

MA3402-01 Estadística

Profesor: Felipe Tobar

Auxiliares: Diego Marchant D., Francisco Vásquez L.



## Auxiliar 2: Modelos Paramétricos, TCL y repaso

8 de Agosto de 2019

### Modelo de Poisson

**P1** Dada una muestra aleatoria simple  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  (es decir, iid) de un modelo Poisson de parámetros  $\lambda > 0$ , nos interesa estimar la probabilidad del valor 0, es decir,  $g(\lambda) = \mathbb{P}_\lambda(X_1 = 0) = e^{-\lambda}$ .

Para esto, consideremos los siguientes tres estimadores:

$$\hat{g}_1(X) = e^{-\bar{X}}, \quad \hat{g}_2(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{X_i=0\}}, \quad \hat{g}_3(X) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n\bar{X}}$$

¿Cuánto es el sesgo en cada uno de ellos?

### TCL

**P2** Ahora veamos el error en la estimación del parámetro  $\lambda$ . Para esto proponga un estimador insesgado de este parámetro y con ayuda del TCL encuentre el valor de sampleos necesarios en función del error gaussiano. **Indicación:** Estudie el comportamiento de la familia de variables aleatorias  $Z_n = \frac{S_n - n\mathbb{E}(X_1)}{\sqrt{\text{Var}(X_1)}}$  donde  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$

**P3** Ahora veamos el comportamiento numérico asociado a este teorema. Para ello:

- Cree una función que genere M muestras de la distribución  $Z_n$
- Para los valores  $n = 10, 50, 100, 200, 500, 1000$  grafique un histograma de las M muestras (puede tomar, por ejemplo,  $M = 1000$ )