

# Programación no Lineal

La **programación no lineal (PNL)** es una rama de la optimización matemática que se encarga de **maximizar o minimizar una función objetivo** cuando **la función objetivo, las restricciones, o ambas, no son lineales**.

En términos simples:

- Queremos encontrar el **mejor valor posible** (máximo o mínimo) de una función.
- Pero esa función incluye **potencias, productos, exponentes, logaritmos**, etc.
- Además, puede estar sujeta a **restricciones no lineales**.

## Forma general de un problema de programación no lineal

Minimizar o maximizar  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$   
sujeto a  $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq, =, \geq 0$

Si  $f$  o alguna  $g_i$  no es lineal → el problema es **no lineal**.

---

## ¿Por qué se usan derivadas?

Las derivadas se usan porque, en cálculo:

- Los **máximos y mínimos** de una función ocurren cuando su derivada es **cero** o no existe.
  - En programación no lineal **sin restricciones**, basta con derivar y analizar puntos críticos.
  - Con restricciones, se usan técnicas como **multiplicadores de Lagrange** (aunque aquí veremos un caso sencillo).
-

# Ejemplo detallado de programación no lineal (con derivadas)

## Planteamiento del problema

Supongamos que queremos **minimizar** la siguiente función:

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

Esta es una función **no lineal** porque incluye  $x^2$ .

---

## Paso 1: Derivar la función

$$f'(x) = 2x - 4$$

## Paso 2: Encontrar los puntos críticos

Igualamos la derivada a cero:

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

## Paso 3: Verificar si es mínimo

Calculamos la segunda derivada:

$$f''(x) = 2$$

Como  $f''(x) > 0$ , la función es **cóncava hacia arriba**, por lo tanto el punto es un **mínimo**.

---

## Paso 4: Evaluar la función en el punto óptimo

$$f(2) = 2^2 - 4(2) + 5 = 4 - 8 + 5 = 1$$

## Resultado final

- **Valor óptimo de la variable:**  $x = 2$
- **Valor mínimo de la función:**  $f(x) = 1$

Este es un problema típico de **programación no lineal sin restricciones**, resuelto usando **derivadas**.

---

## Interpretación

Este tipo de problemas aparece en:

- Economía (minimizar costos, maximizar beneficios)
- Ingeniería (optimización de diseño)
- Física y ciencia de datos

La programación no lineal permite modelar situaciones reales de forma más precisa que la programación lineal, aunque su resolución suele ser más compleja.