

1.22. Supposeu que sou consultors per a un banc que està molt amoïnat amb el tema de la detecció de fraus. El banc ha confiscat n targetes de crèdit que se sospita han estat utilitzades en negocis fraudulents. Cada targeta conté una banda magnètica amb dades encriptades, entre elles el número del compte bancari on es carrega la targeta. Cada targeta es carrega a un únic compte bancari, però un mateix compte pot tenir moltes targetes. Direm que dues targetes són *equivalents* si corresponen al mateix compte.

És molt difícil de llegir directament el número de compte d'una targeta intel·ligent, però el banc té una tecnologia que donades dues targetes permet determinar si són equivalents.

La qüestió que el banc vol resoldre és la següent: donades les n targetes, volen conèixer si hi ha un conjunt on més de $\lceil n/2 \rceil$ targetes són totes equivalents entre si. Suposem que les úniques operacions possibles que pot fer amb les targetes és connectar-les de dues en dues, al sistema que comprova si són equivalents.

Doneu un algorisme que resolgui el problema utilitzant només $O(n \lg n)$ comprovacions d'equivalència entre targetes. Sabríeu com fer-ho en temps lineal?

$A(G)$

Enumerem targetes de G de 1 a n on $n = |G|$

si $n=1$ retorna cert i la targeta

si $n=2$ retorna (són equivalents?) i targeta

$G_1 = 1$ a $\lfloor n/2 \rfloor$ $G_2 = \lfloor n/2 \rfloor + 1$ a n

si $A(G_1)$ amb x_1 sent targeta majoritària

comprovar si $G_1 + G_2$ minent x_1 ($n/2$ comprovacions)

si x_1 és majoritària, retorna CERT i x_1

sino si $A(G_2)$ amb x_2 sent targeta majoritària

comprovar si $G_1 + G_2$ minent x_2 ($n/2$ comprovacions)

si x_2 és majoritària, retorna CERT i x_2

sino retorna FALS