

ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Evaluación integradora
Duración: 3 horas.

Primer cuatrimestre – 2022
17/VIII/22 – 9:00 hs.

Apellido y Nombres:

Legajo:

Curso:

1. Sea Π la proyección de \mathbb{R}^3 sobre el plano $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ en la dirección de la recta $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 = 0, x_2 - x_3 = 0\}$. Hallar la imagen por Π del triángulo de vértices $[0 \ 1 \ 1]^T$, $[1 \ 1 \ 1]^T$, $[1 \ 2 \ 2]^T$.

2. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz definida por

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Hallar la solución del problema de valores iniciales $Y' = AY$, $Y(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$.

3. Sea $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ la matriz simétrica de traza nula tal que $[-1 \ 2 \ 2]^T \in \text{nul}(A - 2I)$ y $\det(A) = 2$. Calcular $[4 \ 1 \ 1] A$.

4. Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la transformación lineal definida por $T(x) = Ax$, donde

$$A = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

Sea $K \subset \mathbb{R}^2$ la imagen por T de la esfera unitaria $\{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\| = 1\}$. Graficar K y determinar sus puntos más lejanos del origen.

5. Sea Q la forma cuadrática en \mathbb{R}^2 definida por $Q(x) = x^T (9I - vv^T) x$, donde $v = [3 \ 4]^T$. Graficar el conjunto $\{x \in \mathbb{R}^2 : Q(x) = -1\}$ y determinar sus puntos más cercanos al origen.