

3. Demuestra que:

$$A_{\bar{k}}^{i'} \bar{A}_{i'}^j = \delta_{\bar{k}}^j$$

La condición de que A y \bar{A} son matrices inversas es:

$$A \bar{A} = I$$

Dada la matriz identidad es:

$$I = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{ii} \end{pmatrix}$$

Y en notación de índices es precisamente $\delta_{\bar{k}}^j$.

Por lo que:

$$A \bar{A} = I \Rightarrow A \bar{A} = \delta_{\bar{k}}^j$$

El vector u se puede escribir como combinación lineal de la base canónica:

$$u = (\cos \alpha) e_1 + (\cos \beta) e_2 + (\cos \gamma) e_3$$

Aquí, cada argumento es un coseno director:

$$u = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix}$$

• Si u es unitario, por definición:

$$\|u\|^2 = (\cos \alpha)^2 + (\cos \beta)^2 + (\cos \gamma)^2 = 1$$

• Si el vector u es, por ejemplo, uno de los vectores base del sistema primado $\{e'_1, e'_2, e'_3\}$, entonces los argumentos de e'_1 respecto a la base antigua $\{e_1, e_2, e_3\}$ son:

$$A'_1 = \cos(\alpha), \quad A'_2 = \cos(\beta), \quad A'_3 = \cos(\gamma)$$

La condición de ortogonalidad de los vectores base dice que:

$$\sum_{k=1}^3 (A'_k)^2 = 1$$

Para esta suma es exactamente:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$