

实验十四 直流电桥测量电阻 实验报告

钱思天 1600011388 No.8

2017 年 12 月 12 日

1 实验数据与处理

1.1 平衡电桥测量结果

表 1: 不同 R_x 不同 R_1/R_2 (均 $E = 4.0V$ & $R_h = 0\Omega$) 测量结果

测量值 \ 各待测项		$R_0(\Omega)$	$R'_0(\Omega)$	$\Delta n(\text{格})$	$R_x(\Omega)$	$\Delta R_0(\Omega)$	S
R_x & $\frac{R_1}{R_2}$							
R_{x1}	500/500	47.9	47.8	4.0	47.9	0.1	1.9×10^3
R_{x2}	50/500	3600	3575	4.0	360.0	25	5.8×10^2
	500/500	360.0	361.0	4.0	360.0	1.0	1.4×10^3
	500/500(交换)	360.0	361.0	4.0	360.0	1.0	1.4×10^3
R_{x3}	500/500	4059	4005	4.0	4059.0	54	3.0×10^2

表 2: R_{x2} 不同测量条件测量结果

测量值 \ 各待测项	$R_0(\Omega)$	$R'_0(\Omega)$	$\Delta n(\text{格})$	$R_x(\Omega)$	$\Delta R_0(\Omega)$	S
各测量条件						
$E = 4.0V$ & $R_h = 0\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/500$	360.0	361.0	4.0	360.0	1.0	1.4×10^3
$E = 2.0V$ & $R_h = 0\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/500$	360.0	362.0	4.0	360.0	2.0	7.2×10^2
$E = 4.0V$ & $R_h = 0\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	3600	3650	4.0	360.0	50.0	2.9×10^2
$E = 4.0V$ & $R_h = 3.0k\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/500$	360	340	5.5	360.0	10.0	2.0×10^2

关于灵敏度 S 的计算, 利用公式

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta R_x / R_x} = \frac{\Delta n}{\Delta R_0 / R_0}$$

可计算出各 S 的实测值, 已附于数据表内。

至于 S 的理论值, 根据公式

$$S = \frac{S_G E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + (R_g + R_h)(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2})}$$

将 $S_G^{-1} = 1.3 \times 10^{-6}(\text{A/格})$ 及 $R_g = 47\Omega$ 代入, 得下二表:

表 3: 不同 R_x 不同 R_1/R_2 (均 $E = 4.0\text{V}$ & $R_h = 0\Omega$) S 理论值计算结果

R_x	R_{x1}	R_{x2}			R_{x3}
R_1/R_2	500/500	50/500	500/500	500/500(交换)	500/500
S	1.8×10^3	6.2×10^2	1.6×10^3	1.6×10^3	3.2×10^2

表 4: R_{x2} 不同测量条件 S 计算结果

R_x	条件	S
R_{x2}	E=2.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	8.0×10^2
	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	3.2×10^2
	E=4.0V & $R_h = 3(k\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	2.2×10^2

下计算交换桥臂法测得的 R_{x2} 及其不确定度 σ_{x2} :

利用公式

$$R = \sqrt{R_{01} \cdot R_{02}}$$

$$\sigma = \sqrt{(\frac{\partial R}{\partial R_{01}})^2 \sigma_{R_{01}}^2 + (\frac{\partial R}{\partial R_{02}})^2 \sigma_{R_{02}}^2 + (\delta R)^2}$$

$$(\frac{\partial R}{\partial R_{01}})^2 \sigma_{R_{01}}^2 = \frac{R_{02}}{4R_{01}} \cdot (\frac{0.1\% \times R_{01}}{\sqrt{3}})^2 = 0.011$$

$$(\frac{\partial R}{\partial R_{02}})^2 \sigma_{R_{02}}^2 = \frac{R_{01}}{4R_{02}} \cdot (\frac{0.1\% \times R_{02}}{\sqrt{3}})^2 = 0.011$$

$$(\delta R_x)^2 = (\frac{0.2R_x}{S})^2 = 0.0026$$

得

$$R_{x2} = \sqrt{R_{01} \cdot R_{02}} = 360.0(\Omega)$$

$$\sigma_{x2} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 + (\delta R)^2} = 0.2(\Omega)$$

$$R_{x2} \pm \sigma_{x2} = (360.0 \pm 0.2)\Omega$$

1.2 其余电阻测量不确定度

其余电阻均未采用交换桥臂法。因此，其不确定度公式如下：

$$\sigma = \sqrt{(\delta R)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2}$$

又：

$$(\delta R)^2 = \left(\frac{0.2R}{S}\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 = \left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\%R_1)^2}{3}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\%R_0)^2}{3}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 = \left(\frac{R_1 R_0}{R_2^2}\right)^2 \frac{(0.1\%R_2)^2}{3}$$

得计算结果对应表如下：

表 5: 各测量电阻在给定条件下的不确定度计算值对应表

值 \ 各项 实验	R_x	条件	$\sigma(\Omega)$
实验 I	R_{x1}	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	0.05
	R_{x2}	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 50/500$	0.4
	R_{x3}	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	5
实验 II	R_{x2}	E=2.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	0.4
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	0.4
		E=4.0V & $R_h = 3(k\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	0.5

1.3 S 的计算值

表 6: S 的理论计算与实际计算值表

值 \ 各项 实验	R_x	条件	$S_{\text{理论}}$	$S_{\text{实际}}$
实验 I	R_{x1}	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	1.8×10^3	1.9×10^3
	R_{x2}	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 50/500$	6.2×10^2	5.8×10^2
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	1.6×10^3	1.4×10^3
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	1.6×10^3	1.4×10^3
	R_{x3}	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	3.2×10^2	3.0×10^2
实验 II(略 I 中相同条 件)	R_{x2}	E=2.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	8.0×10^2	7.2×10^2
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	3.2×10^2	2.9×10^2
		E=4.0V & $R_h = 3(k\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	2.2×10^2	2.0×10^2

2 思考题

- 电源电压大幅下降 会。电源电压大幅下降使得灵敏度大幅度减小，使得读数误差增大。
- 电源电压稍有波动 不会。小幅度的波动对灵敏度影响较小。
- 在测量较低电阻时，导线电阻不可忽略 会。不可忽略的导线电阻不仅会体现在电阻的测量值内，还会影响电桥平衡过程。
- 检流计零点没有调准 会。最终的平衡位置电流很可能较大，使得系统误差变大。
- 检流计灵敏度较小 会。检流计灵敏度较小，会使得最终的读数误差较大。

3 分析与讨论

3.1 分析各不确定度对总不确定度的贡献，并讨论如何提高精度

不采用交换桥臂法 在不采用交换桥臂法的情况下：

$$\sigma = \sqrt{(\delta R)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2}$$

又：

$$\begin{aligned} (\delta R)^2 &= \left(\frac{0.2R}{S}\right)^2 = R^2 \cdot \frac{0.04}{S^2} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 &= \left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\% R_1)^2}{3} = R^2 \cdot \frac{10^{-6}}{3} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2 &= \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\% R_0)^2}{3} = R^2 \cdot \frac{10^{-6}}{3} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 &= \left(\frac{R_1 R_0}{R_2^2}\right)^2 \frac{(0.1\% R_2)^2}{3} = R^2 \cdot \frac{10^{-6}}{3} \end{aligned}$$

可见：各桥臂电阻的贡献相等（在所采用的阻值下相对误差相等），当读数误差大于各桥臂提供误差时，有：

$$\frac{0.04}{S^2} > \frac{10^{-6}}{3} \Leftrightarrow S < 1.7 \times 10^2$$

但是本实验中诸数据 (S) 均不满足，故而在本实验中各桥臂电阻的贡献大于读数误差。

采用交换桥臂法 根据公式：

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 + (\delta R)^2} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 &= \frac{R_{02}}{4R_{01}} \cdot \left(\frac{0.1\% \times R_{01}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0.011 \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 &= \frac{R_{01}}{4R_{02}} \cdot \left(\frac{0.1\% \times R_{02}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0.011 \\ (\delta R_x)^2 &= \left(\frac{0.2R_x}{S}\right)^2 = 0.0026 \end{aligned}$$

可见，读数产生的误差小于各桥臂提供的误差。

提高测量的精度 首先，在一定范围内提高 S 有助于减少读数误差，同时，采用交换桥臂法，也可以减小误差，此外，还有选择合理的桥臂电阻等。

3.2 灵敏度

理论与实际 由表 6: S 的理论计算与实际计算值表 (见 4 页 1.3)，不难看出， S 的理论值总是大于实际值，关于这点，我想有以下几个原因：

1 电路中存在诸如接触电阻，导线电阻等阻值存在，而在理论计算中未考量。

2 检流计中的阻尼等耗散一定能量，使振幅偏小。

依赖关系 根据理论公式：

$$S = \frac{S_G E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + (R_g + R_h)(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2})}$$

且满足关系

$$R_x : R_1 = R_1 : R_2$$

可得：

在给定检流计的基础上， S 随 E 、 R_h 和 $R_1/R_2 \rightarrow 1$ 而增大。

4 收获与感想

电桥，一个简单的，却有着巨大实际用途的电路结构。

在我很小的时候，我就已经对电桥的巧妙有所耳闻。在中学时，也做了一些和电桥有关的实验。

每一次做电桥的实验，我对这个结构的理解也变得更深刻，从电桥的实验中，我们也能感受到一些重要的实验设计思想。

例如在惠斯通的年代，直接测量电阻很难，但是既然有检流计，又可以绕制标准电阻，就可以利用电桥将待测的电阻值改为标准电阻值，而这又是可测量的。

从中，我们可以认识到设计实验时，要考虑有些量由于实验条件限制直接测量不可行或误差较大，就要改变方法间接转化为误差较小的量来测算。