

# Prise de notes au Lacim

Adrien Pavao

Juin 2017

## 1 Introduction

## 2 Problèmes à étudier

### 2.1 Conjecture 4/3

<sup>1</sup> <sup>2</sup>

Les sous-mots antipalindromiques.

- **Antipalindrome** : A word  $a_1, \dots, a_l$  over the alphabet  $-, +$  is antipalindromic if  $a_i = -a_{l+1-i}$  for every  $i \in [l]$
- **Conjecture** : Consider a circular word  $w$  over the alphabet  $-, +$  with  $n$   $'-'$  and  $n$   $'+'$ . Then  $w$  has a linear subword of length at least  $\frac{4}{3}n$  that is antipalindromic.

### 2.2 Codes couvrants

Résumé du problème ? Concrètement, on cherche à couvrir avec des antennes des surfaces pour des téléphones. On étudie ce problème sur des grilles discrètes.

Ils ont déjà été étudiés dans les grilles carrées, hexagonales et triangulaires, mais pas encore dans la grille du roi.

#### 2.2.1 Grille carrée

<sup>3</sup> <sup>4</sup> <sup>5</sup>

#### 2.2.2 Dans d'autres grilles

<sup>6</sup>

---

<sup>1</sup><http://ojs.statsbiblioteket.dk/index.php/brics/article/download/20073/17699>

<sup>2</sup><https://cermics.enpc.fr/~meunief/OpenProblems.html>

<sup>3</sup><http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012365X02007446>

<sup>4</sup>[http://www.discuss.wmie.uz.zgora.pl/php/discuss3.php?ip=&url=bwww\\_praca&nId=2454&nIdCzasopisma=402&nIdSes](http://www.discuss.wmie.uz.zgora.pl/php/discuss3.php?ip=&url=bwww_praca&nId=2454&nIdCzasopisma=402&nIdSes)

<sup>1</sup>

<sup>5</sup>[http://math.nsc.ru/~puzynina/3\\_pc3.ps](http://math.nsc.ru/~puzynina/3_pc3.ps)

<sup>6</sup><http://link.springer.com/article/10.1134/S0037446606010101>

## 2.3 Sous-arbres induits

La question est "Quel est le nombre maximal de feuilles réalisé par un sous-arbre induit à  $n$  sommets dans un graphe donné?"

Peut-on obtenir un algorithme polynomial pour les graphes de largeur arborescente fixée ?

Quelques définitions :

- **Arbre** : Un arbre est un graphe non orienté dans lequel deux sommets quelconques sont reliés par un unique chemin (acyclique). Une feuille est un sommet de degré 1 dans un arbre.
- **Largeur arborescente** : La largeur d'arbre est une façon de savoir si, intuitivement un graphe est proche d'un arbre.
- **Sous-arbre induit** : Un sous-graphe induit est un sous-graphe défini par un sous ensemble de sommets.  
Formellement,  $H$  est un sous-graphe induit de  $G$  si, pour tout couple  $(x, y)$  de sommets de  $H$ ,  $x$  est connecté à  $y$  dans  $H$  si et seulement si  $x$  est connecté à  $y$  dans  $G$ . Autre formulation de la condition : l'ensemble des arêtes de  $H$  correspond à l'ensemble des arêtes de  $G$  incidentes à deux sommets de  $H$ .  
Vulgairement, on choisit les sommets du sous-graphe et on met les arêtes telles qu'elles étaient dans le graphe d'origine, sauf celles à qui il manque un sommet bien-sûr.  
Un sous-arbre induit est un sous-graphe induit qui est un arbre.
- **Spanning tree** : Un spanning tree d'un graphe à  $n$  sommets est un sous-ensemble de  $n-1$  arêtes qui forme un arbre.
- **Leaf number** : Nombre maximal de feuilles d'un spanning tree d'un graphe.
- Pleinement feuillu
- Branche abondante
- **Cycle space** : Dans un graphe non orienté, l'ensemble de ses sous-graphes eulériens. Autrement dit, l'ensemble de ces cycles.
- **Graphe eulérien** : Un graphe connexe est eulérien si et seulement si chacun de ses sommets est incident à un nombre pair d'arêtes. Cette propriété est équivalente au fait que l'on peut "parcourir" le graphe en partant d'un sommet quelconque et en empruntant exactement une fois chaque arête pour revenir au sommet de départ, il admet donc un cycle eulérien. Un tel graphe a alors la propriété qu'il correspond à un dessin qu'on peut tracer sans lever le crayon.
- Cycle basis

- Symmetric difference

Traduction du problème dans un SAT solver ? Étudier graphes avec Sage ?  
 Classe Graph, classe Subset.  
<sup>7 8</sup>

Idées de classes de graphe sur lesquels on peut chercher une solution polynomiale :

- Series-parallel
- Biparti
- Planaire
- Régulier (degré n)
- Complet
- Cordal (cordaux)
- Parfait
- ...

Méthodes à explorer :

- Modélisation avec un programme linéaire du problème sur un arbre avec sous-arbre de taille k. Ce problème est plus simple à modéliser. **Voir notebook.**
- Modélisation avec un programme linéaire du problème sur un graphe. On s'inspire du précédent mais il faut ajouter des contraintes pour vérifier soit la connexité du sous-graphe, soit son acyclicité.
- Réduction SAT (problème décision IS(i,l) ) Vrai s'il existe un sous-arbre induit de i sommets et l feuilles.
- Autres solvers Sage.
- Utilisation de Spark pour paralléliser le calcul.

---

<sup>7</sup>Pièce jointe Elise: Titre article ?

<sup>8</sup>Article Iwoca polyminoes : titre ?