

## ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Evaluación integradora  
Duración: 3 horas.

Segundo cuatrimestre – 2022  
21/XII/22 – 9:00 hs.

Apellido y Nombres:

Legajo:

Curso:

1. Usando la técnica de mínimos cuadrados, ajustar los siguientes datos

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	4	2	1	2	4

mediante una parábola  $y = ax^2 + bx + c$ .

2. Hallar la solución  $Y \in C^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R}^2)$  del problema de valores iniciales

$$Y' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} Y, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3. Sea  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  la matriz simétrica tal que  $\text{nul}(A - \frac{1}{2}I) = \{x \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$  y  $\text{traza}(A) = 2$ . Hallar  $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ .

4. Hallar una matriz  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$  tal que  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}^T \in \text{nul}(A)$ ,  $A \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 9 & 12 \end{bmatrix}^T$  y  $\max_{\|x\|=1} \|Ax\| = 10$ .

5. Sea  $\Pi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la proyección sobre el plano  $\{x \in \mathbb{R}^3 : x_3 = 0\}$  en la dirección de la recta  $\text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \right\}$ . Hallar y graficar la imagen por  $\Pi$  de la esfera unitaria de  $\mathbb{R}^3$ .