MA3402-01 Estadística
Profesor: Felipe Tobar
Auxiliares: Diego Marchant D., Francisco Vásquez L.

Auxiliar 2: Modelos Paramétricos, TCL y repaso

8 de Agosto de 2019

Modelo de Poisson

P1 Dada una muestra aleatoria simple $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ (es decir, iid) de un modelo Poisson de parámetros $\lambda > 0$, nos interesa estimar la probabilidad del valor 0, es decir, $g(\lambda) = \mathbb{P}_\lambda(X_1 = 0) = e^{-\lambda}$.

Para esto, consideremos los siguientes tres estimadores:

$$\hat{g}_1(X) = e^{-\bar{X}}, \qquad \hat{g}_2(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbb{1}_{\{X_i=0\}}, \qquad \hat{g}_3(X) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n\bar{X}}$$

¿Cuánto es el sesgo en cada uno de ellos?

TCL

P2 Ahora veamos el error en la estimación del parámetro λ. Para esto proponga un estimador insesgado de este parámetro y con ayuda del TCL vea cómo se comporta asintóticamente el estimador en función del error gaussiano. **Indicación:** Estudie el comportamiento de la familia de variables aleatorias $Z_n = \dfrac{S_n - n\mathbb{E}(X_1)}{\sqrt{\mathbb{V}ar(X_1)}}$ donde $S_n = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$

P3 Ahora veamos el comportamiento numérico asociado a este teorema. Para ello:

- Cree una función que genere M muestras de la distribución Z_n
- Para los valores $n = 10, 50, 100, 200, 500, 1000$ grafique un histograma de las M muestras (puede tomar, por ejemplo, M = 1000)