

Programación no Lineal

La **programación no lineal (PNL)** es una rama de la optimización matemática que se encarga de **maximizar o minimizar una función objetivo** cuando **la función objetivo, las restricciones, o ambas, no son lineales**.

En términos simples:

- Queremos encontrar el **mejor valor posible** (máximo o mínimo) de una función.
- Pero esa función incluye **potencias, productos, exponentes, logaritmos**, etc.
- Además, puede estar sujeta a **restricciones no lineales**.

Forma general de un problema de programación no lineal

Minimizar o maximizar $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
sujeto a $g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq, =, \geq 0$

Si f o alguna g_i no es lineal \rightarrow el problema es **no lineal**.

¿Por qué se usan derivadas?

Las derivadas se usan porque, en cálculo:

- Los **máximos y mínimos** de una función ocurren cuando su derivada es **cero** o no existe.
 - En programación no lineal **sin restricciones**, basta con derivar y analizar puntos críticos.
 - Con restricciones, se usan técnicas como **multiplicadores de Lagrange** (aunque aquí veremos un caso sencillo).
-

Ejemplo detallado de programación no lineal (con derivadas)

Planteamiento del problema

Supongamos que queremos **minimizar** la siguiente función:

$$f(x)=x^2-4x+5 \quad f(x) = x^2 - 4x + 5$$

Esta es una función **no lineal** porque incluye x^2 .

Paso 1: Derivar la función

$$f'(x)=2x-4 \quad f'(x) = 2x - 4$$

Paso 2: Encontrar los puntos críticos

Igualamos la derivada a cero:

$$2x-4=0 \quad 2x-4=0 \quad x=2$$

Paso 3: Verificar si es mínimo

Calculamos la segunda derivada:

$$f''(x)=2 \quad f''(x) = 2$$

Como $f''(x) > 0$, la función es **cóncava hacia arriba**, por lo tanto el punto es un **mínimo**.

Paso 4: Evaluar la función en el punto óptimo

$$f(2)=2^2-4(2)+5=4-8+5=1 \quad f(2)=2^2-4(2)+5=4-8+5=1$$

Resultado final

- **Valor óptimo de la variable:** $x=2$
- **Valor mínimo de la función:** $f(x)=1$

Este es un problema típico de **programación no lineal sin restricciones**, resuelto usando **derivadas**.

Interpretación

Este tipo de problemas aparece en:

- Economía (minimizar costos, maximizar beneficios)
- Ingeniería (optimización de diseño)
- Física y ciencia de datos

La programación no lineal permite modelar situaciones reales de forma más precisa que la programación lineal, aunque su resolución suele ser más compleja.