

Projet Algorithmique et Programmation

Lacaze Yon, Loya Dylan

16 Décembre 2022

Table des matières

1	Arbre 2-3-4	2
1.1	Question 1 :	2
1.2	Question 2 :	2
1.3	Question 4 :	3
1.4	Question 5 :	3
2	Arbre Rouge-Noir	4
2.1	Question 1 :	4
3	Bonus	5

1 Arbre 2-3-4

1.1 Question 1 :

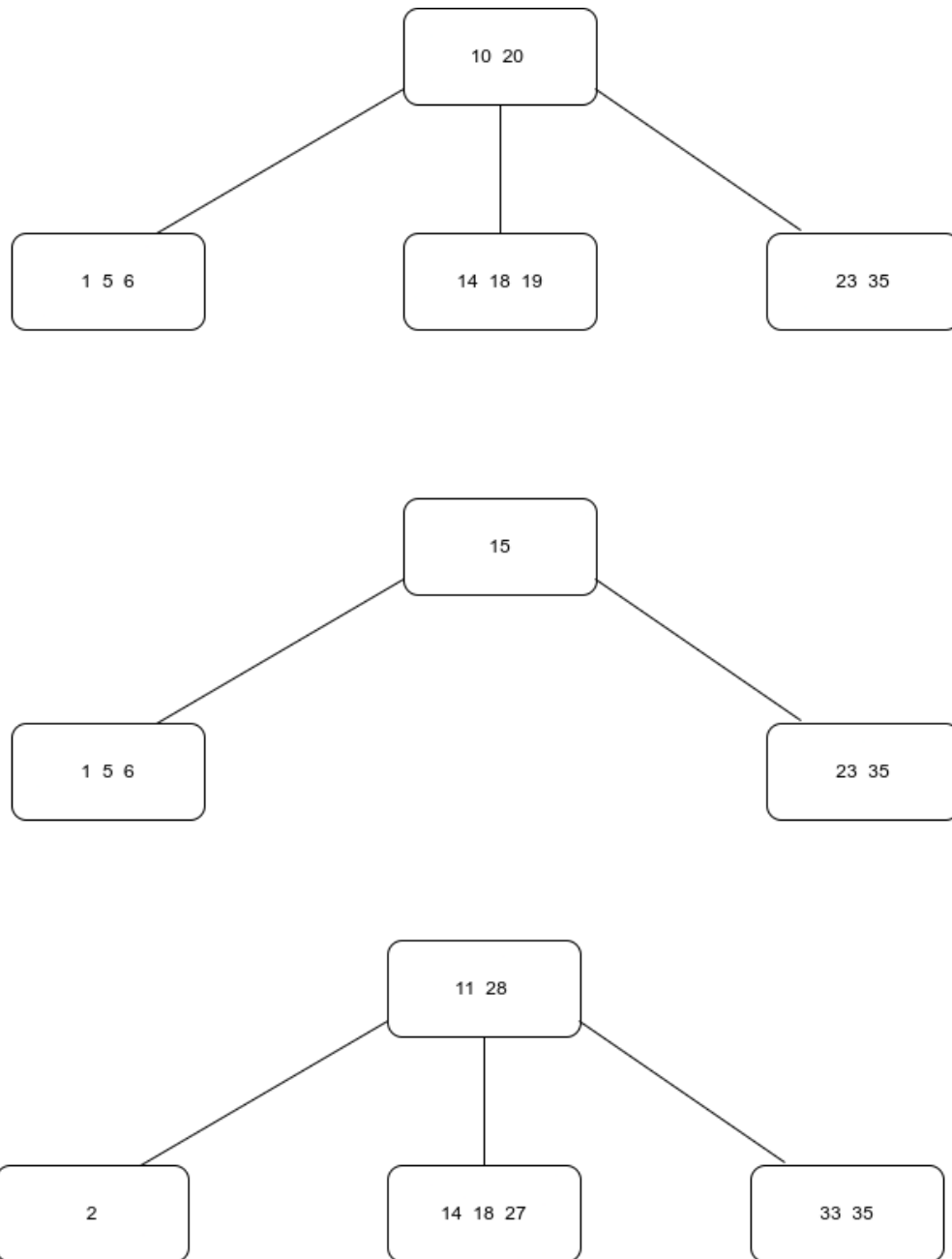


FIGURE 1 – arbres 2-3-4.

1.2 Question 2 :

On sait que dans un arbre 2-3-4 toutes les feuilles ont la même profondeur, ce qui implique qu'un arbre 2-3-4 est un arbre parfait et plus précisément un arbre complet. On sait que l'arbre binaire complet est de taille $2^{h+1} - 1$ avec h la hauteur de l'arbre. Sachant qu'un arbre 2-3-4 est de hauteur maximale si tout ses noeuds internes ont 2 fils, on peut dire que la hauteur maximale est la hauteur d'un arbre binaire complet soit $\log_2(n + 1)$ avec n le nombre de noeuds. On a donc $h + 1 \leq \log_2(n + 1)$.

On sait que l'arbre 2-3-4 de la plus petite hauteur est l'arbre où tous les noeuds internes ont 4 fils. Donc de manière analogue, on peut prouver que sa hauteur est $\log_4(n + 1)$ avec n le nombre de noeuds. On a donc, pour un arbre 2-3-4 : $\log_4(n + 1) \leq h + 1 \leq \log_2(n + 1)$.

1.3 Question 4 :

La complexité de l'opération de recherche dans un arbre 2-3-4 de recherche est en fonction de la hauteur de l'arbre. Donc la complexité est, dans le pire des cas, en $O(\log_2(n))$, et dans le meilleur des cas en $O(\log_4(n))$.

1.4 Question 5 :

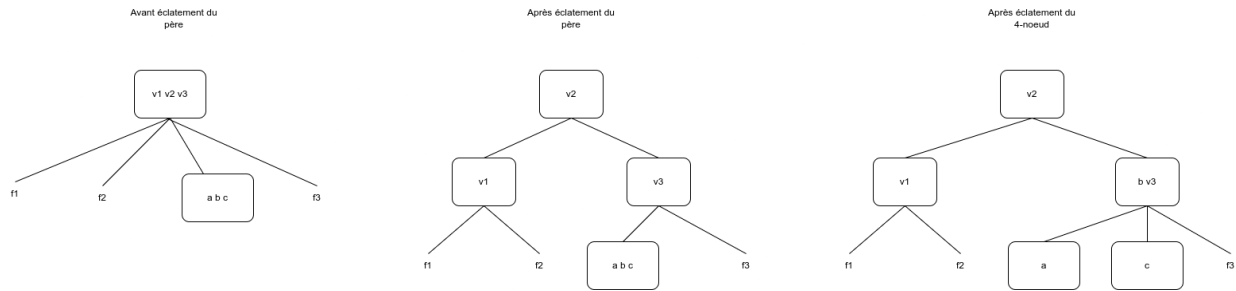


FIGURE 2 – Éclatement d'un 4-noeud dont le père est un 4-noeud.

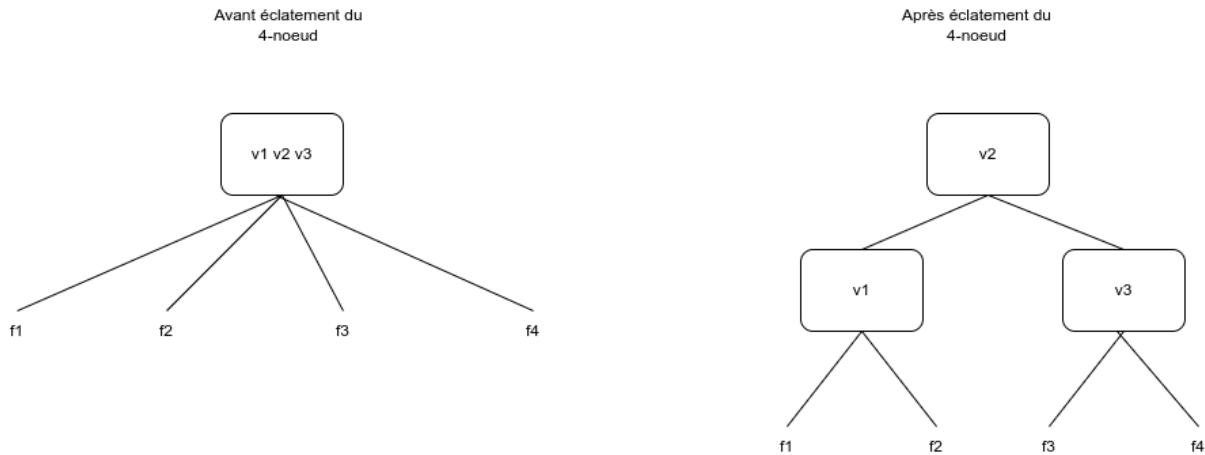


FIGURE 3 – Éclatement d'un 4-noeud étant la racine.

2 Arbre Rouge-Noir

2.1 Question 1 :

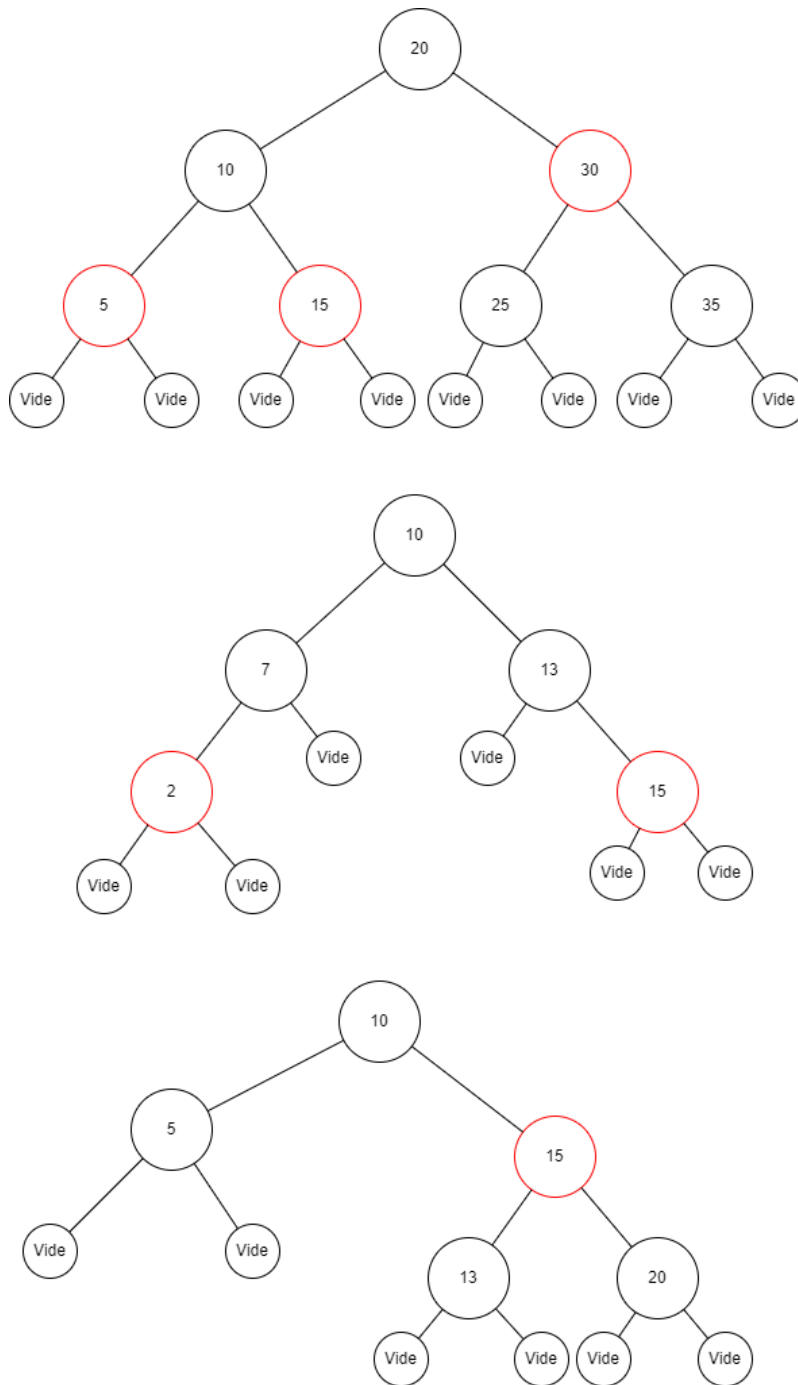


FIGURE 4 – Exemples d'arbres rouge-noir.

Avec ces trois arbres Rouge-Noir on peut se dire que un arbre Rouge-Noir est forcément équilibré. En effet, ces trois arbres sont équilibrés. De plus ce sont des arbres de recherche (par définition), donc ils sont forcément H-équilibrés.

3 Bonus