2η ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΑΕΜ:2551
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΠΑΝΤΕΛΗΣ ΚΥΡΙΑΚΙΔΗΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

1.1

Για να είναι στοχαστικός ένας πίνακας πρέπει το άθροισμα των στοιχείων κάθε στήλης του πρέπει να ισούται με 1. Αυτή την δουλεία την εκτελεί η τελευταία εντολή του αλγορίθμου και προκύπτει όντως ότι ο πίνακας είναι στοχαστικός.

Αποτελέσματα:

```
c1 =

  Columns 1 through 4

    1.0000    1.0000    1.0000    1.0000

  Columns 5 through 8

    1.0000    1.0000    1.0000    1.0000

  Columns 9 through 12

    1.0000    1.0000    1.0000    1.0000

  Columns 13 through 15

    1.0000    1.0000    1.0000

>>
```

Αλγόριθμος:

```
clear all;
close all;
A=[0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0;
   0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0;
   0,1,0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0;
   0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0;
   1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0;
   0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0;
   0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0;
   0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0;
   0,0,0,0,1,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0;
   0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0;
   0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1;
   0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0;
   0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0;
   0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,1,0,1;
   0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,0];
n=15;
c=sum(A);
I=eye(n,n);
e=ones (n,1);
p=.85;
delta=(1-p)/n;
D=spdiags(1./c',0,n,n);
x=(I-p*A*D)\(delta*e);
G=p*A*D+delta;
c1=sum(G)
```

1.2

<u>Κατασκευή πίνακα Google(G) :</u>

q: πιθανότητα μετακίνησης σε μια τυχαία σελίδα (0.15)

```
function G = GoogleG(A,q)
 format long;
[m,n]=size(A);
for i=1:n
    for j=1:n
    G(i,j)=q/n + (A(j,i)*(1-q))/findnj(A,j,n);
    end
end
end
```

findnj(A,j,n): άθροισμα στήλης j
n: μέγεθος πίνακα

```
function a=findnj(A,j,n)
sum=0;
for i=1:n
    sum=sum+A(j,i);
end
a=sum;
end
```

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των δυνάμεων για να υπολογίσουμε το ιδιοδιάνυσμα της μέγιστης ιδιοτιμής, το κανονικοποιούμε και παρατηρούμε ότι είναι ίδιο με δοθέν ιδιοδίανυσμα της εκφώνησης:

<u>Μέθοδος δυνάμεων:</u>

επιστρέφει το ιδιοδιάνυσμα (maxd)που αντίστοιχει στην μεγαλύτερη ιδιοτιμή του.

```
function maxd =PowerMethod(G)
format long;
[m,n]=size(G);
b=G(1:m,n);
for i=1:20
    b=G*b;
    l=1/b(1);
    b=l*b;
end
b=(1/l)*b;
maxd=b;
end
```

```
b =

   0.999749612071777
   1.113213314575129
   1.113254124424888
   0.999858480411924
   1.475659288392663
   1.475697155740474
   1.475847495493778
   1.475885362841589
   2.779878289295824
   3.962759095281054
   3.963056170722316
   2.780258399204442
   4.662699743837180
   4.337276744303463
   4.663033423326803
```

Ακολουθεί η κανονικοποίηση του ιδιοδιανύσματος:

<u>Αλγόριθμος κανονικοποίησης:</u>

πρώτα βρίσκουμε το άθροισμα (sum)των στοιχείων του πίνακα και στην συνέχεια διαρούμε κάθε στοιχείο του με αυτό.

```
function c = kanonikopoiisi(b)
format long;
m=length(b);
sum=0;
for i=1:m
    sum=sum+b(i);
end
c=(1/sum)*b;
end
```

```
p =

   0.026818665543991
   0.029862372740351
   0.029863467480172
   0.026821585978836
   0.039585124549612
   0.039586140355693
   0.039590173277050
   0.039591189083131
   0.074571297846400
   0.106302527677422
   0.106310496839705
   0.074581494440013
   0.125078703159372
   0.116349106789006
   0.125087654239246
```

1.3

Μετατροπή στην σελίδα 11 , σύνδεση με τις σελίδες 1,2 και 3.
Προκύπτει νέος πίνακας A2 και με χρήση των προηγούμενων συναρτήσεων βρίσκω τον καινουργιο πίνακα G. G2 = GoogleG(A2,0.15);
b2 = PowerMethod(G2);
p2 = kanonikopoiisi(b2);
είναι εμφανής η διαφορά της σημαντικότητας αφού το p(11) είναι μικρότερο απο το p2(11).

```
clc;
close all;
clear all;
A2=[0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0;
    0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0;
    0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0;
    0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0;
    1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0;
    0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
    0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1;
    0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0;];
G2=GoogleG(A2,0.15);
b2=PowerMethod(G2);
p2=kanonikopoiisi(b2);
p(11)
p2(11)
```

p(11)=
```
ans =

   0.106310496839705
```

p2(11)=
```
ans =

   0.127811379757289

>>
```

1.4

Εκτελούμε πάλι τις συναρτήσεις ”GoogleG,PowerMethod” και”kanonikopoiisi” με την προυπόθεση ότι στην μέθοδο GoogleG δίνουμε ως όρισμα την νέα πιθανότητα μεταπήδησης

a)q=0.01

```
pp =

   0.016137537837091
   0.013055047765050
   0.013081953977213
   0.016209315475949
   0.031494345387841
   0.031519311588410
   0.031618431612688
   0.031643397813257
   0.080713612145449
   0.109384817623364
   0.109580681487069
   0.080964221199561
   0.144776244223289
   0.144824840478146
   0.144996241385623
```

b)q=0.7

```
pp1 =

   0.055582854263548
   0.061115660895777
   0.061115660895778
   0.055582854263549
   0.059441250645889
   0.059441250645889
   0.059441250645890
   0.059441250645891
   0.066630178896455
   0.085322159960494
   0.085322159960497
   0.066630178896458
   0.077507227268351
   0.069918834847180
   0.077507227268354

   '
```

τα ιδιοδιανύσματα είναι αρκετά διαφορετικά απο το αρχικό αλλά και μεταξύ τους και μάλιστα όσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα μετακίνησης τόσο μεγαλύτερες είναι και τιμές των ιδιοδιανυσμάτων.

1.5

Πρέπει η τάξη της αρχικής σελίδας 11 να είναι μικρότερη από αύτη που θα προκύψει μετά την μετατροπή. Με άλλα λόγια πρέπει το η 11η τιμή του αρχικού ιδιοδιανύσματος να είναι μικρότερη απο την 11η του τελικού.

```
G2 = GoogleG(A2,0.15);
b2 = PowerMethod(G2);
p2 = kanonikopoiisi(b2);
p(11); p2(11);
```

΄Oπως βλέπουμε η τροποιημένη τάξη είναι μεγαλύτερη από την αρχική οπότε μπορούμε να ισχυριστούμε ελεύθερα ότι η στρατιγική αυτή λειτουργεί αποτελεσματικά.

```
>> p(11)

ans =

   0.106310496839705

>> p2(11)

ans =

   0.117966362606463

>>
```

1.6

Εκτελούμεπάλιτιςσυναρτήσεις ”GoogleG,PowerMethod” και”kanonikopoiisi” με την προυπόθεση ότι στην μέθοδο GoogleG δίνουε ως όρισμα τον νέο πίνακα:

ΠΡΙΝ ΤΗ ΔΙΑΓΡΑΦΗ:

```
p1 =

   0.026818665543991
   0.029862372740351
   0.029863467480172
   0.026821585978836
   0.039585124549612
   0.039586140355693
   0.039590173277050
   0.039591189083131
   0.074571297846400
   0.106302527677422
   0.106310496839705
   0.074581494440013
   0.125078703159372
   0.116349106789006
   0.125087654239246
```

ΜΕΤΑ:

```
p2 =

   0.032053677575718
   0.035925689361577
   0.040918437358698
   0.047138777575818
   0.050270373511434
   0.051661712527710
   0.041388485525165
   0.042779824541441
   0.103609945520139
   0.170976893448841
   0.048211617216542
   0.186430073283565
   0.107465256480649
   0.041169236072702
```

Παρατηρούμε ότι οι τάξεις των 12, 14 και 15 εχούν μειωθεί, ενώ όλες οι άλλες έχουν αυξηθεί.

ΑΣΚΗΣΗ 2

2.1 Με πολυωνυμική προσέγγιση

```
clc;
clear all;
close all;
format long;
syms x;
A=[-pi,-pi/6,-pi/4,-pi/2,-3*(pi/4),-7*(pi/6),7*(pi/6),3*(pi/4),pi/2,pi/4,pi/6,pi]';
B=[0,-1/2,-sqrt(2)/2,-1,-sqrt(2)/2,1/2,-1/2,sqrt(2)/2,1,sqrt(2)/2,1/2,0]';
n=size(A);
teliko=0;
for j=1:n
    apotelesma=1;
    for i=1:n
       if i==j
           continue;
       end
       apotelesma=apotelesma*(x-A(i))/(A(j)-A(i));
    end
    teliko=teliko+apotelesma*B(j);

end
 pretty(teliko);
 simplify(teliko);
```

2.2 Με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων

```
clc;
clear all;
close all;
format long;
syms x;
A=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1; -pi,-pi/6,-pi/4,-pi/2,-3*(pi/4),-7*(pi/6),7*(pi/6),3*(pi/4),pi/2,pi/4,pi/6,pi]';
b=[0,-1/2,-sqrt(2)/2,-1,-sqrt(2)/2,1/2,-1/2,sqrt(2)/2,1,sqrt(2)/2,1/2,0]';
D=A'*A;
c=A'*b;
z=D\c
n=length(z)
f=0;
i=n;
while i>0
    f=f+z(i)*x.^(i-1)
    i=i-1;
end


sfalma=finderror(A,z,b)
```

Το σφάλμα προσέγγισης αυτής της μεθόδου δύνεται με την παρακάτω συνάρτηση η οποία παίρνει ως ορίσματα τους πίνακες A,z,b.

```
function a=finderror(A,z,b)
m=A*z;
pinakassfalmatos=b-m;
n=length(pinakassfalmatos);
sum=0;
for i=1:n
    sum=sum+pinakassfalmatos(i).^2;
end
a=sqrt(sum);
end
```

ΑΣΚΗΣΗ 3

Θέλουμε να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα της συνάρτησης sin(x). Αυτό επιτυγχάνεται με 2 μεθόδους:

3.1 Μέθοδος Simpson

```
clc;
close all;
clear all;
format long;
syms x;
a=0;
b=pi/2;
z=8;
qq=(b-a)/(z-1);
c=0;
for i=1:z
    A(i,1)=c;
    A(i,2)=sin(c);
    c=c+qq;
end
[m,v]=size(A);
n=m-1;
sum=A(1,2)+A(m,2);
t=fix(n/2);
for k=1:t
     sum=sum+4*A((2*k),2);
end
t=fix((n/2)-1);
for k=1:t
     sum=sum+2*A(2*k+1,2);
end
```

<u>Υπολογισμός σφάλματος :</u>

```
E=(b-a)/(3*n)*sum
g(x)=sin(x);
df=diff(g,4);
y=abs(df(pi/2));
e=(((b-a)^5)/(180*(n^4)))*y;
error=double(e)
```

3.2 Μέθοδος Τραπεζίου

```
close all;
clc;
clear all;
a=0;
b=-pi/2;
z=8;
format long;
syms x;
qq=(b-a)/(z-1);
c=0;
for i=1:z
    A(i,1)=c;
    A(i,2)=sin(c);
    c=c+qq;
end
[m,v]=size(A);
n=m-1;
sum=A(1,2)+A(m,2);
for i=2:n
     sum=sum+2*A(i,2);
end
```

Υπολογισμός σφάλματος:

```
E=(b-a)/(2*n)*sum
g(x)=sin(x);
df=diff(g,2);
y=abs(df(1));
e=(((b-a)^3)/(12*(n^2)))*y;
error=double(e)
```

ΑΣΚΗΣΗ 4

Αλγόριθμος για Εμφάνιση των πολυωνύμων 2ου,3ου και 4ου βαθμού! :

```
clear all;
clc;
close all;
syms x;
format short;

for i=1:20
    A(i)=i;
end
n=20;
%για την μετοχή της τραπεζας πειραιως
B1=[45.80,45.70,42.90,44.00,47.40,49.90,50.70,49.30,53.80,52.30,45.00,41.70,41.70,39.80,47.50,41.10,36.10,32.50,32.10,33.10];
pol2=Poluonumo(A,B1,2,n)
pol3=Poluonumo(A,B1,3,n)
pol4=Poluonumo(A,B1,4,n)
%για την μετοχή της εθνικής τραπεζας
B2=[18.68,18.22,17.48,17.18,18.67,17.63,17.33,16.73,18.67,18.37,16.43,16.28,15.98,15.09,17.63,15.69,14.79,13.18,13.53,13.67];
pol2=Poluonumo(A,B2,2,n)
pol3=Poluonumo(A,B2,3,n)
pol4=Poluonumo(A,B2,4,n)
%για την μετοχή της ΣΕΛΟΝΤΑ
B3=[0.104,0.100,0.086,0.086,0.102,0.085,0.100,0.098,0.098,0.090,0.098,0.105,0.105,0.090,0.100,0.092,0.074,0.074,0.074,0.074];
pol2=Poluonumo(A,B3,2,n)
pol3=Poluonumo(A,B3,3,n)
pol4=Poluonumo(A,B3,4,n)
```

Poluonumo: παίρνει ως όρισμα τον πίνακα A, τον πίνακα B με τις μετοχές κλεισίματος, το βαθμό πολυωνύμου που αναζητάμε και μια σταθερα η οποία είναι το μέγεθος των 2 προαναφερθέντων πινάκων.

```
function pol=Poluonumo(A,B,bathmos,n)
syms x;
sx1=Sum(A,n,1);
sx2=Sum(A,n,2);
sx3=Sum(A,n,3);
sx4=Sum(A,n,4);
sx5=Sum(A,n,5);
sx6=Sum(A,n,6);
sx7=Sum(A,n,7);
sx8=Sum(A,n,8);
sy1=Sum(B,n,1);
sxy=Sum2(A,B,n,1);
sx2y=Sum2(A,B,n,2);
sx3y=Sum2(A,B,n,3);
sx4y=Sum2(A,B,n,4);

if (bathmos==2)
   A=[n,sx1,sx2]';
   B=[sx1,sx2,sx3]';
   C=[sx2,sx3,sx4]';
   b=[sy1,sxy,sx2y]';
   for j=1:(bathmos+1)
       for i=1:(bathmos+1)
           if j==1
               T(i,j)=A(i);
           elseif j==2
               T(i,j)=B(i);
           else
               T(i,j)=C(i);
           end
       end
   end
   agnwstos=T\b;
   p=0;
   for i=(bathmos+1):-1:1
       p=p+agnwstos(i)*20.^(i-1);
   end
   pol=p;
end
if(bathmos==3)
    A=[n,sx1,sx2,sx3]' ;
   B=[sx1,sx2,sx3,sx4]';
   C=[sx2,sx3,sx4,sx5]';
   D=[sx3,sx4,sx4,sx6]';
   b=[sy1,sxy,sx2y,sx3y]';
   for j=1:(bathmos+1)
       for i=1:(bathmos+1)
           if j==1
               T(i,j)=A(i);
           elseif j==2
               T(i,j)=B(i);
           elseif j==3
               T(i,j)=C(i);
           else
```

```
                T(i,j)=D(i);
            end
        end
    end
    agnwstos=T\b;
    p=0;
    for i=(bathmos+1):-1:1
        p=p+agnwstos(i)*20.^(i-1);
    end
    pol=p;
end
if(bathmos==4)
     A=[n,sx1,sx2,sx3,sx4]';
    B=[sx1,sx2,sx3,sx4,sx5]';
    C=[sx2,sx3,sx4,sx5,sx6]';
    D=[sx3,sx4,sx4,sx6,sx7]';
    E=[sx4,sx4,sx6,sx7,sx8]';
    b=[sy1,sxy,sx2y,sx3y,sx4y]';
    for j=1:(bathmos+1)
        for i=1:(bathmos+1)
            if j==1
                T(i,j)=A(i);
            elseif j==2
                T(i,j)=B(i);
            elseif j==3
                T(i,j)=C(i);
            elseif j==4
                T(i,j)=D(i);
            else
                T(i,j)=E(i);
            end
        end
    end
    agnwstos=T\b;
    p=0;
    i=bathmos+1;
    for i=(bathmos+1):-1:1
        p=p+agnwstos(i)*20.^(i-1);
    end
    pol=p;
end
end
```

<u>Συναρτήσεις για τα αθροίσματα:</u>

```
function athr=Sum(A,n,z)
sum=0;
for i=1:n
    sum=sum+A(i).^z;
end
athr=sum;
end
```

```
function athrxy=Sum2(x,y,n,z)
sum=0;
for i=1:n
    sum=sum+x(i).^z*y(i);
end
athrxy=sum;
end
```

Εαν στη θέση του x,στην συνάρτηση Poluonumo,βάλουμε την τιμή 20, θα πάρουμε προσεγγιστική τιμή στην ημέρα των γεννεθλίων η οποία είναι πολύ κοντά με την πραγματική εκείνης της ημέρας. Με την ίδια περίπου λογική εαν x = 25 θα πάρω την πρόβλεψη της τιμής μετά από 5 μέρες. Εδώ παρατηρούμε οτι άλλοτε εχουμε λίγο μεγαλύτερη απόκλειση και άλλοτε μικρότερη, παραμένοντας πάντα πολύ κοντά με την πραγματικότητα.