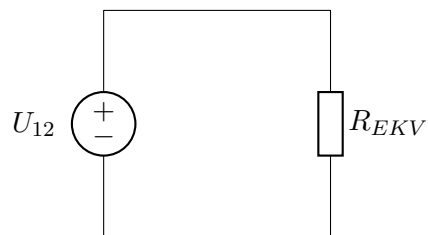
$$R_{2b} = R_2 + R_b = 650 + 65.0504 = 718.0503\Omega$$



$$R_{1a2b} = \frac{1}{\frac{1}{R_{1a}} + \frac{1}{R_{2b}}} = \frac{1}{\frac{1}{477.3291} + \frac{1}{718.0503}} = 286.7260\Omega$$



$$R_{EKV} = R_{1a2b} + R_c + R_{78} = 286.7260 + 40.3727 + 500 = 827.0986\Omega$$



S tímhle obvodem se dá vypočíst celý proud:

$$U = U_{12} = 200\text{V}$$

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{200}{827.0987} = 0.2418\text{A}$$

A teď můžeme vypočíst I_{R2} a U_{R2}

$$U_{R1a2b} = I * R_{1a2b} = 0.2418 * 286.7260 = 69.3329\text{V}$$

$$U_{R2b} = U_{R1a2b} = 69.3329\text{V}$$

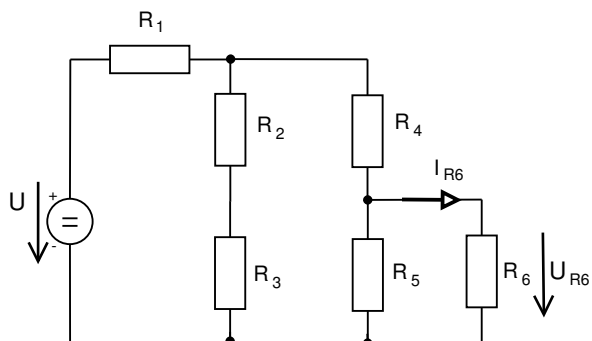
$$U_{R2} = \frac{U_{R2b}R_2}{R2 + Rb} = \frac{69.3329 * 120}{120 + 65.0504} = 62.7622\text{V}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{62.7622}{650} = 0.2418\text{A}$$

Příklad 2

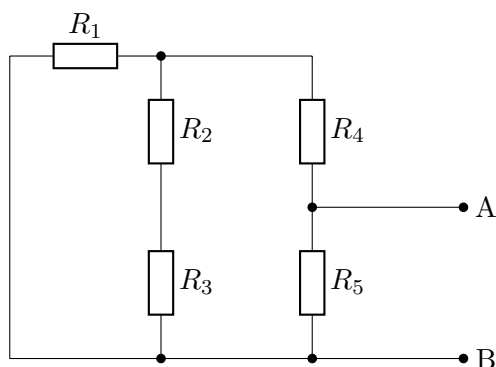
Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
D	150	200	200	660	200	550	150



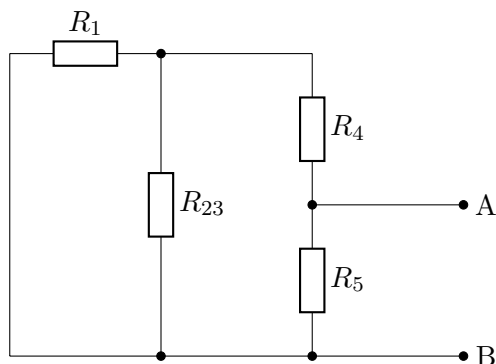
Řešení

Podle Theveninovy vety nahradíme zdroj napeti U za drát, vypneme resistor R_6 a vypocitáme odpor mezi body A a B :

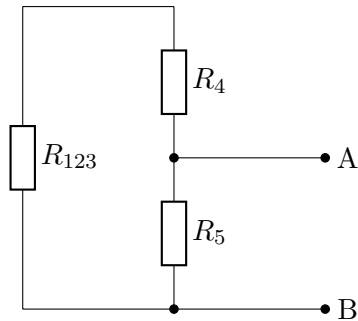


Zjednodušíme obvod:

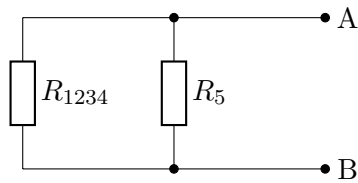
$$R_{23} = R_2 + R_3 = 200 + 660 = 860\Omega$$



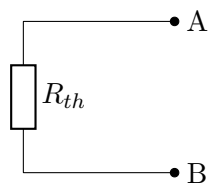
$$R_{123} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{23}}} = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{1}{860}} = 162.2642\Omega$$



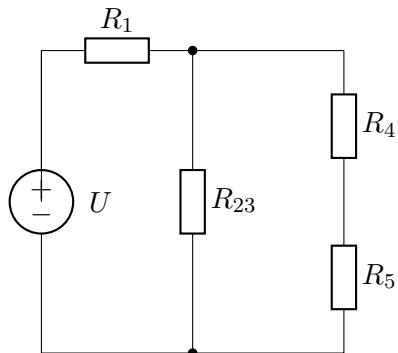
$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 162.2642 + 200 = 362.2642\Omega$$



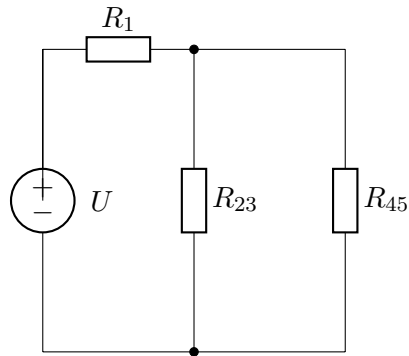
$$R_{th} = \frac{1}{\frac{1}{R_{1234}} + \frac{1}{R_5}} = \frac{1}{\frac{1}{362.2642} + \frac{1}{550}} = 218.4074\Omega$$



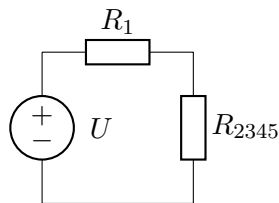
Ted mame zjistit U_{th} . Vratime zdroj napeti at jsme ho vypocitame.



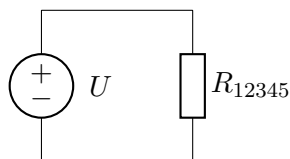
$$R_{45} = R_4 + R_5 = 200 + 550 = 750\Omega$$



$$R_{2345} = \frac{1}{\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{45}}} = \frac{1}{\frac{1}{860} + \frac{1}{750}} = 400.6211\Omega$$



$$R_{12345} = R_1 + R_{2345} = 200 + 400.6211 = 600.6211\Omega$$



Po Zjednodušení se da vypocist Theveninovy proud:

$$I = \frac{U}{R_{12345}} = \frac{150}{600.6211} = 0.2497\text{A}$$

$$U_{R2345} = I * R_{2345} = 0.2497 * 400.6211 = 100.0517\Omega$$

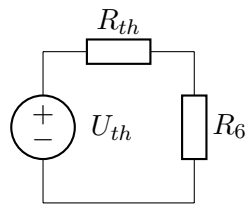
$$U_{R45} = U_{R2345}$$

$$I_{R45} = \frac{U_{R45}}{R_{45}} = \frac{100.0517}{750} = 0.1334\text{A}$$

$$I_x = I_{R45}$$

$$U_{th} = I_x * R_5 = 0.1334 * 550 = 73.3713\text{V}$$

Podle Theveninovy vety dostaneme takyto ekvivalentni obvod:



S ktorým se dá jednoduse vypocist U_{R6} a I_{R6} :

$$R_{ekv} = R_1 + R_{th} = 200 + 218.4074 = 418.4074\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{150}{418.4074} = 0.1992\text{A}$$

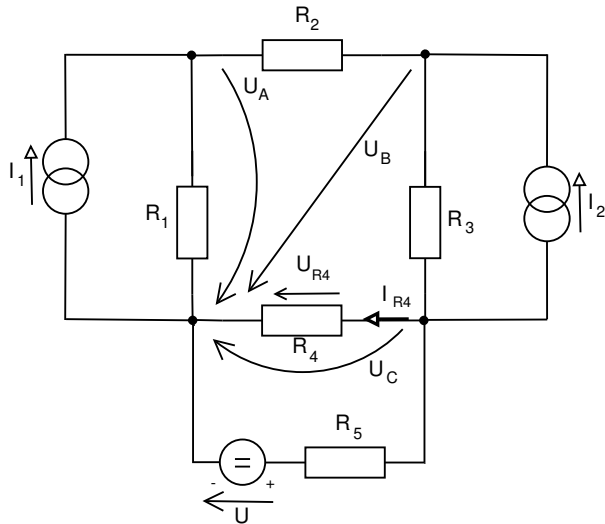
$$I_{R6} = I = 0.1992\text{A}$$

$$U_{R6} = I * R_6 = 0.1992 * 150 = 29.8737\text{V}$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
D	115	0.6	0.9	50	38	48	37	28



Řešení

Prvním krokem vyadríme napeti na uzlech pomocí druhého Kirchhoffův zákona:

$$\begin{aligned} U_A : \quad I_1 + I_{R2} - I_{R1} &= 0 \\ U_B : \quad I_2 + I_{R3} - I_{R2} &= 0 \\ U_C : \quad I_{R5} - I_2 - I_{R3} - I_{R4} &= 0 \end{aligned}$$

Vyadríme proudy:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \frac{U_A}{R_1} \\ I_{R2} &= \frac{U_B - U_A}{R_2} \\ I_{R3} &= \frac{U_C - U_B}{R_3} \\ I_{R4} &= \frac{U_C}{R_4} \\ I_{R5} &= \frac{U - U_C}{R_5} \end{aligned}$$

Nasadíme do uzlových napětí:

$$\begin{aligned}
U_A : \quad I_1 + \frac{U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_A}{R_1} &= 0 \\
U_B : \quad I_2 + \frac{U_C - U_B}{R_3} - \frac{U_B - U_A}{R_2} &= 0 \\
U_C : \quad \frac{U - U_C}{R_5} - I_2 - \frac{U_C - U_B}{R_3} - \frac{U_C}{R_4} &= 0
\end{aligned}$$

Nasadíme zname hodnoty:

$$\begin{aligned}
U_A : \quad \frac{6}{10} + \frac{U_B - U_A}{38} - \frac{U_A}{50} &= 0 \\
U_B : \quad \frac{9}{10} + \frac{U_C - U_B}{48} - \frac{U_B - U_A}{38} &= 0 \\
U_C : \quad \frac{U - U_C}{28} - \frac{9}{10} - \frac{U_C - U_B}{48} - \frac{U_C}{37} &= 0
\end{aligned}$$

Dostali jsme soustavu tří rovnic s třemi neznámými. Upravíme koeficienty:

$$\begin{aligned}
-\frac{22}{475}U_A + \frac{1}{38}U_B &= -\frac{3}{5} \\
\frac{1}{38}U_A - \frac{43}{912}U_B + \frac{1}{48}U_C &= -\frac{9}{10} \\
\frac{1}{48}U_B + \frac{1039}{12432}U_C &= -\frac{449}{140}
\end{aligned}$$

A nasadíme do matice:

$$\begin{pmatrix} -\frac{22}{475} & \frac{1}{38} & 0 \\ \frac{1}{38} & -\frac{43}{912} & \frac{1}{48} \\ 0 & \frac{1}{48} & \frac{1039}{12432} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} \\ -\frac{9}{10} \\ -\frac{449}{140} \end{pmatrix}$$

Spočítáme hodnoty U_A , U_B a U_C

$$\begin{aligned}
U_A &= \frac{275965}{4938} = 55.8859\text{V} \\
U_B &= \frac{186556}{2469} = 75.5593\text{V} \\
U_C &= \frac{706256}{12345} = 57.2098\text{V}
\end{aligned}$$

S tím se da vypočíst U_{R4} a I_{R4} :

$$\begin{aligned}
U_{R4} &= U_C = 57.2098\text{V} \\
I_{R4} &= \frac{U_{R4}}{R4} = 1.5462\text{A}
\end{aligned}$$

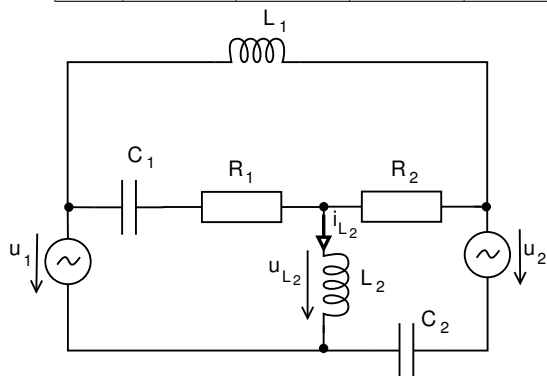
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

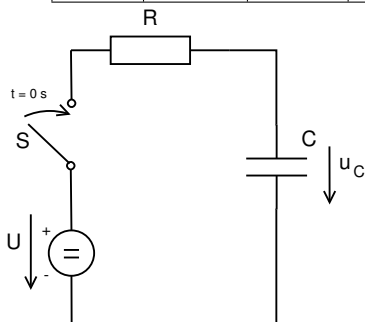
sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
A	3	5	12	14	120	100	200	105	70



Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
E	40	2	100	13



Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	A	$U_{R2} = 62.7622\text{V}$ $I_{R2} = 0.2418\text{A}$
2	D	$U_{R6} = 29.8737\text{V}$ $I_{R6} = 0.1992\text{A}$
3	D	$U_{R4} = 57.2098\text{V}$ $I_{R4} = 1.5462\text{A}$
4	A	$ U_{L2} =$ $\varphi_{L2} =$
5	E	$u_C =$