Binär und Binomial Heaps

Von: Luca Stamos, Stefan Steinhauer, Dimitri Osokin, Marc Kevin Zenzen

Inhaltsverzeichnis

Einleitung/Allgemeines

- Binär- und Binomial Heaps als Prioritätswarteschlange (ADT)
- Binär Heaps erstmals implementiert in 1964 von J. W. J. Williams
- Erweitert von Robert W. Floyd im selben Jahr
- Binomial Heaps erstmals beschrieben im Jahr 1978 von Jean Vuillemin
- Praktischer Einsatz in Servern und Betriebssystemen

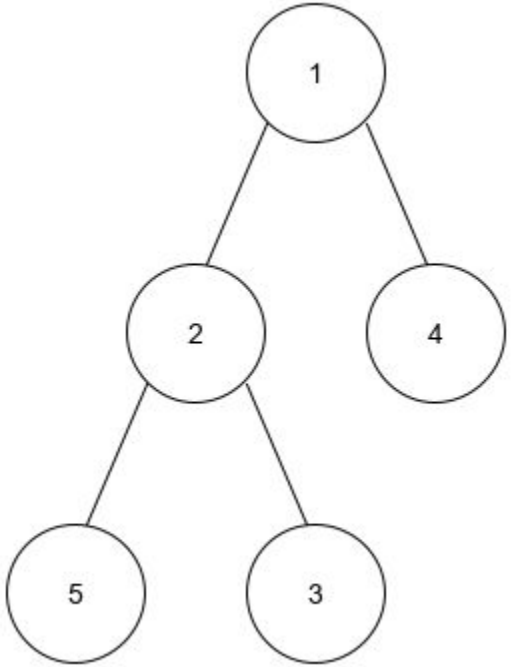
Lernziele

Sie verstehen:

- den Aufbau von Binären Heaps
- den Aufbau von Binomial Heaps
- die Unterschiede zwischen den beiden Heaps
- Sinn der Heap-Strukturen
- verschiedene Funktionen (Operationen) der Heaps
- den Unterschied / Vergleich der Laufzeiten von Heaps und z.B Quicksort

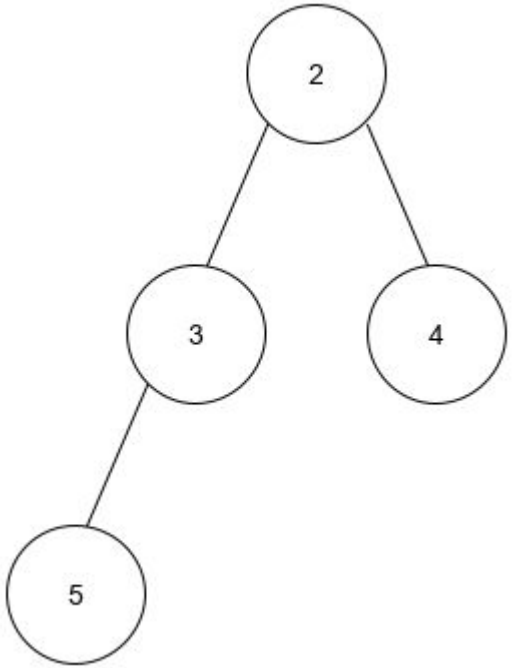
Binär Heaps

Insert()

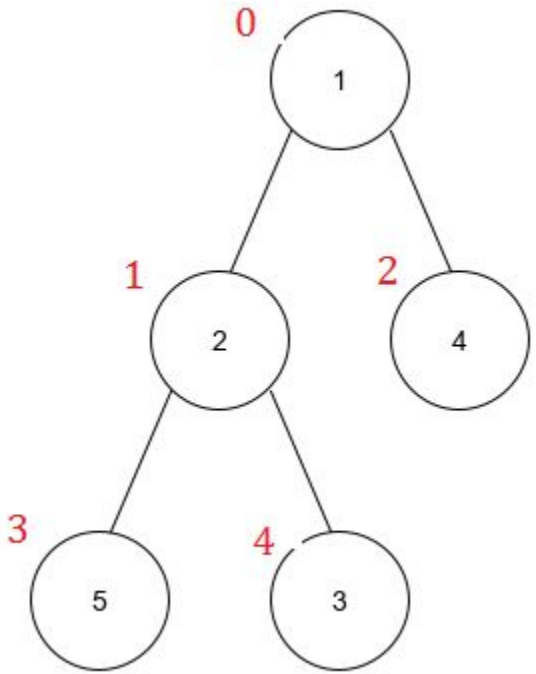


Binär Heaps

extractMin()



Binär Heaps



Index	0	1	2	3	4
Prio	1	2	4	5	3

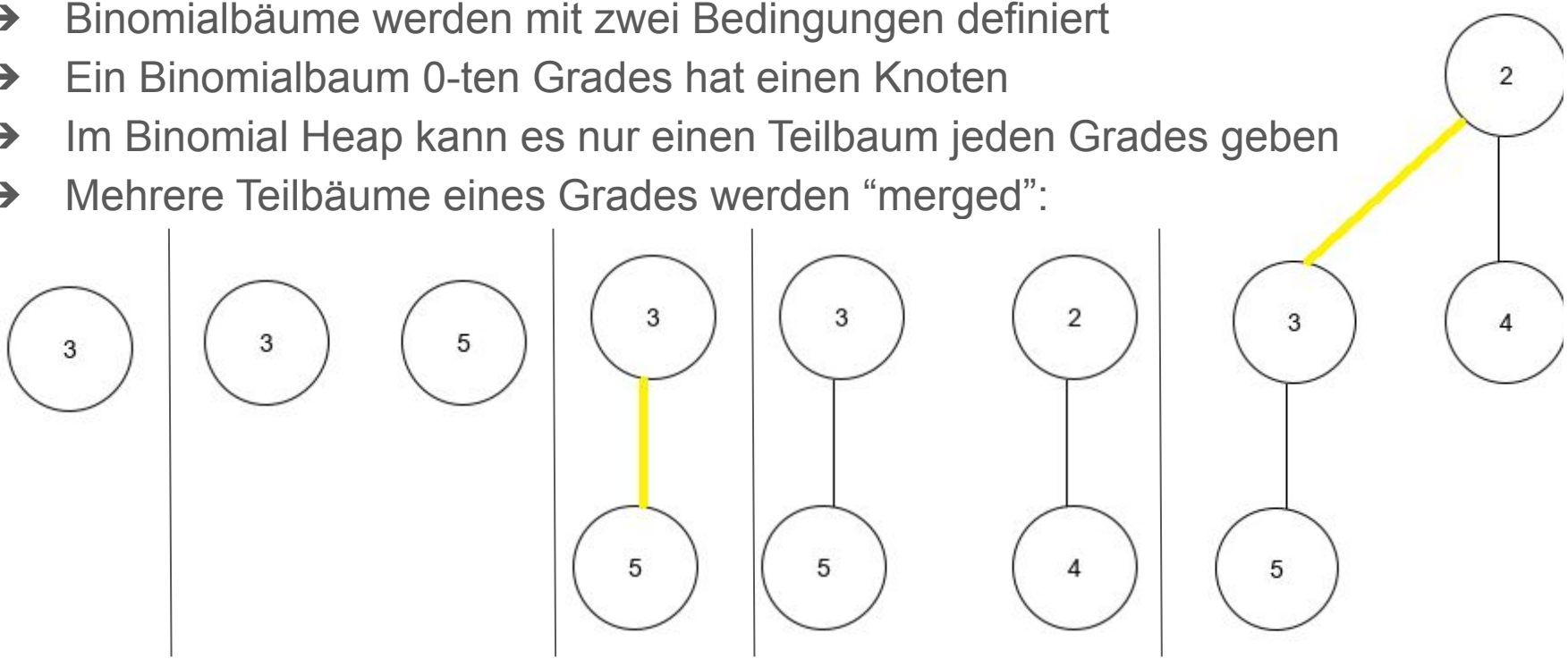
Linke Child:
i = i * 2 + 1

Rechte Child:
i = i * 2 + 2

Elternelement:
i = floor((i -1) / 2)

Binomial Heaps

- ➔ Binomial Heaps beschreibt man als die Menge verbundener Binomialbäume
- ➔ Binomialbäume werden mit zwei Bedingungen definiert
- ➔ Ein Binomialbaum 0-ten Grades hat einen Knoten
- ➔ Im Binomial Heap kann es nur einen Teilbaum jeden Grades geben
- ➔ Mehrere Teilbäume eines Grades werden “merged”:



Binomial Heaps

- ➔ Beim entfernen eines Knoten, entstehen Teilbäume aus den restlichen Knoten
- ➔ Das entfernen erfolgt mit der Operation Extract min
- ➔ Binomial Heaps lassen sich auch binär darstellen
  - ◆ Dafür stelle man die Anzahl der Knoten als Dualzahl da

Laufzeiten

Operation	Binär	Binomial	Fibonacci
insert	O(log n)	O(log n)	O(1)
peek	O(1)	O(log n)	O(1)
poll	O(log n)	O(log n)	O(log n)
merge	O(n)	O(log n)	O(1)
Nützliche Eigenschaften	Wurzel enthält immer kleinstes Element Heap-Tiefe = log n	Anzahl Knoten = 2k Tiefe = k Grad der Wurzel = k	

Implementierung

- Kotlin
- Grafische Darstellung mit LibGDX
- Binary Heap
- Binominal Heap

Klasse: Node

- Priority
- posX, posY (grafische Oberfläche)
- ggbf. Payload
- updatePosition(), draw(), drawText() (grafische Oberfläche)

Klasse: BinaryHeap

- heap : mutableListOf<Node>()

- addNode()

```
fun addNode(priority : Int){                    // neuer Knoten wird dem Heap hinzugefügt
    heap.add(Node(priority))
    heapifyUp()
}
```

- poll()

```
fun poll() : Node {                             // liefert und entfernt die Wurzel des Baums
    if (heap.size == 0) throw IllegalStateException()
    val item : Node = heap[0]
    heap[0] = heap[heap.size - 1]
    heapifyDown()
    return item

}
```

Klasse: BinaryHeap

- peek()

```
fun peek() : Node {                                 // liefert die Wurzel des Baums
    if (heap.size == 0) throw IllegalStateException()
    return heap[0]
}
```

- heapifyUp()

```
fun heapifyUp() {                                   // Sortieren des letzten Knotens nach oben
    var index = heap.size - 1
    while (hasParent(index) && parent(index) > heap[index].priority) {
        swap(getParentIndex(index),index)
        index = getParentIndex(index)
    }

}
```

Klasse: BinaryHeap

- heapifyDown()

```
fun heapifyDown() {                          // Sortieren des ersten Knotens (Wurzel) nach unten
    var index = 0
    while (hasLeftChild(index)) {
        var smallerChildIndex : Int = getLeftChildIndex(index)
        if (hasRightChild(index) && rightChild(index) < leftChild(index)) {
            smallerChildIndex = getRightChildIndex(index)
        }

        if (heap[index].priority < heap[smallerChildIndex].priority) {
            break
        } else {
            swap(index, smallerChildIndex)
        }
        index = smallerChildIndex

    }


}
```

Klasse: BinaryHeap (grafische Oberfläche)

- drawAll()
- drawAllText()
- drawAllLines()
- updateAllNodes()

Klasse: BinominalTree(s)

- Oberklasse Tree -> rootNode : Node, degree : Int
- Unterklasse BinominalTreeDZero -> node : Node, degree : Int = 0
- Unterklasse BinominalTree -> leftTree : Tree, rightTree : Tree

```
//Oberklasse mit der Priorität der Root Node und dem Degree des Baums
open class Tree(var rootNode: Node, val degree : Int)

//Spezielle Klasse für den Baum mit Grad 0, weil dieser als einziger eine Node enthalten muss
class BinominalTreeDZero(var node : Node, degree: Int = 0) : Tree(node, degree)

//Normaler (Teil)Baum für den Heap
open class BinominalTree(rootNode: Node, degree : Int, var leftTree : Tree, var rightTree : Tree) : Tree(rootNode, degree){

}
```

Klasse: BinominalHeap

- heap : muteableListOf<Tree>()
- lines : mutableListOf<Vector2>(), nodeCount : Int (grafische Oberfläche)

- addNode()

```
//Hinzufügen einer Node bzw. eines Trees vom Grad 0
open fun addNode(priority : Int){
    heap.add(BinominalTreeDZero(Node(priority)))
    //Korrigieren des Baums
    correctTree()
    nodeCount++
}
```

Klasse: BinominalHeap

- correctTree()

```
//Sorgt dafür, das der Heap nur einen Baum des jeweiligen Grades hat
open fun correctTree(){
    var correction = true
    while(correction){
        correction = false
        for(t in heap){
            for(t2 in heap){
                //kontrolliert ob die Iterierten Bäume der selbe sind
                if(t.degree == t2.degree && t != t2){
                    //Mergen der Bäume
                    heap.add(merge(t.degree, t, t2))
                    heap.remove(t)
                    heap.remove(t2)
                    correction = true
                    Gdx.app.log( tag: "Debug",  message: "Correction!")
                    break
                }
            }
        }
    }
}
```

Klasse: BinominalHeap

- merge()

```
//Mergen von zwei Trees bei dem der kleinere links eingefügt wird
open fun merge(degree : Int, tree1 : Tree, tree2 : Tree) : BinominalTree{
    return if (tree1.rootNode.priority <= tree2.rootNode.priority) BinominalTree(tree1.rootNode, degree: degree+1, tree1, tree2)
    else BinominalTree(tree2.rootNode, degree: degree+1, tree2, tree1)
}
```

Klasse: BinominalHeap

- poll()

```
//Entnehmen der kleinsten Node-
open fun poll() : Node{
    var smallest = Int.MAX_VALUE
    lateinit var tree : Tree

    //herrausfinden des kleinsten Wertes der Trees im Heap
    for(t in heap){
        if(t.rootNode.priority < smallest){
            smallest = t.rootNode.priority
            tree = t
        }
    }
    nodeCount--
    return split(tree)
}
```

Klasse: BinominalHeap

- split()

```
//findet die Node mit dem kleinsten Wertes innerhalb des Trees (Root) und fügt die Teilbäume dem Heap hinzu
open fun split(tree : Tree) : Node{
    lateinit var node : Node
    //falls der Wert der Root ist
    if(tree is BinominalTreeDZero){
        node = tree.node
        heap.remove(tree)
        return node
    }
    //removen des zu bearbeiteten Trees, adden des Teilbaums zum Heap und Rekursion für die kleinere Hälfte
    else if(tree is BinominalTree){
        heap.add(tree.rightTree)
        node = split(tree.leftTree)
        heap.remove(tree)
    }
    return node
}
```

Klasse: BinominalHeap (grafische Oberfläche)

- updateAllNodes()
- updateTree()
- addAllLines()
- drawAllLines()
- drawAllText()
- drawAllTrees()
- clearLines()