

# 实验十四 直流电桥测量电阻 实验报告

钱思天 1600011388 No.8

2017 年 12 月 15 日

## 1 实验数据与处理

### 1.1 平衡电桥测量结果

表 1: 不同  $R_x$  不同  $R_1/R_2$ (均  $E = 4.0V$  &  $R_h = 0\Omega$ ) 测量结果

测量值 \ 各待测项		$R_0(\Omega)$	$R'_0(\Omega)$	$\Delta n(\text{格})$	$R_x(\Omega)$	$\Delta R_0(\Omega)$	S
$R_x$ & $\frac{R_1}{R_2}$							
$R_{x1}$	500/500	47.9	47.8	4.0	47.9	0.1	$1.9 \times 10^3$
$R_{x2}$	50/500	3600	3575	4.0	360.0	25	$5.8 \times 10^2$
	500/500	360.0	361.0	4.0	360.0	1.0	$1.4 \times 10^3$
	500/500(交换)	360.0	361.0	4.0	360.0	1.0	$1.4 \times 10^3$
$R_{x3}$	500/500	4059	4005	4.0	4059.0	54	$3.0 \times 10^2$

表 2:  $R_{x2}$  不同测量条件测量结果

测量值 \ 各待测项	$R_0(\Omega)$	$R'_0(\Omega)$	$\Delta n(\text{格})$	$R_x(\Omega)$	$\Delta R_0(\Omega)$	S
各测量条件						
$E = 4.0V$ & $R_h = 0\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/500$	360.0	361.0	4.0	360.0	1.0	$1.4 \times 10^3$
$E = 2.0V$ & $R_h = 0\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/500$	360.0	362.0	4.0	360.0	2.0	$7.2 \times 10^2$
$E = 4.0V$ & $R_h = 0\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	3600	3650	4.0	360.0	50.0	$2.9 \times 10^2$
$E = 4.0V$ & $R_h = 3.0k\Omega$ & $R_1/R_2 = 500/500$	360	340	5.5	360.0	10.0	$2.0 \times 10^2$

关于灵敏度  $S$  的计算, 利用公式

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta R_x / R_x} = \frac{\Delta n}{\Delta R_0 / R_0}$$

可计算出各  $S$  的实测值, 已附于数据表内。

至于  $S$  的理论值, 根据公式

$$S = \frac{S_G E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + (R_g + R_h)(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2})}$$

将  $S_G^{-1} = 1.3 \times 10^{-6} (A/\text{格})$  及  $R_g = 47\Omega$  代入, 得下二表:

表 3: 不同  $R_x$  不同  $R_1/R_2$  (均  $E = 4.0V$  &  $R_h = 0\Omega$ )  $S$  理论值计算结果

$R_x$	$R_{x1}$	$R_{x2}$			$R_{x3}$
$R_1/R_2$	500/500	50/500	500/500	500/500(交换)	500/500
S	$1.8 \times 10^3$	$6.2 \times 10^2$	$1.6 \times 10^3$	$1.6 \times 10^3$	$3.2 \times 10^2$

表 4:  $R_{x2}$  不同测量条件  $S$  计算结果

$R_x$	条件	S
$R_{x2}$	E=2.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$8.0 \times 10^2$
	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	$3.2 \times 10^2$
	E=4.0V & $R_h = 3(k\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$2.2 \times 10^2$

下计算交换桥臂法测得的  $R_{x2}$  及其不确定度  $\sigma_{x2}$ :

利用公式

$$R = \sqrt{R_{01} \cdot R_{02}}$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 + (\delta R)^2}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 = \frac{R_{02}}{4R_{01}} \cdot \left(\frac{0.1\% \times R_{01}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0.011$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 = \frac{R_{01}}{4R_{02}} \cdot \left(\frac{0.1\% \times R_{02}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0.011$$

$$(\delta R_x)^2 = \left(\frac{0.2R_x}{S}\right)^2 = 0.0026$$

得

$$R_{x2} = \sqrt{R_{01} \cdot R_{02}} = 360.0(\Omega)$$

$$\sigma_{x2} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 + (\delta R)^2} = 0.2(\Omega)$$

$$R_{x2} \pm \sigma_{x2} = (360.0 \pm 0.2)\Omega$$

## 1.2 其余电阻测量不确定度

其余电阻均未采用交换桥臂法。因此，其不确定度公式如下：

$$\sigma = \sqrt{(\delta R)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2}$$

又：

$$(\delta R)^2 = \left(\frac{0.2R}{S}\right)^2$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 = \left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\%R_1)^2}{3}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\%R_0)^2}{3}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 = \left(\frac{R_1 R_0}{R_2^2}\right)^2 \frac{(0.1\%R_2)^2}{3}$$

得计算结果对应表如下：

表 5: 各测量电阻在给定条件下的不确定度计算值对应表

值 \ 各项 实验	$R_x$	条件	$\sigma(\Omega)$
实验 I	$R_{x1}$	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	0.05
	$R_{x2}$	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 50/500$	0.4
	$R_{x3}$	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	5
实验 II	$R_{x2}$	E=2.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	0.4
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	0.4
		E=4.0V & $R_h = 3(k\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	0.5

1.3 S 的计算值

表 6: S 的理论计算与实际计算值表

值 \ 各项 实验	$R_x$	条件	$S_{\text{理论}}$	$S_{\text{实际}}$
实验 I	$R_{x1}$	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$1.8 \times 10^3$	$1.9 \times 10^3$
	$R_{x2}$	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 50/500$	$6.2 \times 10^2$	$5.8 \times 10^2$
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$1.6 \times 10^3$	$1.4 \times 10^3$
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$1.6 \times 10^3$	$1.4 \times 10^3$
	$R_{x3}$	E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$3.2 \times 10^2$	$3.0 \times 10^2$
实验 II(略 I 中相同条 件)	$R_{x2}$	E=2.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$8.0 \times 10^2$	$7.2 \times 10^2$
		E=4.0V & $R_h = 0(\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/5000$	$3.2 \times 10^2$	$2.9 \times 10^2$
		E=4.0V & $R_h = 3(k\Omega)$ & $R_1/R_2 = 500/500$	$2.2 \times 10^2$	$2.0 \times 10^2$

2 思考题

- 电源电压大幅下降 会。电源电压大幅下降使得灵敏度大幅度减小，使得读数误差增大。
- 电源电压稍有波动 不会。小幅度的波动对灵敏度影响较小。
- 在测量较低电阻时，导线电阻不可忽略 会。不可忽略的导线电阻不仅会体现在电阻的测量值内，还会影响电桥平衡过程。
- 检流计零点没有调准 会。最终的平衡位置电流很可能较大，使得系统误差变大。
- 检流计灵敏度较小 会。检流计灵敏度较小，会使得最终的读数误差较大。

### 3 分析与讨论

#### 3.1 分析各不确定度对总不确定度的贡献，并讨论如何提高精度

不采用交换桥臂法 在不采用交换桥臂法的情况下：

$$\sigma = \sqrt{(\delta R)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2}$$

又：

$$\begin{aligned} (\delta R)^2 &= \left(\frac{0.2R}{S}\right)^2 = R^2 \cdot \frac{0.04}{S^2} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 \sigma_{R_1}^2 &= \left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\% R_1)^2}{3} = R^2 \cdot \frac{10^{-6}}{3} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 \sigma_{R_0}^2 &= \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{(0.1\% R_0)^2}{3} = R^2 \cdot \frac{10^{-6}}{3} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 \sigma_{R_2}^2 &= \left(\frac{R_1 R_0}{R_2^2}\right)^2 \frac{(0.1\% R_2)^2}{3} = R^2 \cdot \frac{10^{-6}}{3} \end{aligned}$$

可见：各桥臂电阻的贡献相等（在所采用的阻值下相对误差相等），当读数误差大于各桥臂提供误差时，有：

$$\frac{0.04}{S^2} > \frac{10^{-6}}{3} \Leftrightarrow S < 1.7 \times 10^2$$

但是本实验中诸数据 ( $S$ ) 均不满足，故而在本实验中各桥臂电阻的贡献大于读数误差。

采用交换桥臂法 根据公式：

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 + (\delta R)^2} \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_{01}}\right)^2 \sigma_{R_{01}}^2 &= \frac{R_{02}}{4R_{01}} \cdot \left(\frac{0.1\% \times R_{01}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0.011 \\ \left(\frac{\partial R}{\partial R_{02}}\right)^2 \sigma_{R_{02}}^2 &= \frac{R_{01}}{4R_{02}} \cdot \left(\frac{0.1\% \times R_{02}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 0.011 \\ (\delta R_x)^2 &= \left(\frac{0.2R_x}{S}\right)^2 = 0.0026 \end{aligned}$$

可见，读数产生的误差小于各桥臂提供的误差。

**提高测量的精度** 首先，在一定范围内提高  $S$  有助于减少读数误差，同时，采用交换桥臂法，也可以减小误差，此外，还有选择合理的桥臂电阻等。

### 3.2 灵敏度

**理论与实际** 由表 6:  $S$  的理论计算与实际计算值表 (见 4 页 1.3)，不难看出， $S$  的理论值总是大于实际值，关于这点，我想有以下几个原因：

1 电路中存在诸如接触电阻，导线电阻等阻值存在，而在理论计算中未考量。

2 检流计中的阻尼等耗散一定能量，使振幅偏小。

**依赖关系** 根据理论公式：

$$S = \frac{S_G E}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + (R_g + R_h)(2 + \frac{R_1}{R_x} + \frac{R_0}{R_2})}$$

且满足关系

$$R_x : R_1 = R_1 : R_2$$

可得：

在给定检流计的基础上， $S$  随  $E$ 、 $R_h$  和  $R_1/R_2 \rightarrow 1$  而增大。

## 4 收获与感想

电桥，一个简单的，却有着巨大实际用途的电路结构。

在我很小的时候，我就已经对电桥的巧妙有所耳闻。在中学时，也做了一些和电桥有关的实验。

每一次做电桥的实验，我对这个结构的理解也变得更深刻，从电桥的实验中，我们也能感受到一些重要的实验设计思想。

例如在惠斯通的年代，直接测量电阻很难，但是既然有检流计，又可以绕制标准电阻，就可以利用电桥将待测的电阻值改为标准电阻值，而这又是可测量的。

从中，我们可以认识到设计实验时，要考虑有些量由于实验条件限制直接测量不可行或误差较大，就要改变方法间接转化为误差较小的量来测算。

在今后的实验课程的学习中，我也会锻炼自己设计实验的能力。