Apuntes Hamada y Rubinstein

Christian González I.

26 de marzo de 2022

1. Introducción

Hasta el momento, hemos asumidos de que los flujos están valorados con toda la información relevante, por ende estamos bajo la HME en donde los **precios reflejan toda la información disponible acerca de las firmas en cada momento**, ya que de esta manera podemos calcular de forma correcta el costo de esta.[1] Por ende, si calculamos el WACC de la empresa, el k_b de la deuda lo sacamos de la TIR de los bonos en el mercado, mientras que k_p lo podríamos obtener del CAPM, ya que este nos dice de que el retorno exigido es igual a la tasa libre de riesgo más un premio por riesgo:

$$\mathbf{E}(r_i) = r_f + \underbrace{(r_m - r_f)}_{\text{Premio por riesgo}} \beta_i$$

En donde:

- β_i: Mide el riesgo sistemático de la empresa y es equivalente a:

$$\beta_i = \frac{COV(r_i, r_m)}{VAR(r_m)}$$

- $\mathbf{E}(r_i)$: Es el retorno esperado del activo i.
- r_f: Es la tasa libre de riesgo (que es constante).
- $\mathbf{E}(r_m)$: Es el retorno del portafolio de mercado.

Por lo tanto, nosotros debemos pensar que estamos en un mercado eficiente, ya que en el caso de que no lo estemos podriamos llegar a conclusiones erróneas sobre el costo de los proyectos.

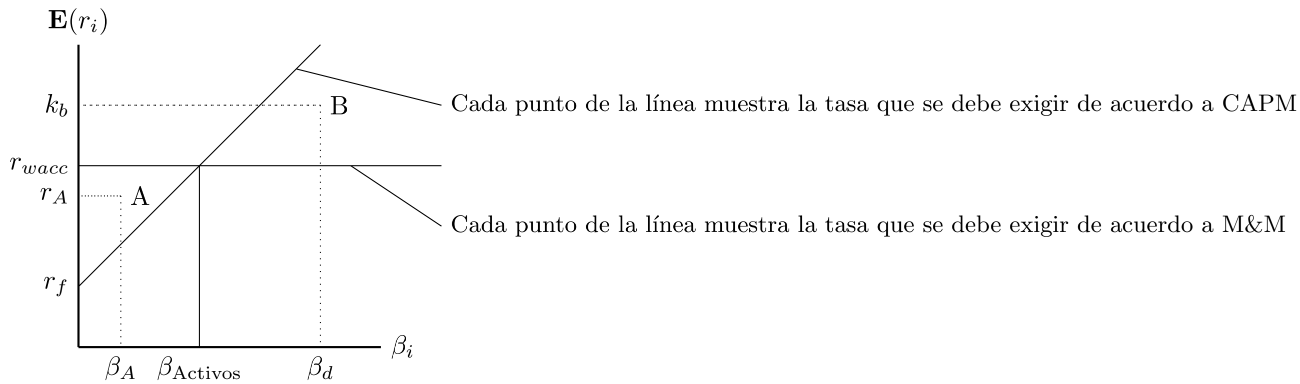
Ahora nos intesa preguntarnos de qué forma es:

- **Forma débil:** Los precios reflejan toda la información que puede ser derivada de precios históricos, volúmenes transados,etc.
- **Forma semifuerte:** Los precios reflejan toda la información pública disponible acerca de la firma, incluyendo información pasada.
- **Forma fuerte:** Los precios reflejan toda la información acerca de la firma, incluyendo información pasada, pública y privada.

La forma de HME que necesitamos es la forma semifuerte, para que de esta manera podamos traer todos los flujos de caja que genera a valor presento, esto no implica que no estaremos en presencia de asimetrías de información, ya que es lógico que una persona que trabaje dentro de la empresa tenga más información que la pública acerca del funcionamiento de esta.

[1] Cualquier consulta, recomendación o error mandar correo a chgonzalez@fen.uchile.cl

Implícitamente, si volvemos a retomar lo encontrado en Modigliani y Miller, tendremos de que este asume de que todas las empresas dentro de una industria presentan el mismo riesgo operacional/cíclico para los diferentes proyectos tanto dentro como fuera de su industria, por dicha razón el WACC de la firma en M&M está representada horizontalmente y no cambia con el riesgo sistémico, como se muestra a continuación:



El grafico anterior nos muestra dos situaciones[2]:

- El proyecto A tiene un riesgo inferior al riesgo promedio de la empresa ($\beta_{activos}$) el VAN del proyecto A es positivo utilizando el CAPM (ya que se descuenta a r_A), no obstante si se evalua a r_{wacc} puede ser que el proyecto sea rechazado puesto de que $r_A < r_{wacc}$, es decir la tasa de costo de capital es mayor, usando M&M, a la que efectivamente es.
- En el caso del proyecto B ocurre lo contrario, puesto de que la tasa de retorno exigida efectiva del proyecta de acuerdo al riesgo que representa, es menor a la utilizada con r_{wacc}

Por lo tanto, es necesario usar una tasa de costo de capital para cada proyecto de manera de reflejar su riesgo sistémico y solo es recomendable usar el r_{wacc} si este tiene riesgo similar al promeido de la empresa.

2. Hamada (1969, 1972)

En base a lo discutido con anterioridad Hamada propone ajustar por riesgo utilizando CAPM de la forma:

$$\mathbf{E}(r_i) = k_p, i = r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f] \cdot \beta_{p,i}^{c/d}$$

En donde $\beta_{p,i}^{c/d}$ corresponde al beta del patrimonio de una empresa apalancada y mide el riesgo que enfrenta los accionistas al momento de invertir su patrimonio en una empresa i que financia con deuda parte de sus operaciones, es decir tiene incluido el riesgo sistemático operacional y el financiero. En base a esta definición, tendremos de que $\mathbf{E}(r_i) = k_p$. En el caso de que la firma no presente deuda, tendremos lo siguiente:

$$\mathbf{E}(r_i) = \rho = r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f] \cdot \beta_{p,i}^{s/d}$$

En este caso, $\beta_{p,i}^{s/d}$ representa solo el riesgo sistemático operacional, y por ende $\mathbf{E}(r_i) = \rho$ es decir es igual al retorno exigido por los accionistas en una empresa sin apalancamiento.

El riesgo operacional en la práctica dependerá de al menos 4 variables:

1. Grado de competencia de mercado: Guarda relación con el margen de ventas, en un mercado monopólico este será mayor que en un mercado oligopólico o perfectamente competitivo.

[2] Es necesario notar de que el riesgo está evaluado en los betas.

2. Tarifas Regulatorias: Si una firma es regulada, los ingresos y los costos podrían verse afectados (ya que hay un techo), existen dos tipos de regulaciones:
   - *price cap*: No permite incluir en la tarifa variaciones en los costos. En este caso el riesgo operacional es mayor.
   - *rate of return*: Permite que en la tarifa se incorporen variaciones en los costos
3. Elasticidad ingreso de la demanda: Mientras más elástico es un producto con respecto al ingreso, entonces mayor es su beta.
4. Leverage operativo: Mientras más importante es el levarage de la empresa, mayor es el riesgo operacional.

Respecto a la deuda, tendremos de que el modelo de Hamada se basa en que no existe riesgo de impagos de esta, por ende:

$$\mathbf{E}(r_i) = k_b, i = r_f + \left[\mathbf{E}(r_m) - r_f\right] \beta_{d,i}$$

Al no asumir riesgo, la rentabilidad exigida por los bonista se iguala a la tasa libre de riesgo y por ende $\beta_{d,i} = 0$, de esta manera la deuda se puede apalancar libre de riesgo.

Si comparamos el modelo de Hamada con M&M tendremos lo siguiente:

Tipo	**Definición CAPM**	**Defición de M&M**
Deuda	$k_b = r_f + \left[\mathbf{E}(r_m) - r_f\right] \beta_d$	$k_b = r_f \beta_d = 0$
Capital no apalancado	$\rho = r_f + \left[\mathbf{E}(r_m) - r_f\right] \beta_p^{s/d}$	$\rho = \rho$
Capital apalancado	$k_p = r_f + \left[\mathbf{E}(r_m) - r_f\right] \beta_p^{c/d}$	$k_p = \rho + (\rho - k_b)(1 - t_c)\frac{D}{D+P}$
WACC de la firma	$r_{wacc} = k_p \cdot \frac{P}{P+D} + k_b \cdot (1 - t_c)\frac{D}{D+P}$	$r_{wacc} = \rho \cdot \left(1 - t_c \cdot \frac{D}{D+P}\right)$

Cuadro 1: Tabla CAPM vs M&M

Lamentablemente el beta no apalancado en lo impírico no se puede observar directamente, algunos autores proponen el siguiente *proxy* para estimarla:

$$\beta_p^{s/d} = \beta_I \cdot \left(1 + \frac{VPCF}{V}\right)$$

En donde:

- β_I: Es eñ beta de los ingrsos o ventas de la empresa.
- $VCPF$: Es el valor presente de los costos fijos.
- V: Es el *entrerprise value*.
- $\frac{VCPF}{V}$: Es lo que se conoce como *leverage operativo*.

A pesar de que no es sencillo encontrar el beta no apalancado, si lo es el encontrar el beta apalancado ya que se puede obtener a partir del modelo de mercado:

$$r_{accion,t} = \alpha + \beta_{accion} r_{M,t} + \varepsilon_i$$

En donde:

$r_{accion,t}$: Es el retorno histórico de la acción en exceso a la tasa libre de riesgo de la empresa en el tiempo t.

$r_{m,t}$ Es una serie histórica de los retornos de mercado en exceso a la tasa libre de riesgo.

β_{accion} representa el beta apalancado/no apalancado de la empresa (dependiendo si tiene deuda o no) en donde se refleja el riesgo operacional y/o financiero.

Como se nombró con anterioridad, es complejo encontrar el beta no apalancado de una empresa que cuenta con deuda, no obstante se puede encontrar una relación entre el beta apalancado y el no apalancado, el cual vendrá dada por la siguiente ecuación:

$$\beta_p^{c/d} = \left(1 + (1 - t_c)\frac{D}{D+P}\right) \cdot \beta_p^{s/d} \tag{1}$$

Demostración

En lo teórico las definiciones presentadas en la tabla 1 deben ser equivalentes, por lo que tomando la linea 3 tendremos que:

$$r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{c/d} = \rho + (\rho - k_b)(1 - t_c)\frac{D}{D+P}$$

Como sabemos de que en M&M $k_b = r_f$, tendremos de que:

$$r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{c/d} = \rho + (\rho - r_f)(1 - t_c)\frac{D}{D+P}$$

Si sustituimos en el lado derecho la definición del costo de capital sin deuda de CAPM ($\rho = r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{s/d}$), tendremos que:

$$\cancel{r_f} + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{c/d} = \cancel{r_f} + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{s/d} + (\cancel{r_f} + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{s/d} - \cancel{r_f})(1 - t_c)\frac{D}{D+P}$$

$$[\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{c/d} = [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{s/d} + [\mathbf{E}(r_m) - r_f]\,\beta_p^{s/d} \cdot (1 - t_c)\frac{D}{D+P}$$

$$\cancel{[\mathbf{E}(r_m) - r_f]}\,\beta_p^{c/d} = \cancel{[\mathbf{E}(r_m) - r_f]} \cdot \left(1 + (1 - t_c)\frac{D}{D+P}\right) \cdot \beta_p^{s/d}$$

De esta manera llegamos a la expresión:

$$\beta_p^{c/d} = \left(1 + (1 - t_c)\frac{D}{D+P}\right) \cdot \beta_p^{s/d}$$

Hay una segunda manera de llegar al mismo resultado, para lo cual tenemos que recordar de que el beta apalancado es igual a:

$$\beta_p^{c/d} = \frac{COV(k_p^{c/d}, r_m)}{\sigma^2(r_m)}$$

Además sabemos de que:

$$k_p^{c/d} = \frac{(EBIT - k_b \cdot D)[1 - t_c]}{P_{c/d}}$$

Reemplazando:

$$COV(k_p^{c/d}, r_m) = COV\left(\frac{(EBIT - k_b \cdot D)[1 - t_c]}{P_{c/d}}, r_m\right)$$

No obstante, $k_b \cdot D$ no covaría con la rentabilidad de mercado, ya que los modelos de Hamada y M&M asumen de que es libre de riesgo y por ende es independiente del estado de la naturaleza o los escenarios futuros. De esta manera, nos queda de que:

$$COV(k_p^{c/d}, r_m) = COV\left(\frac{EBIT[1 - t_c]}{P_{c/d}}, r_m\right)$$

Por definición tendremos de que el rendimiento que exigen los accionista en una firma sin apalancamiento es:

$$k_p^{s/d} = \frac{EBIT[1-t_c]]}{P_{s/d}} \longrightarrow EBIT[1-t_c] = P_{s/d}\cdot k_p^{s/d}$$

Sustituyendo:

$$COV(k_p^{c/d}, r_m) = COV\left(\frac{P_{s/d}\cdot k_p^{s/d}}{P_{c/d}}, r_m\right) = \frac{P_{s/d}}{P_{c/d}}\cdot COV\left(k_p^{s/d}, r_m\right)$$

Si dividimos ambos lador por σ_m^2 tendremos que:

$$\underbrace{\frac{COV(k_p^{c/d}, r_m)}{\sigma_m^2}}_{\beta_p^{c/d}} = \frac{P_{s/d}}{P_{c/d}}\cdot \underbrace{\frac{COV(k_p^{s/d}, r_m)}{\sigma_m^2}}_{\beta_p^{s/d}}$$

$$\therefore \quad \beta_p^{c/d} = \frac{P_{s/d}}{P_{c/d}}\cdot\beta_p^{s/d} \tag{2}$$

Para encontrar llegar a nuestra ocasión tenemos que apoyarno en M&M del 59 y 63, en donde tendremos la siguientes relaciones:

$$V_{c/d} = V_{s/d} + t_c\cdot D \tag{3}$$
$$V_{c/d} = P_{c/d} + D \tag{4}$$
$$V_{s/d} = P_{s/d} \tag{5}$$

Reemplazando la ecuación 5 en la 3 y luego reemplazar esta en la 4, tendremos de que:

$$P_{c/d} + D = P_{s/d} + t_c\cdot D$$

$$\therefore \quad P_{s/d} = P_{c/d} + D\cdot(1-t_c)$$

Esta última expresión la podemos reemplazar en 2, para llegar a:

$$\beta_p^{c/d} = \frac{P_{c/d} + D\cdot(1-t_c)}{P_{c/d}}\cdot\beta_p^{s/d}$$

Ordenando los términos, llegamos a la misma relación para los betas apalancados y no apalancados:

$$\beta_p^{c/d} = \left(1 + (1-t_c)\frac{D}{D+P}\right)\cdot\beta_p^{s/d}$$

Como se puede observar esta ecuación tiene incluidos los dos tipos de riesgos, por un lado tiene el riesgo operacional que guarda relación con los costos fijos y los variables, y por el otro tiene internalizado el riesgo financiero que nace con la adquisición de deuda es por esto de que el riesgo de una empresa apalancada es mayor al riesgo de la misma empresa pero sin apalancamiento. Es importante comentar de que para llegar a dicha valoración, **la deuda debe ser libre de riesgo.**

3. Rubinstein (1973)

Hasta el momento hemos asumido de que la deuda es libre de riesgo, no obstante esto es poco realista ya que por lo general $k_b \neq r_f$, esto implica de que en algún estado de la naturaleza es imposible pagarla, esto se escapa de los supuestos de M&M ya que el valor de la firma es distinto al valor descontado de los flujos.

Para adentrarnos en el modelo primero denotaremos a la deuda riesgosa como $\tilde{k}_d$ [3] su valor esperado es de la forma:

$$\mathbf{E}(\tilde{k}_d) = r_f + \left[\mathbf{E}(\tilde{k}_m) - r_f\right] \cdot \beta_d$$

En donde:

$$\beta_d = \frac{COV(\tilde{k}_d, r_m)}{\sigma_m^2}$$

En este caso al ser riesgosa, $\beta_d \neq 0$ puesto de que va a depender en parte de las fluctuaciones del mercado.

Si recordamos de Hamada, teníamos que el beta de una empresa apalancada es más fácil estimar que el beta de una empresa no apalancada, por lo tanto nos interesa encontrar una relación entre ambas, pero incluyendo esta vez la deuda riesgosa. Rubinstein llega a una expresión la cual es:

$$\beta_p^{c/d} = \left(1 + (1 - t_c) \cdot \frac{D}{P_{c/d}}\right) \cdot \beta_p^{s/d} - (1 - t_c) \cdot \left(\frac{D}{P_{c/d}}\right) \cdot \beta_d \tag{6}$$

Demostración

Para partir, sabemos de que el beta de una empresa con deuda es de la forma:

$$\beta_p^{c/d} = \frac{COV(k_p, r_m)}{\sigma_m^2}$$

Además sabemos de que el retorno de una firma apalancada con flujos perpetuos se puede escribir de la forma:

$$k_p = \frac{(EBIT - \tilde{k}_d \cdot B) \cdot (1 - t_c)}{P_{c/d}}$$

Reemplazando esta expresión en la primera, tendremos de que:

$$\beta_p^{c/d} = \frac{COV\left(\frac{(EBIT - \tilde{k}_d \cdot B) \cdot (1 - t_c)}{P_{c/d}}, r_m\right)}{\sigma_m^2} \tag{7}$$

Trabajemos el numerador de la expresión:

$$COV\left(\frac{(EBIT - \tilde{k}_d \cdot B) \cdot (1 - t_c)}{P_{c/d}}, r_m\right)$$

$$= \mathbf{E}\left\{\left[\frac{(EBIT - \tilde{k}_d \cdot B) \cdot (1 - t_c)}{P_{c/d}} - \mathbf{E}\left(\frac{(EBIT - \tilde{k}_d \cdot B) \cdot (1 - t_c)}{P_{c/d}}\right)\right] \cdot [r_m - \mathbf{E}(r_m)]\right\}$$

[3] Es necesario comentar de que la deuda es riesgosa pero no existe la probabilidad de quiebra.

$$= \frac{(1-t_c)}{P_{c/d}} \cdot COV(EBIT, r_m) - \frac{(1-t_c)\cdot B}{P_{c/d}} \cdot COV(k_b, r_m) \tag{8}$$

$$= COV\left(\frac{EBIT(1-t_c)}{P_{c/d}}, r_m\right) - COV\left(\frac{(1-t_c)\cdot k_b \cdot B}{P_{c/d}}, r_m\right) \quad / \quad \cdot \frac{D}{D} \cdot \frac{P_{s/d}}{P_{s/d}} \tag{9}$$

$$= \frac{P_{s/d}}{P_{s/d}} \cdot COV\left(\frac{EBIT(1-t_c)}{P_{c/d}}, r_m\right) - \frac{D}{D} \cdot COV\left(\frac{(1-t_c)\cdot k_b \cdot B}{P_{c/d}}, r_m\right) \tag{10}$$

$$= \frac{P_{s/d}}{P_{c/d}} \cdot COV\left(\frac{EBIT(1-t_c)}{P_{s/d}}, r_m\right) - \frac{D}{P_{c/d}} \cdot COV\left(\frac{(1-t_c)\cdot k_b \cdot B}{D}, r_m\right) \tag{11}$$

Con lo econtrado podemos reutilizar la expresión anterior y reemplazarla en 7, llegando a :

$$\beta_p^{c/d} = \frac{\frac{P_{s/d}}{P_{c/d}} \cdot COV\left(\frac{EBIT(1-t_c)}{P_{s/d}}, r_m\right) - \frac{D}{P_{c/d}} \cdot COV\left(\frac{(1-t_c)\cdot k_b \cdot B}{D}, r_m\right))}{\sigma_m^2}$$

Dado que:

$$k_p^{s/d} = \frac{EBIT(1-t_c)}{P_{s/d}} \quad , \quad \tilde{k_b} = \frac{k_b \cdot D}{B}$$

Tendremos de que:

$$\beta_p^{c/d} = \frac{P_{s/d}}{P_{c/d}} \cdot \underbrace{\frac{COV\left(k_p^{s/d}, r_m\right)}{\sigma_m^2}}_{\beta_{s/d}} - \frac{D\cdot(1-t_c)}{P_{c/d}} \cdot \underbrace{\frac{COV\left(\tilde{k_b}, r_m\right)}{\sigma_m^2}}_{\beta_d}$$

$$\therefore \quad \beta_p^{c/d} = \frac{P_{s/d}}{P_{c/d}} \cdot \beta_{s/d} - \frac{D\cdot(1-t_c)}{P_{c/d}} \cdot \beta_d$$

Por M&M sabemos de que se cumple la siguiente relación:

$$P_{s/d} = P_{c/d} + D\cdot(1-t_c)$$

Reemplazando esta expresión en la anterior llegamos a:

$$\beta_p^{c/d} = \left(\frac{P_{c/d}}{P_{c/d}} + \frac{D\cdot(1-t_c)}{P_{c/d}}\right)\beta_{s/d} - \left(\frac{D}{P_{c/d}}\right)\cdot(1-t_c)\cdot\beta_d$$

Finalmente, llegamos a:

$$\beta_p^{c/d} = \left(1 + (1-t_c)\cdot\frac{D}{P_{c/d}}\right)\cdot\beta_p^{s/d} - (1-t_c)\cdot\left(\frac{D}{P_{c/d}}\right)\cdot\beta_d$$

Lo primero que se puede notar, es que cuando la deuda es riesgosa tendremos de que;

$$\beta_p^{c/d}(Rubinstein) < \beta_p^{c/d}(Hamada)$$

Incluso podríamos reescribir la ecuación 6 de la forma:

$$\beta_p^{c/d}(Rubinstein) = \beta_p^{c/d}(Hamada) - (1-t_c)\cdot\left(\frac{D}{P_{c/d}}\right)\cdot\beta_d$$

Esto debido a que el riesgo del negocio es un promedio ponderado entre los accionistas y los bonistas, al asumir los bonistas parte del riesgo de la operación los inversionistas toman menos riesgo y como consecuencia el beta patrimonial con deuda es menor al presentado por Hamada[4].

En lo empírico para estimar el beta de la empresa, primero se necesita la estimación del beta de la deuda riesgosa, para lo que se sugiere estimar mediante la siguiente aproxímación del costo real de la deuda:

$$k_b = YTM \cdot (1 - P_q) + YTM \cdot P_q \cdot TR$$

En donde:

- YTM: Es la *yield to maturity.*
- P_q: Es la probabilidad de no pago.
- TR: Es la tasa de recuperación de la deuda, la cual guarda relación con la clasificación de riesgo de cada empresa, por lo que debe estar correlacionado con esto último.

Para finalizar con la materia, es necesario decir de que, a pesar de incluir deuda riesgosa el modelo por si solo es incapaz de explicar la existencia de una estructura de capital óptima, esto debido a las limitaciones que tiene el modelo, una manera de ampliarlo y que logre explicar cuál es la estructura óptima es incluir costos como lo son la pérdida de terceros o los costos de interrupción a la producción (*business disruption cost*). Este tema los retomaremos más adelante.

Demostración

A continuación demostraremos la inefictividad del modelo de Rubinstein para explicar la existencia de una estructura de capital óptima. Primero debemos tomar la ecuación 8, en donde tendremos de que:

$$COV(k_p, r_m) = \frac{(1 - t_c)}{P_{c/d}} \cdot COV(EBIT, r_m) - \frac{(1 - t_c) \cdot D}{P_{c/d}} \cdot COV(k_b, r_m)$$

Además tenemos que recordar de que por CAPM el costo del patrimonio viene dado por:

$$\mathbf{E}(k_p) = r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f] \cdot \frac{COV(k_p, r_m)}{\sigma_m^2}$$

Reemplazando ambas expresiones:

$$\mathbf{E}(k_p) = r_f + [\mathbf{E}(r_m) - r_f] \cdot \frac{\frac{(1-t_c)}{P_{c/d}} \cdot COV(EBIT, r_m) - \frac{(1-t_c) \cdot D}{P_{c/d}} \cdot COV(k_b, r_m)}{\sigma_m^2}$$

Si denotamos $\lambda = \frac{\mathbf{E}(r_m) - r_f}{\sigma_m^2}$ y multiplicamos ambos lados por $P_{c/d}$ tendremos de que:

$$P_{c/d} \cdot \mathbf{E}(k_p) = P_{c/d} \cdot r_f + \lambda \cdot (1 - t_c) \cdot COV(EBIT, r_m) - \lambda \cdot (1 - t_c) \cdot D \cdot COV(k_b, r_m) \qquad (12)$$

A continuación, trabajaremos el lado izquierdo de la ecuación, para lo cual debemos recordar de que el retorno del capital exigido por los inversionistas con flujos perpetudos y deuda riesgosa es de la forma:

$$k_p = \frac{(EBIT - \tilde{k}_d \cdot D) \cdot (1 - t_c)}{P_{c/d}} \longrightarrow P_{c/d} \cdot \mathbf{E}(k_p) = (1 - t_c) \cdot \mathbf{E}(EBIT) - (1 - t_c) \cdot D \cdot \mathbf{E}(\tilde{k}_d)$$

Reemplazando esta expresión en la ecuación 12, llegamos a:

$$(1-t_c) \cdot \mathbf{E}(EBIT) - (1-t_c) \cdot D \cdot \mathbf{E}(\tilde{k}_d) = P_{c/d} \cdot r_f + \lambda \cdot (1-t_c) \cdot COV(EBIT, r_m) - \lambda \cdot (1-t_c) \cdot D \cdot COV(k_b, r_m) \qquad (13)$$

[4] Es importante comentar de que los bonistas solo adquieren el riesgo financieros, ya que solo sufren el riesgo de no pago de la deuda.

Para una firma sin apalancamiento, tendremos de que:

$$(1-t_c)\cdot\mathbf{E}(EBIT)-\underbrace{(1-t_c)\cdot D\cdot\mathbf{E}(\tilde{k}_d)}_{=0}=P_{s/d}\cdot r_f+\lambda\cdot(1-t_c)\cdot COV(EBIT,r_m)-\underbrace{\lambda\cdot(1-t_c)\cdot D\cdot COV(k_b,r_m)}_{=0}$$

$$(1-t_c)\cdot\mathbf{E}(EBIT)-=P_{s/d}\cdot r_f+\lambda\cdot(1-t_c)\cdot COV(EBIT,r_m)$$

Tendremos de que por M&M $P_{s/d}=V_{s/d}$:

$$(1-t_c)\cdot\mathbf{E}(EBIT)-=V_{s/d}\cdot r_f+\lambda\cdot(1-t_c)\cdot COV(EBIT,r_m) \tag{14}$$

Reemplazando esta expresión en 13, llegamos a:

$$\begin{aligned}V_{s/d}\cdot r_f+&\lambda\cdot(1-t_c)\cdot COV(EBIT,r_m)-(1-t_c)\cdot D\cdot\mathbf{E}(\tilde{k}_d)\\&=P_{c/d}\cdot r_f+\lambda\cdot(1-t_c)\cdot COV(EBIT,r_m)-\lambda\cdot(1-t_c)\cdot D\cdot COV(k_b,r_m)\end{aligned}$$

Teniendo de que $V_{c/d}=P_{c/d}+D$ y reordenando términos llegamos a:

$$\begin{aligned}&r_f\cdot(V_{c/d}-D)-\lambda\cdot(1-t_c)\cdot D\cdot COV(k_b,r_m)\\&\qquad=r_fV_{s/d}-[r_f+\lambda\cdot COV(k_b,r_m)]\cdot D\cdot(1-t_c)\end{aligned}$$

Despejando términos, nos queda el mismo resultado encontrado por Modigliani y Miller (1963):

$$V_{c/d}=V_{s/d}+t_c\cdot D$$

Demostrando de que incluso con Rubinstein y la incorporación de deuda riesgosa, no es posible explicar la existencia de una estructura de capital óptima.