

实验十七 RLC 电路的谐振现象 实验报告

钱思天 1600011388 No.8

2017 年 12 月 30 日

1 实验数据与处理

根据实验的初始设定，以及各仪器的误差计算公式如：

电容箱允差： $\pm 0.65\%(0.01\mu F\text{档})$

标准电感允差： $\pm 0.1\%$

$$e_R = 0.1\Omega$$

得关于已知物理量，其值如下表：

表 1: 已知物理量表

已知物理量	电容 C	电感 L	电阻 R
值	$0.05\mu F$	$0.1H$	100Ω
允差	$3.25 \times 10^{-4}\mu F$	$1 \times 10^{-4}H$	0.1Ω

1.1 谐振频率的测量

1.1.1 实验数据列表

经利萨茹图形完成谐振频率的确定，并通过数字万用表完成各待测电压值的测量，并根据各仪器允差的确定方法：

谐振频率允差： $\pm 0.001kHz$ (小一个数量级改变无明显效应)

万用表交流电压档允差： $\pm (0.2\% + \text{十个字})$

得关于测量物理量有下表：

表 2: 本实验测量物理量表

测量物理量	谐振频率 f_0	电路总电压 U	电阻电压 U_R	电容电压 U_C
值	$2.2600kHz$	$0.7001V$	$0.5256V$	$7.313V$
允差	$0.001kHz$	$2.4 \times 10^{-3}V$	2.1×10^{-3}	$1.5 \times 10^{-2}V$

1.1.2 计算 Q 值

根据实测数据，由公式可计算 Q_1 得：

$$Q_1 = \frac{1}{\omega_0 R' C} = \frac{U_R}{2\pi f_0 R C U} = 10.573$$

下计算不确定度，考虑：

$$\frac{\sigma_{Q_1}}{Q_1} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_R}}{U_R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{f_0}}{f_0}\right)^2}$$

又：

$$\sigma_R = \frac{e_R}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_R}{R} = 6 \times 10^{-4}$$

$$\sigma_C = \frac{e_C}{\sqrt{3}} = \frac{0.65\%C}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_C}{C} = 4 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_U = \frac{e_U}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_U}{U} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_{U_R} = \frac{e_{U_R}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_{U_R}}{U_R} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_{f_0} = \frac{e_{f_0}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_{f_0}}{f_0} = 3 \times 10^{-4}$$

得：

$$\sigma_{Q_1} = Q_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_R}}{U_R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{f_0}}{f_0}\right)^2} = 0.05$$

$$Q_1 \pm \sigma_{Q_1} = 10.57 \pm 0.05$$

同时可根据实测数据及公式计算 Q_2 得：

$$Q_2 = \frac{U_C}{U} = 10.445$$

下计算不确定度，考虑：

$$\frac{\sigma_{Q_2}}{Q_2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_C}}{U_C}\right)^2}$$

又：

$$\sigma_{U_C} = \frac{e_{U_C}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_{U_C}}{U_C} = 1 \times 10^{-3}$$

$$\sigma_U = \frac{e_U}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sigma_U}{U} = 2 \times 10^{-3}$$

得：

$$\sigma_{Q_2} = Q_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_C}}{U_C}\right)^2} = 0.02$$

$$Q_2 \pm \sigma_{Q_2} = 10.45 \pm 0.02$$

1.2 相频特性曲线的测定

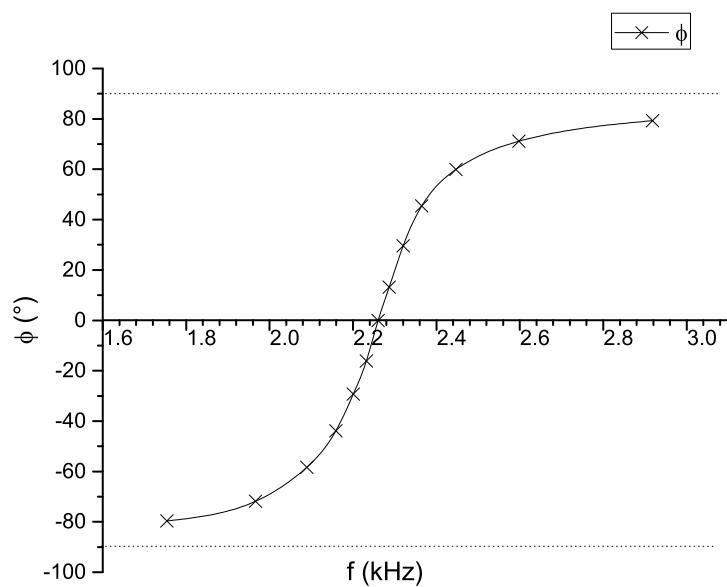
调节信号发生器产生的电压频率，借助示波器观察，并根据公式 $\Delta\phi = \Delta t \times f \times 360^\circ$ ，得如下数据表：

表 3: 相频关系实测数据表

f/kHz	1.754	1.966	2.089	2.159	2.201	2.232	2.260
$\phi/^\circ$	-79.6	-71.8	-58.3	-43.9	-29.3	-16.1	0.0
f/kHz	2.287	2.320	2.365	2.447	2.598	2.918	-
$\phi/^\circ$	13.2	29.6	45.5	59.9	71.1	79.3	-

根据实测数据，得图像如下：

图 1: 相频特性曲线图



1.3 幅频特性曲线的测定

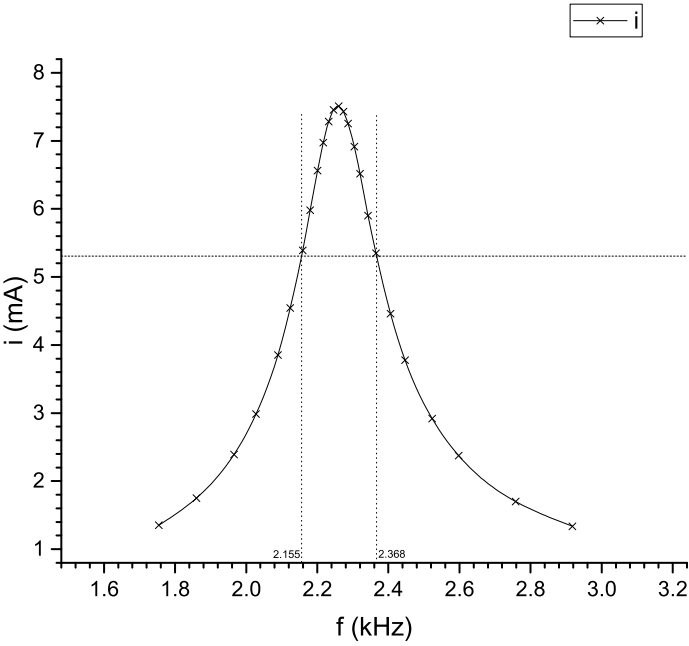
调节信号发生器产生的电压频率，借助数字万用表监控，保持 $U = 1V$ ，并借助公式 $i = \frac{U_R}{R}$ 得如下数据表：

表 4: 幅频特性实测数据表

f/kHz	1.754	1.860	1.966	2.028	2.089	2.124	2.159	2.180	2.201
U_R/mV	135.34	174.95	239.20	298.60	385.4	454.2	538.9	597.9	656.4
i/mA	1.3534	1.7495	2.392	2.986	3.854	4.542	5.389	5.979	6.564
f/kHz	2.217	2.232	2.246	2.260	2.274	2.287	2.304	2.320	-
U_R/mV	697.5	728.1	745.3	750.7	743.0	725.4	691.6	651.5	-
i/mA	6.975	7.281	7.453	7.507	7.43	7.254	6.916	6.515	-
f/kHz	2.343	2.365	2.406	2.447	2.523	2.598	2.758	2.918	-
U_R/mV	590.1	534.8	446.1	377.9	291.91	237.37	170.23	133.47	-
i/mA	5.901	5.348	4.461	3.779	2.9191	2.3737	1.7023	1.3347	-

可得幅频特性曲线如下：

图 2: 相频特性曲线图



并借由幅频特性曲线，可读出 $\Delta f = 0.213kHz$ ，故：

$$Q_3 = \frac{f_0}{\Delta f} = 10.61$$

2 课后思考题

2.1 题（1）

根据电路，有：

$$\begin{cases} |Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \\ \phi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \\ i = \frac{u}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \end{cases}$$

谐振下，有：

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ \phi = 0 \\ |Z| = R \\ i = \frac{U}{R} \\ Q = \frac{1}{\omega_0 RC} \end{cases}$$

故在已知 $L = 0.1H, C = 0.05\mu F, V_{pp} = 3.0V$ 条件下，进行计算，得：

表 5: R 变化前后对比

$R = 100\Omega$	$R = 500\Omega$	变化情况
$ Z = 100\Omega$	$ Z = 500\Omega$	增大 5 倍
$\phi = 0$	$\phi = 0$	不变
$i_{pp} = 30mA$	$i_{pp} = 6mA$	缩小 5 倍
$f_0 = 2.25kHz$	$f_0 = 2.25kHz$	不变
$Q = 14.1$	$Q = 2.83$	缩小 5 倍

2.2 题 (2)

2.2.1 问 (1)

根据公式 $Q = \frac{U_C}{U}$, 故可调节 f 使电路谐振。只要此时 f_0 使得 $\frac{U_C}{U}$ 最大时, 理论计算有 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{CR_r^2}{L}}$, 考虑此时 C 数量级极小, 可近似认为此时 $f \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0$, 据此判断谐振。计算得 Q 值后, 还可以进一步利用公式 $Q = \frac{1}{2\pi f_0 C R_r}$ 得 R_r 。由 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 可得 L 。

2.2.2 问 (2)

1 连接电路;

2 调节 f 并保持 U 不变, 当 U_C 出现极大值时, 记录 f_0, C, U, U_C ;

3 根据 (1) 中列出公式完成计算。

2.2.3 问 (3)

将题中所给数据代入, 得:

$$\begin{cases} Q = 100 \\ R_r = 8.04\Omega \\ L = 0.213mH \end{cases}$$

将数据代回, 得 $\frac{CR_r^2}{L} \sim 10^{-7}$, 故这个近似是可行的。

3 分析与讨论

3.1 各曲线特征及理解

3.1.1 相频特性曲线

主要特征 ϕ 随 f 单调上升; 当电路处于谐振即 $f = f_0$ 时, $\phi = 0$; 随着 f 的不断增大, ϕ 趋向于 90° ; 随着 f 的不断减小, ϕ 趋向于 -90° 。

理解 当 $f < f_0$ 时, 电路呈电容性, 电流相位超前于电压相位, $\phi < 0$, 随着 f 的不断减小, 电路会逐渐趋于 (但不能达到) 纯电容性, 即 ϕ 趋于 -90° ; 当 $f > f_0$ 时, 电路呈电感性, 电流相位落后于电压相位, $\phi > 0$, 随着 f 的不断增大, 电路会逐渐趋于 (但不能达到) 纯电感性, 即 ϕ 趋于 90° ; 当 $f = f_0$ 时, 电路呈纯电阻性, 故 $\phi = 0$ 。

3.1.2 幅频特性曲线

主要特征 在 $f = f_0$ 处, 存在一极大值。

理解 考虑 $i = \frac{u}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$, 可以看出, 当 $f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 时, 分母 ($|Z|$) 有一极小值, 故 i 有一极大值。

3.2 比较三种方法计算所得的 Q 值

三种方法计算所得 Q 值如下:

$$Q_1 \pm \sigma_{Q_1} = 10.57 \pm 0.05$$

$$Q_2 \pm \sigma_{Q_2} = 10.45 \pm 0.02$$

$$Q_3 = 10.61$$

从数值上看, 三个 Q 的计算值大致相等, 其间的误差, 大致可以认为是实验所用的仪器精度所造成。同时, 对于 Q_1 与 Q_2 , 由于其采用的测量器具相同, 故而精度大致在同一数量级上。

此外, 在实际计算中, 对于 Q_3 , 其计算相对于 Q_1 与 Q_2 较为繁琐。

4 收获与感想

本次实验, 是本学期的最后一个实验, 而实验的内容, 也是大家所常听闻的电路谐振。

在进行实验的时候, 我通过对 U_C 与 U 的观察, 切身感受到了共振现象。而在计算中, 也发现三种方法所得的 Q 值大致相等, 也感受到理论的精妙。

从实验中，我从将电路中电流信号，转变为串接电阻的电压信号这一设计，感受到了信号转换的重要性，这一点在过往的实验课程中也一再的强调。

此外，在本次实验中，我也感受到了自己某些实验能力还有不足，例如电路接线，示波器的使用等，希望在以后的实验课程中，能够提高自己的实验能力。