

高考数学题

狄克利雷

2024 年 3 月 27 日

目录

| | | |
|----------|------------------------|----------|
| 1 | 二次关系式 | 3 |
| 1.0.1 | 基本不等式 | 3 |
| 2 | 函数和导数 | 3 |
| 3 | 数列 | 4 |
| 3.1 | 通项为奇偶分段的数列 | 4 |
| 4 | 平面向量 | 5 |
| 5 | 常用公式与定理 | 5 |
| 5.0.1 | 圆锥曲线 | 5 |
| 5.1 | 数列 | 5 |
| 5.1.1 | 等差、等比数列的基本性质 | 5 |

1 二次关系式

1.0.1 基本不等式

习题 1.

已知 $ab > 0, a^2 + ab + 2b^2 = 1$, 则 $a^2 + 2b^2$ 的最小值?

答案 1

我的评价是上面的这道题不是很难.

2 函数和导数

3 数列

求数列通项方法: 累加法, 累乘法, 带提示的构造法, 待定系数构造法, 等价变形.
常规数列求和方法: 错位相减法, 裂项相消法, 分组求和法, 倒序相加法.

习题 2. 2024 届浙江名校协作体高三下学期返校考试数学试题, 7

已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 3a_1$, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则“ $\{a_n\}$ 是等差数列”是“ S_n 为等差数列”的 (充要条件)?

答案 2

充要条件, 需要计算.

3.1 通项为奇偶分段的数列

习题 3. 2023, 山东模拟, 一数 p49

令 $b_n = \begin{cases} n, & n \text{ 为奇数} \\ 2^n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

答案 3

n 为偶数时, $S_n = \frac{n^2}{4} + \frac{4(2^n - 1)}{3}$; n 为奇数时, $S_n = \frac{(n+1)^2}{4} + \frac{2^{n+1}}{3} - \frac{4}{3}$.

4 平面向量

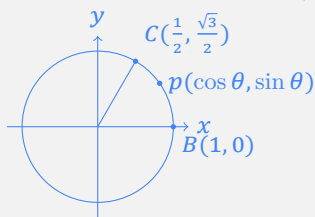
习题 4. 2023, 山东模拟, 一数 p49

已知在等边三角形 ABC 的边长为 1, 动点 P 满足 $|\overrightarrow{AP}| = 1$, $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最小值为 _____.

答案 4

$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

容易发现 P 点的运动轨迹是以 A 为圆心的圆. 如果 ABC 是等腰直角三角形那么, 可以以两直角边为坐标轴建立直角坐标系, 然后令 $P = (\cos \theta, \sin \theta)$, 则能用三角函数来表示 λ, μ , 利用辅助角公式来求解. 现在 ABC 是等边三角形, 可以仿造着类似的方法来证明.



5 常用公式与定理

5.0.1 圆锥曲线

知乎: 焦点三角形面积公式

5.1 数列

5.1.1 等差、等比数列的基本性质

设 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 其前 n 项和为 S_n .

1. 等差数列常用性质:

(a) 下标和性质: 若 $m + n = r + s$, 则 $a_m + a_n = a_r + a_s$, 其中 $m, n, r, s \in \mathbb{N}^*$; 特别地, 若 $m + n = 2r$, 则 $a_m + a_n = 2a_r$.

推论: $S_{2n-1} = \frac{(2n-1)(a_1 + a_{2n-1})}{2} = (2n-1)a_n (n \in \mathbb{N}^*)$.

(b) 前 n 项和性质: $\{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列, 公差为 $\frac{n}{2}$.

(c) 片段和性质: $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}, \dots$ 也构成等差数列, 公差为 $m^2 d$.

2. 等比数列常用性质:

(a) 下标和性质: 若 $m + n = r + s$, 则 $a_m \cdot a_n = a_r \cdot a_s$, 其中 $m, n, r, s \in \mathbb{N}^*$; 特别地, 若 $m + n = 2r$, 则 $a_m \cdot a_n = a_r^2$.

(b) 片段和性质: 若 $q \neq -1$ 或 m 为奇数, 则 $S_m, S_{2m} - S_m, S_{3m} - S_{2m}, \dots$ 也构成等比数列, 公差为 q^m .