

# Multiplicación de Matrices

Benjamin Alejandro Mosso Miller  
Diego Alexis Salazar Jara

29 de mayo de 2025

## 1. Problema 2

Sean dos matrices,  $A$  y  $B$ , de dimensiones  $n \times n$ . La matriz  $C = A \times B$  también es una matriz de  $n \times n$  cuyo elemento  $(i, j)$  se forma multiplicando cada elemento de la  $i$ -ésima fila de  $A$  por el elemento correspondiente de la  $j$ -ésima columna de  $B$  y sumando los productos parciales:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} B_{kj}$$

El cálculo de cada elemento  $C_{ij}$  requiere de  $n$  multiplicaciones. La matriz  $C$  tiene  $n$  elementos, así que el tiempo total del algoritmo es  $O(n^3)$ . El algoritmo anterior, que llamaremos *algoritmo tradicional*, se desprende directamente de la definición de la multiplicación de matrices.

Sin embargo, la multiplicación de 2 matrices cuadradas puede resolverse de las siguientes maneras:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$$

1. Propiedad 1:

$$\begin{cases} C_{11} = A_{11} \cdot B_{11} + A_{12} \cdot B_{21} \\ C_{12} = A_{11} \cdot B_{12} + A_{12} \cdot B_{22} \\ C_{21} = A_{21} \cdot B_{11} + A_{22} \cdot B_{21} \\ C_{22} = A_{21} \cdot B_{12} + A_{22} \cdot B_{22} \end{cases}$$

2. Propiedad 2:

$$\begin{aligned} M &= (A_{11} + A_{22})(B_{11} + B_{22}) \\ N &= (A_{21} + A_{22})B_{11} \\ O &= A_{11}(B_{12} - B_{22}) \\ P &= A_{22}(B_{21} - B_{11}) \\ Q &= (A_{11} + A_{12})B_{22} \\ R &= (A_{21} - A_{11})(B_{11} + B_{12}) \\ S &= (A_{12} - A_{22})(B_{21} + B_{22}) \end{aligned}$$

Posteriormente se calculan las submatrices  $C_{ij}$ :

$$\begin{cases} C_{11} = M + P - Q + S \\ C_{12} = O + Q \\ C_{21} = N + P \\ C_{22} = M + O - N + R \end{cases}$$

1. Demostrar qué técnica de diseño se puede ocupar, dadas las propiedades (1) y (2).
2. Usando las ideas anteriores, generar al azar las matrices  $A$  y  $B$  (considere matrices de enteros) y completar la siguiente tabla con los tiempos de ejecución. **DR1** usa la primera propiedad, y **DR2** usa la segunda (programelos en el lenguaje que estime conveniente).

n	Algoritmo Tradicional	DR1	DR2
32			
64			
128			
256			
512			
1024			
2048			
4096			

Tabla 1: Comparación Algoritmos para multiplicación de matrices

3. Obtenga al menos dos conclusiones, respecto del rendimiento de los algoritmos.
4. Haga un estudio de comportamiento asintótico de los 2 algoritmos que creó.