

ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Evaluación integradora
Duración: 3 horas.

Segundo cuatrimestre – 2022
29/II/23 – 9:00 hs.

Apellido y Nombres: _____

Legajo: _____

Curso: _____

1. Sea Π la proyección de \mathbb{R}^3 sobre el plano $\{x \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0\}$ en la dirección de la recta $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 = x_2 = x_3\}$. Hallar la imagen por Π del triángulo de vértices $[1 \ 1 \ 0]^T$, $[1 \ 1 \ 1]^T$, $[2 \ 2 \ 1]^T$.

2. Hallar una matriz $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ de traza 0 tal que

$$A^2 - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz simétrica tal que $\text{traza}(A) = -1$, $[-1 \ 2 \ 2]^T \in \text{nul}(A + 2I)$, y $[2 \ -1 \ 2]^T \in \text{nul}(A - I)$. Determinar todos los vectores $y_0 \in \mathbb{R}^3$ para los que la solución del problema de valores iniciales $Y' = AY$, $Y(0) = y_0$ tiene norma acotada cuando $t \rightarrow +\infty$.

4. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz de rango 1 tal que $[2 \ 1 \ 2]^T \in \text{fil}(A)$ y

$$A [2 \ 1 \ 2]^T = [2 \ 2 \ -1]^T.$$

Hallar todas las soluciones por cuadrados mínimos de la ecuación $Ax = [1 \ 1 \ 1]^T$ de norma 2.

5. Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por $T(x) = Ax$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} [2 \ 2 \ 1] - \begin{bmatrix} -12 \\ 9 \end{bmatrix} [1 \ -2 \ 2].$$

Caracterizar geoméricamente y graficar la imagen por T de la esfera unitaria.