

Departamento de Ingeniería Matemática
MA3402-1 Estadística
14 de agosto de 2019



Auxiliar 3: Estadísticos y Suficiencia

Profesor: Felipe Tobar

Auxiliares: Diego Marchant, Francisco Vásquez

P1. Estadísticos y suficiencia

- (i) ¿Qué es un estadístico?, ¿Qué es un estadístico suficiente?
- (ii) Ejemplos
- (iii) Estudiemos el problema de estimación del área de un rectángulo. Consideremos un rectángulo de lados a, b desconocidos. Sea $X = (X_1, \dots, X_n)$ una MAS que representa el lado a del rectángulo con $X_i \sim \mathcal{N}(a, \sigma^2)$ e $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ otra MAS que representa el lado b del rectángulo con $Y_i \sim \mathcal{N}(b, \sigma^2)$, σ conocido y X e Y independientes. Plantee el modelo paramétrico asociado y encuentre un estadístico suficiente.

P2. Sea $X = (X_1, \dots, X_n)$ una MAS con $X_i \sim U(\alpha, \beta)$ donde α, β son desconocidos. Demuestre que $T(X) = \left(\min_{i=1, \dots, n} X_i, \max_{i=1, \dots, n} X_i \right)$ es un estadístico suficiente para (α, β) .

P3. Sea $X = (X_1, \dots, X_n)$ una MAS con $X_i \sim \Gamma(\alpha, \beta)$ la distribución Gamma dada por:

$$\Gamma(\alpha, \beta) \sim \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{1}{\beta}x}$$

Demuestre que $T(X) = \left(\prod_{i=1}^n x_i, \sum_{i=1}^n x_i \right)$ es un estadístico suficiente para (α, β)

P4. Sea $X = (X_1, \dots, X_n)$ una MAS con función de densidad dada por:

$$f(x | \theta) = \frac{\theta}{(1+x)^{1+\theta}}, 0 < x < \infty, \theta > 0$$

Con θ desconocido. Encuentre un estadístico suficiente.