1.)

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine(r) Studierende(r) die Mathematik schön findet = 0.1. Die Klasse hat 9 Studierende.

Erfolgswahrscheinlichkeit = Studierende(r) findet Mathematik schön = p = 0.1
Misserfolgswahrscheinlichkeit = Studierende(r) findet Mathematik nicht schön = 1-p = 0.9

DieWahrscheinlichkeit, dass m von n Elementen sich im Zustand "Erfolg" (=Mathematik schön finden) befinden, ist

$$P(n,m)=\frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}\cdot(p)^m\cdot(1-p)^{(n-m)}$$

n=9

a.) Die Wahrscheinlichkeit, dass 0 Studierende die Mathematik schön finden:

m=0

$$P(9,0)=\frac{9!}{0!\cdot 9!}\cdot(0.1)^0\cdot(0.9)^9=0.38742048...\approx 0.387$$

b.) Die Wahrscheinlichkeit, dass 3 Studierende die Mathematik schön finden:

m=3

$$P(9,3)=\frac{9!}{3!\cdot 6!}\cdot(0.1)^3\cdot(0.9)^6=0.04464104...\approx 0.045$$

c.) Die Wahrscheinlichkeit, dass 9 Studierende die Mathematik schön finden:

m=9

$$P(9,9)=\frac{9!}{9!\cdot 0!}\cdot(0.1)^9\cdot(0.9)^0=(10^{-1})^9=10^{-9}\approx 0$$

d.) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine absolute Mehrheit (= 5 oder mehr) der Studierenden die Mathematik schön findet:

$$P(9,5)+P(9,6)+P(9,7)+P(9,8)+P(9,9)=0.0008909...\approx 0.001$$

2.)

In Honolulu werden jährlich im Durchschnitt bei 661 aus 100'000 Häusern eingebrochen. 316 Haushalte befinden sich im Viertel Kohola.

Erfolgswahrscheinlichkeit = Es wird in einem Haus in Honolulu eingebrochen = p = 661/100000 = 0.00661
Misserfolgswahrscheinlichkeit = Es wird in einem Haus in Honolulu nicht eingebrochen = 1-p = 0.99339

n=316

a.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr bei keinem Haus in Kohola eingebrochen wird?

m=0

$$P(316,0)=\frac{316!}{0!\cdot 316!}\cdot(0.00661)^0\cdot(0.99339)^{316}=(0.99339)^{316}=0.12298487\ldots\approx 0.123$$

b.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr bei nicht mehr als einem Haus eingebrochen wird?

$$P(316,0)+P(316,1)=(0.99339)^{316}+\frac{316!}{1!\cdot 315!}\cdot(0.00661)^1\cdot(0.99339)^{315}$$
$$=(0.99339)^{316}+316\cdot(0.00661)^1\cdot(0.99339)^{315}=0.38158006\ldots\approx 0.382$$

c.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Jahr bei zwei oder mehr Häusern eingebrochen wird?

$$1-(P(316,0)+P(316,1))=1-((0.99339)^{316}+316\cdot(0.00661)^1\cdot(0.99339)^{315})=0.61841993\ldots\approx 0.618$$

3.)

Die Lieferzeit für Express Lieferdienst ist normalverteilt mit einem Erwartungswert von 14 Stunden und einer Standardabweichung von 2 Stunden.

a.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Lieferung weniger als 8 Stunden dauert?

$$P(X<8)=\Phi(\frac{8-14}{2})=\Phi(-3)=1-\Phi(3)=1-0.9987=0.0013$$

a.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Lieferung mehr als 18 Stunden dauert?

$$P(X>18)=1-P(X\leq 18)=1-\Phi(\frac{18-14}{2})=1-\Phi(2)=1-\Phi(2)=1-0.9772=0.0228$$

4.)

Die Lebensdauer von „Schnellstart“ Autobatterien ist normalverteilt mit einem Erwartungswert von μ = 45 Monaten und einer Standardabweichung σ von 8 Monaten.

a.) „Schnellstart“ bietet einen vollen Ersatz an, wenn eine Batterie in den ersten 36 Monaten defekt ist. Welchen Prozentsatz der Batterien muss „Schnellstart“ ersetzen?

$$P(X\leq 36)=\Phi(\frac{36-45}{8})=\Phi(-1.125)=1-\Phi(1.125)=1-\frac{0.8686+0.8708}{2}=0.1303$$

b.) Wenn „Schnellstart“ nicht mehr als 10% der Batterien unter dieser „voller Ersatz“
Garantie ersetzten will, wie lang soll die Garantiezeit sein?

$$\begin{aligned} 1-\Phi(z)=0.1 &\rightarrow \Phi(z)=0.9 \\ z&=-1.28 \\ x=\mu+\sigma\cdot z&=45-8\cdot 1.28=34.76=34.76\,Monate \end{aligned}$$

5.)

Die Reparaturkosten für VCRs sind normalverteilt mit einem Erwartungswert von CHF 100 und einer Standardabweichung von CHF 20.

a.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Reparaturkosten für einen VCR zwischen CHF 90 und CHF 110 liegen?

$$\begin{aligned} P(90\leq X\leq 110)&=\Phi(\frac{110-100}{20})-\Phi(\frac{90-100}{20})=\Phi(0.5)-\Phi(-0.5)=\Phi(0.5)-(1-\Phi(0.5)) \\ &=2\cdot\Phi(0.5)-1=2\cdot 0.6915-1=0.3830 \end{aligned}$$

b.) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Durchschnittsreparaturkosten für 10 VCRs zwischen CHF 90 und CHF 110 liegen?

$$\begin{aligned} &P(90\leq\bar{X}\leq 110)=\Phi(\frac{110-100}{20/\sqrt{10}})-\Phi(\frac{90-100}{20/\sqrt{10}})=\Phi(1.5811...)-\Phi(-1.5811...) \\ &=\Phi(1.5811...)-(1-\Phi(1.5811...))=2\cdot\Phi(1.5811...)-1=2\cdot 0.9429-1=0.8858 \end{aligned}$$

6.)

Sie überlegen sich, ob Sie ein Geschäft übernehmen sollen. Entscheidend ist das tägliche Geschäftsvolumen in CHF. Eine Zufallsstichprobe von 40 Geschäftstagen weist eine Standardabweichung von CHF 571.9 auf. Um wie viele Tage müssen Sie die Stichprobe vergrössern, um 85% sicher zu sein, dass der Stichprobendurchschnitt nicht mehr als CHF 100 vom Populationsdurchschnitt abweicht.

$$z_{\bar{x}}=\frac{\bar{x}-\mu_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{x}}} \quad \sigma_{\bar{x}}=\sigma/\sqrt{n} \quad z_{\bar{x}}=\frac{\bar{x}-\mu_{\bar{x}}}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{(\bar{x}-\mu_{\bar{x}})\cdot\sqrt{n}}{\sigma} \quad \sqrt{n}=\frac{z_{\bar{x}}\cdot\sigma}{\bar{x}-\mu_{\bar{x}}} \quad n=\left(\frac{z_{\bar{x}}\cdot\sigma}{\bar{x}-\mu_{\bar{x}}}\right)^2$$

$$p=0.85 \quad \Phi(z_{\bar{x}})=\Phi(k)=\frac{1+p}{2}=\frac{1+0.85}{2}=0.925\rightarrow z_{\bar{x}}=1.44 \quad \sigma=571.9 \quad \bar{x}-\mu_{\bar{x}}=100$$

$$n=\left(\frac{1.44\cdot 571.9}{100}\right)^2=67.8211543\ldots$$

Die Stichprobe muss somit um 28 *Tage vergrössert werden.*