ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Evaluación Integradora | Segundo cuatrimestre – 2021
Duración: 2 horas. | 2/III/22 – 13:00 hs.

Apellido y Nombres:

Legajo:

1. Se considera $\mathbb{R}^3$ con el producto interno canónico. Hallar, y describir geométricamente, el conjunto de todos los $x \in \mathbb{R}^3$ equidistantes a los subespacios

$$\mathbb{S}_1 = \text{gen}\left\{\begin{bmatrix}2 & -6 & 3\end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix}6 & 3 & 2\end{bmatrix}^T\right\} \text{ y } \mathbb{S}_2 = \text{gen}\left\{\begin{bmatrix}6 & 3 & 2\end{bmatrix}^T, \begin{bmatrix}-3 & 2 & 6\end{bmatrix}^T\right\}.$$

2. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ la matriz definida por $A = \frac{1}{2}(\Sigma + I)$, donde Σ es la matriz, en base canónica, de la simetría con respecto al subespacio $\mathbb{S} = \left\{x \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0\right\}$ en la dirección del subespacio $\mathbb{T} = \text{gen}\left\{\begin{bmatrix}2 & -1 & 2\end{bmatrix}^T\right\}$. Hallar la solución de $Y' = AY$ tal que $Y(0) = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}^T$.

3. Sea $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ la matriz de rango 2 tal que $\begin{bmatrix}6 & 3 & 2\end{bmatrix}^T \in \text{nul}(A)$ y

$$A\begin{bmatrix}2 & -3\\ -6 & 2\\ 3 & 6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6 & 4\\ -3 & 4\\ 6 & -2\end{bmatrix}.$$

Hallar todas las soluciones por cuadrados mínimos de la ecuación $Ax = \begin{bmatrix}2 & 2 & 2\end{bmatrix}^T$.

4. Sea $B = A^2 - 2A + I$, donde $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ es una matriz simétrica, definida postiva, tal que $\text{traza}(A) = 10$. Sean $Q_1, Q_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ las formas cuadráticas definidas por $Q_1(x) = x^T B x$ y $Q_2(x) = x^T A x$. Si $\max\limits_{\|x\|=1} Q_1(x) = 9$ y $Q_1\left(\frac{1}{3}\begin{bmatrix}2 & -1 & 2\end{bmatrix}^T\right) = Q_1\left(\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-1 & 2 & 2\end{bmatrix}^T\right) = 9$, hallar el valor de $Q_2\left(\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}^T\right)$.