

BST \Rightarrow MST

MST \Rightarrow BST

2.13 Un bottleneck spanning tree T d'un graf no dirigit i ponderat $G = (V, E, w)$, on $w : E \rightarrow \mathbb{R}^+$, és un arbre d'expansió de G on el pes més gran és mínim sobre tots els arbres d'expansió de G . Diem que el valor d'un bottleneck spanning tree és el pes de la aresta de pes màxim a T .

(a) Demostreu la correctesa o trobeu un contraexemple pels enunciats següents:

- Un bottleneck spanning tree és també un arbre d'expansió mínim. **Fals**
- Un arbre d'expansió mínim és també un bottleneck spanning tree. **Cert**

(b) Doneu un algorisme amb cost $O(|V| + |E|)$ que donat un graf G i un enter b , determini si el valor d'un bottleneck spanning tree és $\leq b$.

(a)

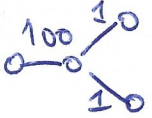
1. Fals:



BTS:



MST:



Valid, perquè 100 és el pes més gran i és mínim sobre tots els arbres d'expansió de G , però no és MST

2. Cert:

Per reducció a l'absurd:

suposem que tenim un MST que no és BST \Rightarrow l'aresta de pes més gran del MST no és mínima \rightarrow això vol dir que existeix alguna altra aresta amb pes menor que permet generar l'arbre d'expansió mínim \Rightarrow MST no és mínim (contradició)

(b)

1: Recorren el graf i eliminar arestes que tinguin pes $> b$

cost $\rightarrow O(|V| + |E|)$

2: Aplicar BFS per veure si el graf restant és connex

(a) Si ho és, qualsevol arbre d'expansió del graf restant serà BTS amb màxim $\leq b$

(b) Si no ho és, no hi ha cap BTS que compleixi la condició
cost $\rightarrow O(|V| + |E|)$