

Problema 3.5

Imagina que ets el cap dels serveis informàtics de la FIB, on milers de persones accedeixen cada dia al servidor central. Suposem que tens una estimació (x_1, x_2, \dots, x_n) del nombre d'usuaris que accediran al servidor en els propers n dies. El software que controla el servidor no està ben dissenyat i el nombre d'usuaris per dia que pot gestionar decrementa cada dia, a partir del darrer dia en què es va fer reboot. Sigui si el nombre d'usuaris que el servidor pot gestionar l' i -èsim dia després de la darrera aturada, per tant $s_1 > s_2 > s_3 > \dots > s_n$. Assumim que el dia que es fa el reboot, no es pot donar servei a cap usuari. Donada una seqüència de carrega (x_1, \dots, x_n) i de limitacions (s_1, \dots, s_n) , dissenyeu un algorisme per a la planificació que especifique els dies òptims que s'han de fer els reboots de manera que es maximitze el nombre total de clients als quals el servidor d'ona servei. Per exemple, si $n = 5$ i $s_1 = 16, s_2 = 8, s_3 = 4, s_4 = 2, s_5 = 1$. Quan $x_1 = 17, x_2 = 9, x_3 = 5, x_4 = 3, x_5 = 2$, la solució òptima és no rebotar i donar servei a 31 clients. Quan $x_1 = 17, x_2 = 9, x_3 = 17, x_4 = 3, x_5 = 17$ la solució òptima és rebotar el segon i quart dies, donant servei a un màxim de 48 clients.

Solució

$C(i, j)$ = número màxim serveis que es poden donar des del dia i si fa j dies que hem fet l'últim reboot.

$$C(i, j) = \begin{cases} \min(x_n, s_j), & \text{si } i = n \\ \max\{C(i+1, j+1) + \min(s_j, x_i), C(i+1, 0)\} & \end{cases}$$