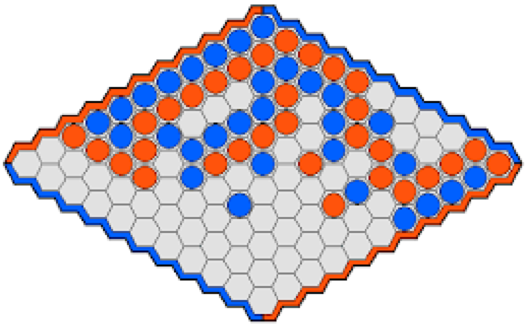
38. El joc d'HEX té com un dels seus inventors, al matemàtic John Nash. En aquest joc, dos jugadors, un amb color negre i l'altre amb color e blanc, fan torns on a cada torn el jugador que li toca col·loca una pedra del seu colors a una posició encara buida, a una xarxa $n \times n$ de cel.les hexagonals. Un cop col·locada una pedra, no es pot moure. L'objectiu de cada jugador és connectar els costats del mateix color a la graella, amb un camí continuo fet amb les seves pedres. Dues cel·les es consideren connectades si comparteixen una vora les dues tenen la pedres amb el mateix color. Descriviu un esquema eficient que determini, després de cada jugada, si el jugador que acaba de jugar ha guanyat el joc d'HEX.



Red won

Una solución

Si miramos el tablero del juego cada jugador es propietario de una parte del grafo correspondiente al tablero. Tenemos los bordes del tablero que son una zona especial, podemos añadir al tablero dos nodos adicionales por cada jugador, uno por cada borde, conectándolo a las casillas en el borde correspondiente

Un jugador gana si consigue que en su subgrafo estén los dos nodos especiales conectados, es decir en la misma componente conexa.

Como el juego es dinámico el mejor método para implementar la obtención de las componentes conexas es Kruskal que nos permite incorporar las aristas creadas en cada jugada una a una y recalcular las componentes conexas de forma incremental en cada jugada. El coste de Kruskasl es $O(m \log n)$. En el tablero el número de aristas es proporcional al número de celdas. El número de celdas ocupadas es el número de jugadas, por lo que el coste total de mantener la partida es $O(p \log p)$ donde p es el número de jugadas.

Nota: Hay diferentes formas de implementar Kruskal de forma eficiente, consultar la web o vuestras referencias. Utilizando una estructura de datos de union find se puede implementar eficientemente en tiempo $O(m \log^* n)$. Si tenéis tiempo os sugiero que leáis algo sobre las diferentes implementaciones de union-find.