Rețele Petri și Aplicații

Curs 1

Structura cursului

1. Informații curs
2. Rețele Petri - introducere
3. Definiția rețelelor Petri
4. Proprietăți comportamentale
   - Mărginire
   - Pseudo-viabilitate
   - Blocaje
   - Viabilitate
   - Reversibilitate
5. Legătura dintre proprietăți în rețele Petri

Structura cursului

1. Informații curs
2. Rețele Petri - introducere
3. Definiția rețelelor Petri
4. Proprietăți comportamentale
   - Mărginire
   - Pseudo-viabilitate
   - Blocaje
   - Viabilitate
   - Reversibilitate
5. Legătura dintre proprietăți în rețele Petri

Contact

- Titular curs: lect. Dr. Oana Captarencu
- Contact: Discord
- Cursurile vor fi disponibile pe serverul de Discord al disciplinei

Evaluare

Punctaj final: 5 · T + 5 · LA

- T- test scris in sesiune (notate cu o notă de la 1 la 10)
- Activitate laborator (LA) - notată cu o notă de la 0 la 10:
  - activitatea laborator (20%)
  - lucrare de laborator (50%)
  - temă laborator (30%)
- Condiții minimale: $LA \geq 5$, $T \geq 4$
- Punctaj final minim: 50 puncte.

Structura cursului

1. Informații curs
2. Rețele Petri - introducere
3. Definiția rețelelor Petri
4. Proprietăți comportamentale
   - Mărginire
   - Pseudo-viabilitate
   - Blocaje
   - Viabilitate
   - Reversibilitate
5. Legătura dintre proprietăți în rețele Petri

Rețele Petri

Rețele Petri: o metodă formală (matematică) folosită pentru modelarea și verificarea sistemelor (concurente/distribuite)

Rețele Petri

Rețele Petri: o metodă formală (matematică) folosită pentru modelarea și verificarea sistemelor (concurente/distribuite)

Noțiunea de sistem:

- A regularly interacting or interdependent group of items forming a unified whole (Webster Dictionary)
- A combination of components that act together to perform a function not possible with any of the individual parts (IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms)

Rețele Petri

Rețele Petri: o metodă formală (matematică) folosită pentru modelarea și verificarea sistemelor (concurente/distribuite)

Noțiunea de sistem:

- A regularly interacting or interdependent group of items forming a unified whole (Webster Dictionary)
- A combination of components that act together to perform a function not possible with any of the individual parts (IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms)

Sistemele:

- alcătuite din componente care interacționează
- îndeplinesc o anumită funcționalitate
- evenimente și stări
- concurență, comunicare, sincronizare

Rețele Petri

Exemple de sisteme:

- sisteme automatizate de producție
- sisteme de control al traficului (terestru,aerian)
- sisteme de monitorizare și control în industrie
- rețele de comunicare
- sisteme software distribuite
- etc...

Modelarea și verificarea sistemelor

- Verificarea sistemelor: are drept scop verificarea unor proprietăți dezirabile, înca din stadiul de proiectare
- Un model surprinde caracteristici esențiale ale sistemului
- Metode (formale) pentru modelarea și verificarea sistemelor:
  - automate/sisteme tranziționale
  - algebre de procese
  - logici temporale
  - rețele Petri
  - etc...

Rețele Petri

- Carl Adam Petri, 1962
- grafuri bipartite
- reprezentare explicită stărilor și evenimentelor dintr-un sistem
- reprezentare grafică intuitivă
- semantică formală
- expresivitate (concurență, nedeterminism, comunicare,sincronizare)
- existența metodelor de analiză a proprietăților
- numeroase unelte software pentru editarea/verificarea proprietăților rețelelor Petri

Aplicații

- Protocoale de comunicare, rețele
- Sisteme software și hardware
- Algoritmi distribuiți
- Protocoale de securitate
- Sisteme/procese din domenii precum: biologie, chimie, medicină
- Domeniul economic (fluxuri de lucru)
- etc..

Structura cursului

Rețele Petri - Definiție

P : $\bigcirc p$

T : $\square t$

(p, t)

(t, p)

Definiție 1

"places"

O rețea Petri este un 4-uplu $N = (P, T, F, W)$ *astfel încât :*

1. P *mulțime de locații,* T *mulțime de tranziții,* $P \cap T = \emptyset$;
2. $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ *relația de flux;*
3. $W : (P \times T) \cup (T \times P) \to \mathbb{N}$ *funcția pondere* ($W(x, y) = 0$ *ddacă* $(x, y) \notin F$).

$W : F \to \mathbb{N}$

Rețele Petri - Definiție

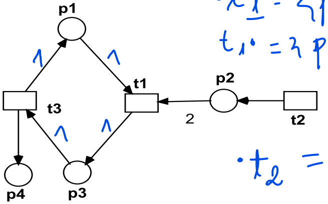
Definiție 1

O rețea Petri este un 4-uplu $N = (P, T, F, W)$ *astfel încât :*

1. P *mulțime de locații,* T *mulțime de tranziții,* $P \cap T = \emptyset$*;*
2. $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ *relația de flux;*
3. $W : (P \times T) \cup (T \times P) \to \mathbb{N}$ *funcția pondere* *(*$W(x, y) = 0$ *ddacă* $(x, y) \notin F$*).*

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3\}$
- $F = \{(p_1, t_1), (p_2, t_1), (t_1, p_3), (p_3, t_3), (t_3, p_1), (t_3, p_4), (t_2, p_2)\}$
- $W(p_1, t_1) = 1$, $W(p_2, t_1) = 2$, $W(t_1, p_3) = 1$ $W(t_1, p_3) = 1$, $W(p_3, t_3) = 1$,

  $W(t_3, p_4) = 1$, $W(t_3, p_1) = 1$, $W(t_2, p_2) = 1$

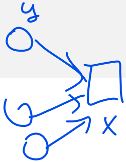


$\bullet t_1 = \{p_1, p_2\}$

$t_1 \bullet = \{p_3\}$

$\bullet t_2 = \emptyset$

Rețele Petri - Definiție



Dacă $x \in P \cup T$, atunci:

- Premulțimea lui x (sau mulțimea elementelor input pentru x):
  $\bullet x = \{y | (y, x) \in F\}$; → elemente input pt x
- Postmulțimea lui x (sau mulțimea elementelor output pentru x):
  $x \bullet = \{y | (x, y) \in F\}$. → elemente output pt x

Rețele Petri - Definiție

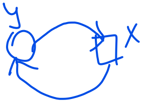
Dacă $x \in P \cup T$, atunci:

- Premulțimea lui x (sau mulțimea elementelor input pentru x):
  $\bullet x = \{y | (y, x) \in F\}$;
- Postmulțimea lui x (sau mulțimea elementelor output pentru x):
  $x \bullet = \{y | (x, y) \in F\}$.

Definiție 2

O rețea este pură dacă, pentru orice $x \in P \cup T$, $\bullet x \cap x \bullet = \emptyset$.

impură :



Rețele Petri - Definiție

Dacă $x \in P \cup T$, atunci:

- Premulțimea lui x (sau mulțimea elementelor input pentru x):
  $\bullet x = \{y | (y, x) \in F\}$;
- Postmulțimea lui x (sau mulțimea elementelor output pentru x):
  $x \bullet = \{y | (x, y) \in F\}$.

Definiție 2

O rețea este pură dacă, pentru orice $x \in P \cup T$, $\bullet x \cap x \bullet = \emptyset$.

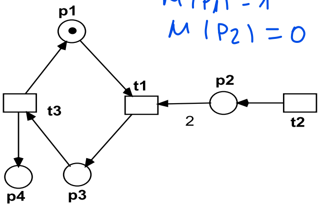
Definiție 3

O rețea este fără elemente izolate, dacă, pentru orice $x \in P \cup T$, $\bullet x \cup x \bullet \neq \emptyset$

Marcarea unei rețele Petri

Definiție 4 (Marcare, rețele marcate)

- *Fie* $N = (P, T, F, W)$ *o rețea Petri. O marcare a lui* N *este o funcție* $M : P \to \mathbb{N}$.
- *Fie* $N = (P, T, F, W)$ *o rețea Petri și* $M_0 : P \to \mathbb{N}$. *Atunci* (N, M_0) *se numește rețea Petri marcată.*



$M(p_1) = 1$

$M(p_2) = 0 = M(p_3)$

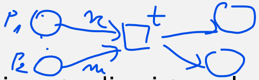
$p_1 < p_2 < p_3 \ldots < p_m$

$(M(p_1), M(p_2), \ldots M(p_m))$

$$M = \begin{array}{c} p_1\;\; p_2\;\; p_3\;\; p_4 \\ (1, 0, 0, 0) \end{array}$$

- Distribuția punctelor în locațiile unei rețele = marcarea rețelei (starea sistemului modelat)

Rețele Petri



- Tranziții: reprezintă acțiuni sau evenimente din sistemul modelat
- Locațiile input (pentru o tranziție): parametri, variabile, tipuri de resurse necesare producerii unei acțiuni, precondiții pentru producerea unui eveniment
- Marcarea unei locații: numarul de resurse sau valorea parametrului/variabilei reprezentate de locația respectivă
- Ponderea unui arc input (al unei tranziții): numărul resurselor de un anumit tip necesare producerii acțiunii (valoarea minimă pe care trebuie sa o aibă o variabilă pentru ca o acțiune să se producă)
- Ponderea unui arc output (al unei tranziții): numărul de resurse de un anumit tip rezultate prin producerea acțiunii, valoarea cu care se modifica o anumită variabilă după producerea unui eveniment)

Exemplu

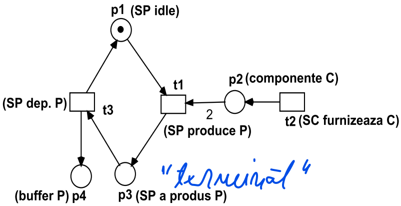
Sistem de producție: sistemul (SP) produce piese (P) utilizând componente (C), furnizate de către alt sistem (SC).

- Dacă SP este "idle" (nu este implicat deja in producția unei piese) și există disponibile 2 componente C, va produce piesa P ("consumând" cele 2 componente) → starea sistemului se modifică (SP a produs o piesă); terminat a
- După ce SP a produs piesa P, va depozita piesa într-un buffer, revenind totodată in starea "idle";
- SC
  S~~P~~2 poate furniza în orice moment câte o componentă C;

Exemplu

Sistem de producție: sistemul (SP) produce piese (P) utilizând componente (C), furnizate de către alt sistem (SC).

- Dacă SP este "idle" (nu este implicat deja in producția unei piese) și există disponibile 2 componente C, va produce piesa P ("consumând" cele 2 componente) → starea sistemului se modifică (SP a produs o piesă);
- După ce SP a produs piesa P, va depozita piesa într-un buffer, revenind totodată in starea "idle";
- ~~SP2~~ SC poate furniza în orice moment câte o componentă C;



Regula de producere a tranzițiilor

Definiție 5

Fie $N = (P, T, F, W)$ *o rețea Petri,* M *o marcare a lui* N *și* $t \in T$ *o tranziție a lui* N.

Regula de producere a tranzițiilor

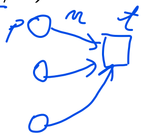
Definiție 5

Fie $N = (P, T, F, W)$ o rețea Petri, M o marcare a lui N și $t \in T$ o tranziție a lui N.

„acțiunea t posibilă în starea M”
ev.

$M \xrightarrow{t}$

- *Tranziția t este posibilă la marcarea M ($\underline{M[t\rangle}_N$) dacă $\underline{W(p,t) \le M(p)}$, pentru orice $p \in \bullet t$.*



Regula de producere a tranzițiilor

Definiție 5

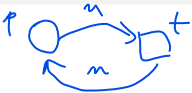
Fie $N = (P, T, F, W)$ *o rețea Petri,* M *o marcare a lui* N *și* $t \in T$ *o tranziție a lui* N.

- *Tranziția* t *este posibilă la marcarea* M *(*$M[t\rangle_N$*) dacă* $W(p, t) \leq M(p)$, *pentru orice* $p \in \bullet t$.
- *Dacă* t *este posibilă la marcarea* M, *atunci* t *se poate produce, rezultând o nouă marcare* M' *(*$M[t\rangle_N M'$*), unde*

$$M'(p) = M(p) - W(p, t) + W(t, p),$$

pentru toți $p \in P$.

Exemplu

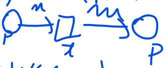


$\uparrow$

I $\quad p \notin {}^\bullet t \cup t^\bullet \quad M'(p) = M(p) - 0 + 0 = M(p)$

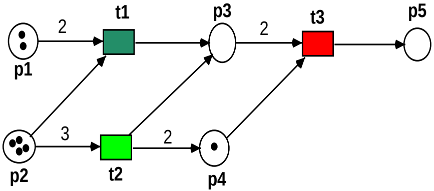
II $\quad p \in {}^\bullet t \setminus t^\bullet \quad M'(p) = M(p) - W(p,t)$

III $\quad p \in t^\bullet \setminus {}^\bullet t \quad M'(p) = M(p) + W(t,p)$



IV $\quad p \in {}^\bullet t \cap t^\bullet$

- o tanziție este posibilă dacă locațiile input conțin suficiente puncte:

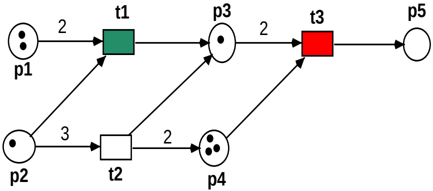


$$\begin{array}{cccccc} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 \\ M = & (2, & 1, & 1, & 3, & 0) \end{array}$$

$2p_1 + 4p_2 + 1p_4$

Exemplu

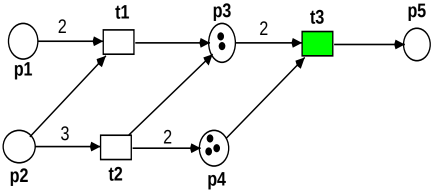
- o tanziție este posibilă dacă locațiile input conțin suficiente puncte:



$2p_3 + 3p_4$

Exemplu

- o tanziție este posibilă dacă locațiile input conțin suficiente puncte:

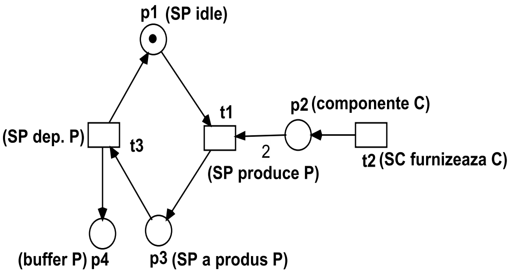


$t_3 \xrightarrow{} 2p_4 + 1p_5$

- Producerea unei tranziții modifică marcarea rețelei

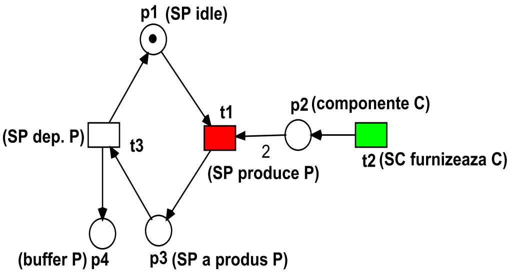
Exemplu I

Model sistem de producție:



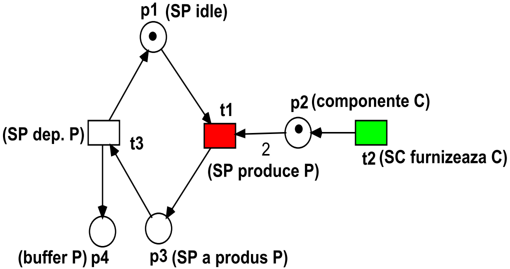
Exemplu I

Model sistem de producție:



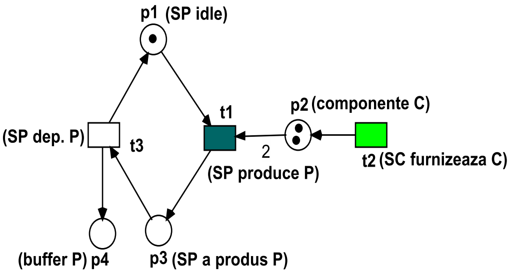
Exemplu I

Model sistem de producție:



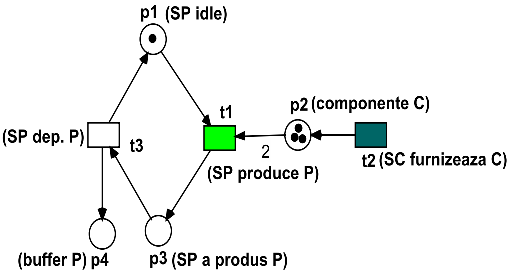
Exemplu I

Model sistem de producție:



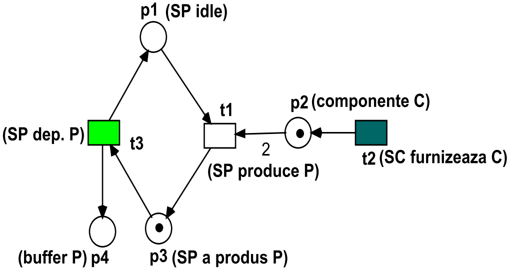
Exemplu I

Model sistem de producție:



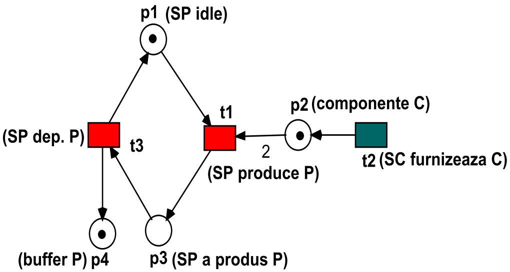
Exemplu I

Model sistem de producție:



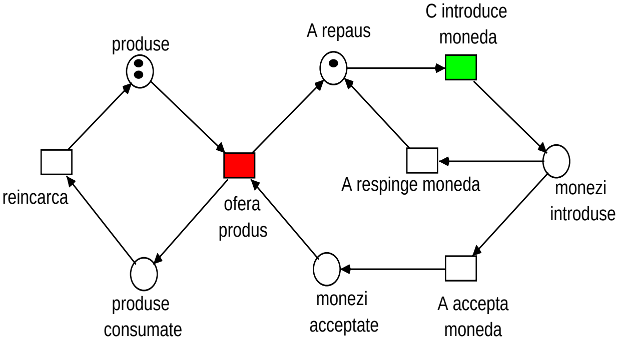
Exemplu I

Model sistem de producție:



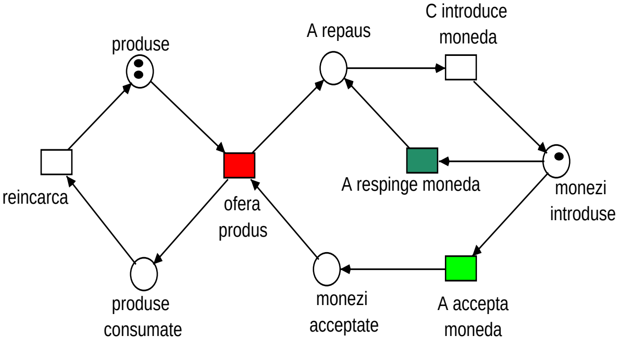
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



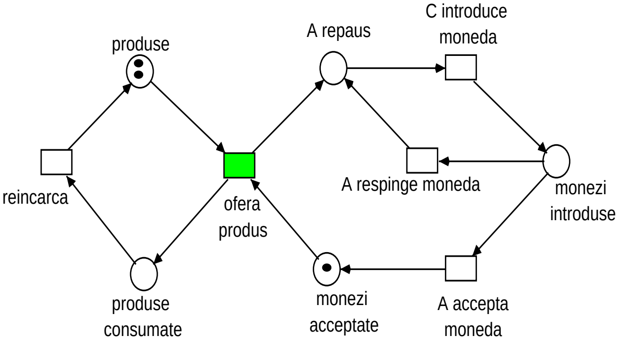
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



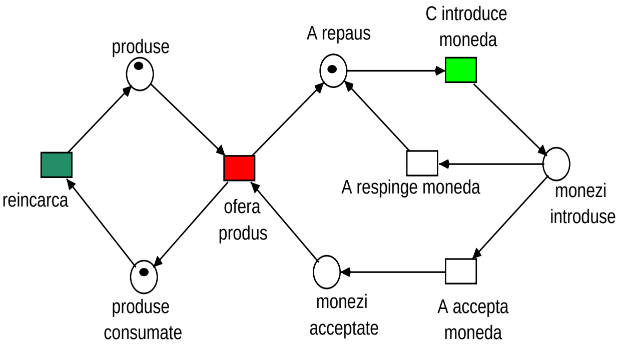
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



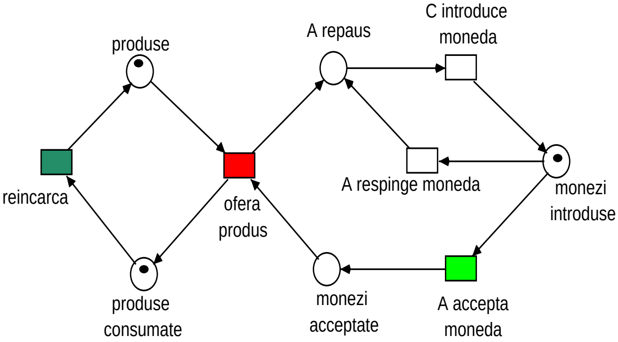
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



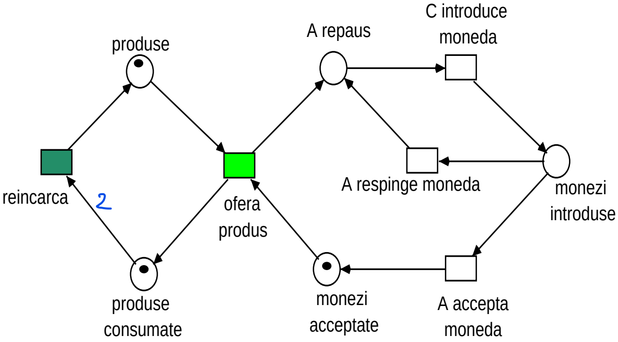
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



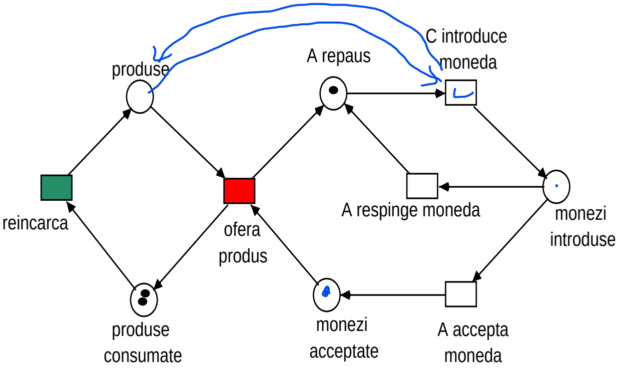
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



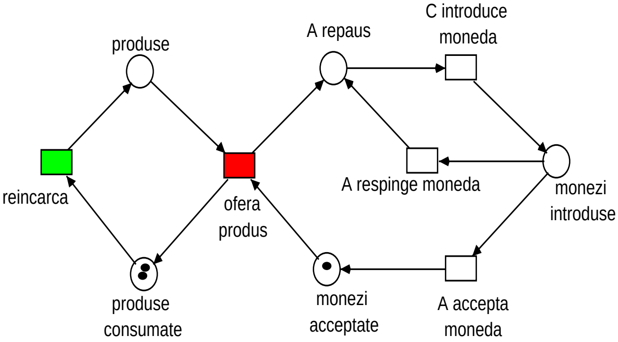
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



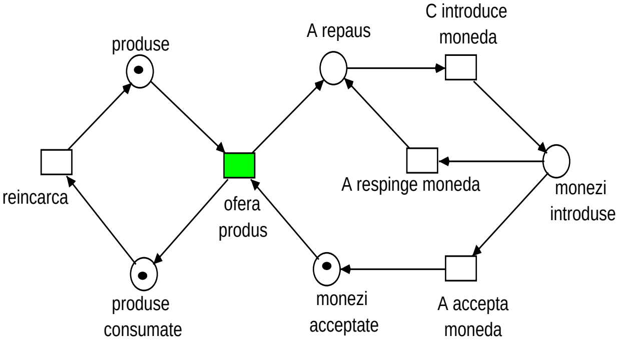
Exemplu II

- Automat care furnizează produse



Exemplu II

- Automat care furnizează produse



Secvențe de apariție a tranzițiilor

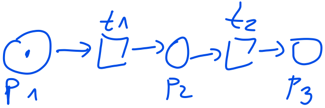
$u = t_1 t_2 \ldots t_n$

$M [t_1\rangle M_1 [t_2\rangle \ldots M_{n-1} [t_n\rangle$

- Extinderea regulii de producere a unei tranziții la secvențe de tranziții
- Fie secvența $u \in T^*$, $t \in T$ și marcarea M.
    - secvența vidă de tranziții ϵ este secvență de tranziții posibilă la M și $M[\epsilon\rangle M$;
    - dacă u este secvență de tranziții posibilă la M, $M[u\rangle M'$ și $M'[t\rangle M''$, atunci ut este secvență de tranziții posibilă la M și $M[ut\rangle M''$.

$M [t_1 t_2\rangle M'$

$M [t_2 t_1\rangle M'$?



$M = (1,0,0) [t_1 t_2\rangle$?

Secvențe de apariție a tranzițiilor

- Extinderea regulii de producere a unei tranziții la secvențe de tranziții
- Fie secvența $u \in T^*$, $t \in T$ și marcarea M.
  - secvența vidă de tranziții ϵ este secvență de tranziții posibilă la M și $M[\epsilon\rangle M$;
  - dacă u este secvență de tranziții posibilă la M, $M[u\rangle M'$ și $M'[t\rangle M''$, atunci ut este secvență de tranziții posibilă la M și $M[ut\rangle M''$.
- Dacă $\sigma \in T^*$ și $M[\sigma\rangle$, σ se mai numește secvență de apariție (posibilă) din M.
- Dacă există $\sigma \in T^*$ astfel încât $M[\sigma\rangle M'$, se mai notează $M[*\rangle M'$

Notații

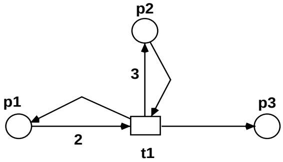
Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată . Se definesc următoarele funcții:

- $t^- : P \to \mathbb{N}$, $t^-(p) = W(p,t), \forall p \in P$
- $t^+ : P \to \mathbb{N}$, $t^+(p) = W(t,p), \forall p \in P$
- $\Delta t : P \to \mathbb{Z}$, $\Delta t(p) = W(t,p) - W(p,t)$

Dacă $\sigma \in T^*$ este o secvență de tranziții, se definește $\Delta\sigma : P \to \mathbb{Z}$:

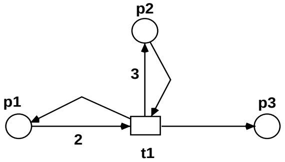
- Dacă $\sigma = \epsilon$, atunci $\Delta\sigma$ este funcția identic 0.
- Dacă $\sigma = t_1, \ldots, t_n$, atunci $\Delta\sigma = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i$.

Secvențe de apariție



- $t_1^-(p_1) = 2, t_1^-(p_2) = 1, t_1^-(p_3) = 0$
- $t_1^+(p_1) = 1, t_1^+(p_2) = 3, t_1^+(p_3) = 1$
- $\Delta t_1(p_1) = -1, \Delta t_1(p_2) = 2, \Delta t_1(p_3) = 1$

Secvențe de apariție



- $t_1^-(p_1) = 2, t_1^-(p_2) = 1, t_1^-(p_3) = 0$
- $t_1^+(p_1) = 1, t_1^+(p_2) = 3, t_1^+(p_3) = 1$
- $\Delta t_1(p_1) = -1, \Delta t_1(p_2) = 2, \Delta t_1(p_3) = 1$

Propoziție 1

Fie t o tranziție, $\sigma \in T^*$ și M, M' marcări.

- *Dacă $M[t\rangle M'$, atunci $M' = M + \Delta t$.*
- *Dacă $M[\sigma\rangle M'$, atunci $M' = M + \Delta\sigma$*

$M'(p) = (M + \Delta t)(p) \; \forall p$

$\Leftrightarrow M'(p) = M(p) + \Delta t(p)$

$\Leftrightarrow M'(p) = M(p) + W(t,p) - W(p,t)$

Marcări accesibile

Definiție 6

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată. O marcare M' este accesibilă din marcarea M, dacă există o secvență finită de apariție σ astfel încât: $M[\sigma\rangle M'$.

$M[\varepsilon\rangle M$

Marcări accesibile

Definiție 6

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată. O marcare M' este accesibilă din marcarea M, dacă există o secvență finită de apariție σ astfel încât: $M[\sigma\rangle M'$.

- Mulțimea marcărilor accesibile dintr-o marcare M, în γ, se notează $\underline{[M\rangle}_\gamma$

$[M\rangle$ $\qquad$ $M \in [M\rangle$

Marcări accesibile

Definiție 6

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată. O marcare M' este accesibilă din marcarea M, dacă există o secvență finită de apariție σ astfel încât: $M[\sigma\rangle M'$.

- Mulțimea marcărilor accesibile dintr-o marcare M, în γ, se notează $[M\rangle_\gamma$

Definiție 7

Marcarea M este accesibilă în γ, dacă M este accesibilă din marcarea inițială M_0.

Marcări accesibile

Definiție 6

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată. O marcare M' este accesibilă din marcarea M, dacă există o secvență finită de apariție σ astfel încât: $M[\sigma\rangle M'$.

- Mulțimea marcărilor accesibile dintr-o marcare M, în γ, se notează $[M\rangle_\gamma$

Definiție 7

Marcarea M este accesibilă în γ, dacă M este accesibilă din marcarea inițială M_0.

- Mulțimea marcărilor accesibile în γ se notează $[M_0\rangle_\gamma$!!!

Proprietăți pentru secvențe de apariție

Propoziție 2

Fie M *o marcare și* σ *o secvență finită de apariție, astfel încât* $M[\sigma\rangle M'$*. Dacă* σ' *este o secvență de apariție (finită sau infinită) posibilă la marcarea* M'*, atunci* $\sigma\sigma'$ *este secvență de apariție posibilă la* M*.*

Proprietăți pentru secvențe de apariție

Propoziție 2

Fie M o marcare și σ o secvență finită de apariție, astfel încât $M[\sigma\rangle M'$. Dacă σ' este o secvență de apariție (finită sau infinită) posibilă la marcarea M', atunci $\sigma\sigma'$ este secvență de apariție posibilă la M.

Propoziție 3

O secvență infinită de apariție σ este posibilă la o marcare M ddacă orice prefix finit al lui σ este posibil la M.

Proprietăți pentru secvențe de apariție

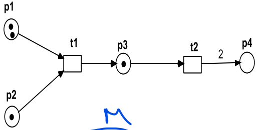
Propoziție 4

Fie M, M' și L marcări, $\sigma \in T^*$ o secvență de tranziții, posibilă la M.

- *Dacă σ finită și $M[\sigma\rangle M'$, atunci $(M+L)[\sigma\rangle(M'+L)$.*
- *Dacă σ infinită și $M[\sigma\rangle$, atunci $(M+L)[\sigma\rangle$*

Demonstrație: *

- σ finită: inducție după $|\sigma| = n$.
- σ infinită: se arată că orice prefix finit al lui σ este posibil la $M+L$.



3,2,2,0 M+L?

$L = (1,1,1,0)$

$M[\sigma\rangle M' \; +L$

$M+L[\sigma\rangle M'+L$

$M = \overbrace{(2,1,1,0)}^{M}[t_1t_2\rangle(1,0,1,2) = M'$

$(3,2,2,0)[t_1t_2\rangle$? $(2,1,2,1)$

Structura cursului

Proprietatea de mărginire

Definiție 8 (mărginire)

Fie $\gamma = (M, M_0)$ *o rețea Petri marcată.*

- *O locație p este mărginită dacă:*

$$(\exists\, n \in \mathbb{N})(\forall M \in [M_0\rangle)(\ M(p) \leq n)$$

Proprietatea de mărginire

Definiție 8 (mărginire)

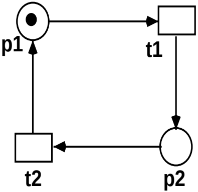
Fie $\gamma = (M, M_0)$ *o rețea Petri marcată.*

- *O locație p este mărginită dacă:*

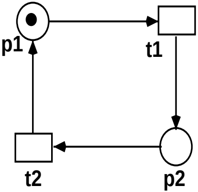
$$(\exists\ n \in \mathbb{N})(\forall M \in [M_0\rangle)(\ M(p) \leq n)$$

- *Rețeaua marcată* γ *este mărginită dacă orice locație* $p \in P$ *este mărginită.*

Mărginire-exemple

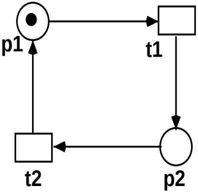


Mărginire-exemple

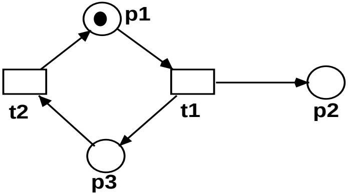


rețeaua este mărginită: $M(p) \leq 1, \forall p \in P$

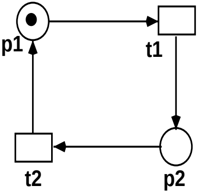
Mărginire-exemple



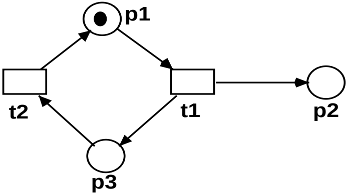
rețeaua este mărginită: $M(p) \leq 1, \forall p \in P$



Mărginire-exemple



rețeaua este mărginită: $M(p) \leq 1, \forall p \in P$



rețeaua este nemărginită:

p_2 poate conține o infinitate de puncte!

Proprietăți

Propoziție 5

O rețea Petri marcată $\gamma = (N, M_0)$ *este mărginită ddacă mulțimea* $[M_0\rangle$ *este finită.*

Proprietăți

Propoziție 5

O rețea Petri marcată $\gamma = (N, M_0)$ este mărginită ddacă mulțimea $[M_0\rangle$ este finită.

($\Longrightarrow$) Fie n astfel încât $(\forall M \in [M_0\rangle)(\forall p \in P)(M(p) \leq n)$. Numărul maxim de marcări este $(n+1)^{|P|}$.

$M : P \to \mathbb{N}$ $M : P \to \{0, \dots, n\}$

($\Longleftarrow$) Se consideră $n = max\{M(p) | M \in [M_0\rangle,\ p \in P\}$.

Proprietăți

Propoziție 5

O rețea Petri marcată $\gamma = (N, M_0)$ este mărginită ddacă mulțimea $[M_0\rangle$ este finită.

$M_1 [\sigma\rangle M_2 [\sigma\rangle M_3 [\sigma\rangle \ldots$

$M_1 + L$

Propoziție 6

Dacă $\gamma = (N, M_0)$ este mărginită, nu există două marcări $M_1, M_2 \in [M_0\rangle$ astfel încât $M_1[*\rangle M_2$ și $M_2 > M_1$.

$M_1 \leq M_2 \quad \forall p : M_1(p) \leq M_2(p)$

$(1,0,1)$

$(0,1,0)$

$M_1 < M_2$

$\begin{cases} M_1 \leq M_2 \\ M_1 \neq M_2 \end{cases}$

$(1,0,1) < (1,2,1)$

Proprietăți

Propoziție 5

O rețea Petri marcată $\gamma = (N, M_0)$ *este mărginită ddacă mulțimea* $[M_0\rangle$ *este finită.*

Propoziție 6

Dacă $\gamma = (N, M_0)$ *este mărginită, nu există două marcări* $M_1, M_2 \in [M_0\rangle$ *astfel încât* $M_1[*\rangle M_2$ *și* $M_2 > M_1$*.*

Dacă $M_1[\sigma\rangle M_2$ și $M_2 > M_1 \implies M_2[\sigma\rangle M_3$ și $M_3 > M_2$. Deci $M_3[\sigma\rangle M_4$, $M_4 > M_3$, etc.

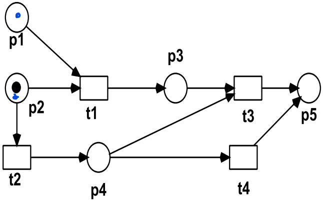
Definiție pseudo-viabilitate

Definiție 9 (pseudo-viabilitate)

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată.

- *O tranziție $t \in T$ este pseudo-viabilă din marcarea M, dacă există o marcare $M' \in [M\rangle$ astfel încât $M'[t\rangle$.* $M_0 \rightsquigarrow M[t\rangle$
- *O tranziție $t \in T$ este pseudo-viabilă dacă este pseudo-vaibilă din M_0 (există o marcare accesibilă $M \in [M_0\rangle$ astfel încât $M[t\rangle$). O tranziție care nu este pseudo-viabilă se numește moartă.*
- *Rețeaua marcată γ este pseudo-viabilă dacă toate tranzițiile sale sunt pseudo-viabile.*

Exemple



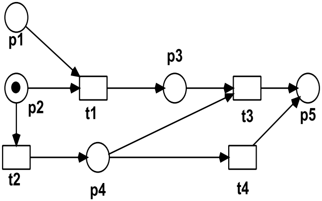
t_1 NU

t_2 DA

t_3 NU

t_4 DA

Exemple



- t_1 este tranziție moartă
- t_2 pseudo-viabilă
- t_3 este tranziție moartă
- t_4 pseudo-viabilă

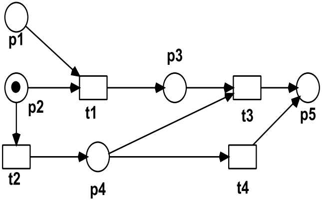
Proprietăți: blocaje

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată.

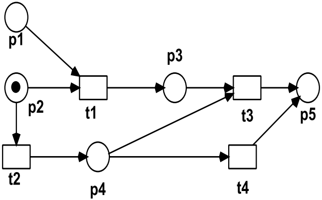
Definiție 10 (blocaje)

- *O marcare M a rețelei marcate γ este moartă dacă nu există o tranziție $t \in T$ astfel încât $M[t\rangle$.*
- *Rețeaua γ este fără blocaje, dacă nu există marcări accesibile moarte.*

Exemple



Exemple



- Marcarea (0,0,0,0,1) este moartă, deci rețeaua are blocaje.

Proprietăți: viabilitate

Definiție 11 (viabilitate)

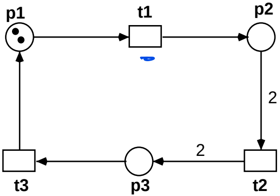
Fie $N = (P, T, F, W)$ o rețea de tip Petri și $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată.

- *O tranziție $t \in T$ este viabilă dacă $\forall M \in [M_0\rangle$, t este pseudo-viabilă din M ($\exists M' \in [M\rangle$ astfel încât $M'[t\rangle$).*
- *Rețeaua marcată γ este viabilă dacă orice tranziție $t \in T$ este viabilă.*

Viabilitatea lui t

pseudo-viab

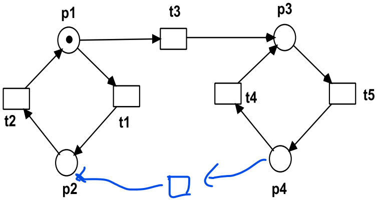
Exemple



(2, 0, 0)
(1, 1, 0).
(0, 2, 0)
(0, 0, 2)
(1, 0, 1)
(2, 0, 0)
(0, 1, 1)

- Rețea pseudo-viabilă, viabilă si fără blocaje.

Exemplu



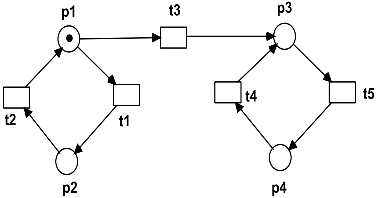
t_1 - p.v. ≠ viabilă

t_2 - p.v. ≠ viabilă

t_3 - p.v ≠ viabilă

t_4, t_5 = } viabile

Exemplu

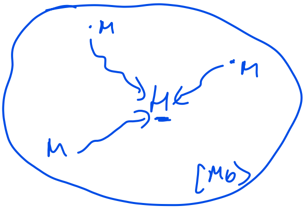


- t_1,t_2,t_3: nu sunt viabile
- t_4,t_5: viabile
- rețeaua este pseudo-viabilă

Marcări acasă

Definiție 12

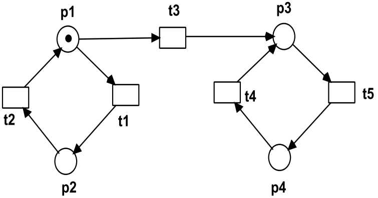
Fie $\gamma = (N, M_0)$ *o rețea marcată și* H *marcare a sa.* H *este marcare acasă dacă pentru orice* $M \in [M_0\rangle$, $H \in [M\rangle$.



Marcări acasă

Definiție 12

Fie $\gamma = (N, M_0)$ *o rețea marcată și* H *marcare a sa.* H *este marcare acasă dacă pentru orice* $M \in [M_0\rangle$, $H \in [M\rangle$.



$M = (0, 0, 1, 0)$ marcare acasă

Reversibilitate

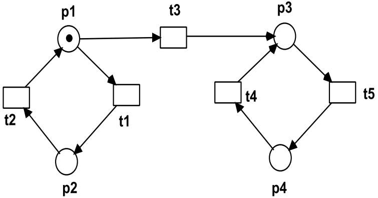
Definiție 13

Rețeaua marcată γ este reversibilă dacă marcarea sa inițială este marcare acasă.

Reversibilitate

Definiție 13

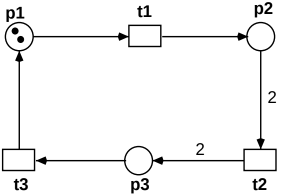
Rețeaua marcată γ este reversibilă dacă marcarea sa inițială este marcare acasă.



Reversibilitate

Definiție 13

Rețeaua marcată γ este reversibilă dacă marcarea sa inițială este marcare acasă.



Propoziție 7

O rețea este reversibilă ddacă orice marcare accesibilă este marcare acasă.

Structura cursului

1. Informații curs
2. Rețele Petri - introducere
3. Definiția rețelelor Petri
4. Proprietăți comportamentale
   - Mărginire
   - Pseudo-viabilitate
   - Blocaje
   - Viabilitate
   - Reversibilitate
5. Legătura dintre proprietăți în rețele Petri

Proprietăți în rețele viabile

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată.

Propoziție 8

Orice rețea marcată viabilă este și pseudo-viabilă.

Proprietăți în rețele viabile

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată.

Propoziție 8

Orice rețea marcată viabilă este și pseudo-viabilă.

Propoziție 9

Orice rețea marcată viabilă, având cel puțin o tranziție, este fără blocaje.

viab $\Rightarrow$ fără blocaje

$\cancel{\Leftarrow}$

$M[t\rangle M'[t$

Proprietăți în rețele viabile

Fie $\gamma = (N, M_0)$ o rețea Petri marcată.

Propoziție 8

Orice rețea marcată viabilă este și pseudo-viabilă.

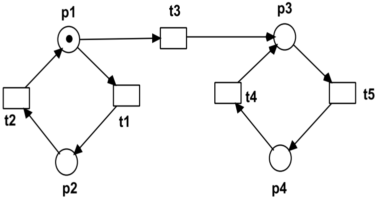
Propoziție 9

Orice rețea marcată viabilă, având cel puțin o tranziție, este fără blocaje.

Propoziție 10

Dacă o rețea fără locații izolate este viabilă, atunci orice locație poate fi marcată, din orice marcare accesibilă.

$\ast$



- rețea pseudoviabilă, fără blocaje
- nu este viabilă

Proprietăți în rețele reversibile

STOP

Propoziție 11

O rețea marcată reversibilă este viabilă ddacă este pseudo-viabilă.

Proprietăți în rețele reversibile

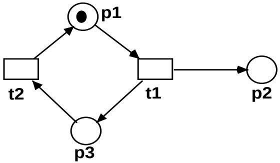
Propoziție 11

O rețea marcată reversibilă este viabilă ddacă este pseudo-viabilă.

Propoziție 12

O rețea marcată reversibilă este fără blocaje.

Exemplu

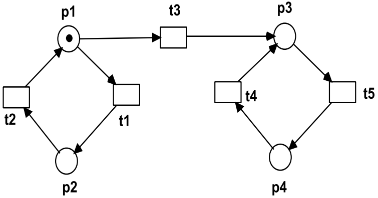


- Rețea viabilă, care nu este reversibilă:

  $(1, 0, 0,)[t_1\rangle(0, 1, 1)[t_2\rangle(1, 1, 0)[t_3\rangle$.

  Marcarea inițială $(1, 0, 0)$ nu este accesibilă din $(1, 1, 0)$.

Exemplu



- rețea fără blocaje, nu este reversibilă