

**Instituto Tecnológico y de
Estudios Superiores de Monterrey**



Campus Monterrey
Optimización Determinista
MA2001B.201

Reporte Final
Optimización del Transporte en la Logística de Reforestación

Raúl Correa Ocañas	A01722401
Diego Armando Mijares	A01722421
Diego Olalde Tristán	A01612555
Ana Paola Gallegos	A01571727
Ana Camila Saavedra	A01252957

Docentes
Fernando Elizalde Ramírez
Yadira Isabel Silva Soto

5 de mayo de 2024

Indice

- 1. Introducción al problema**
- 2. Objetivo**
- 3. Trabajos Relacionados**
- 4. Análisis de Literatura (Propuestas de Resolución)**
- 5. Definición del Problema**
- 6. Definición de conjuntos de modelo matemático**
- 7. Modelo matemático**
- 8. Explicación del método heurístico utilizado**
- 9. Resultados preliminares**
- 10. Características de la PC y software**
- 11. Tamaño del problema**
- 12. Resultados**
- 13. Conclusiones**
- 14. Anexo**
- 15. Referencias**

1. Introducción al problema

La tasa anual de deforestación en México se ha reducido un 26% (*CONAFOR*, 2022). No obstante, al analizar el periodo de 2001 a 2021, México ha promediado una tasa anual de deforestación de 208,850 hectáreas (*CONAFOR*, 2022). Por más brutal que esto haya sido para el medio ambiente en el país, es importante reconocer que del periodo 2010-2020, la deforestación bruta en México se desaceleró, promediando "sólo" 125,000 hectáreas anuales perdidas (*WRI*, 2023).

Por más que uno pudiera pensar que esto es una señal de un buen camino a la reducción de la deforestación en México, en el último año, se han perdido 225,000 hectáreas de bosque natural (*Global Forest Watch*, 2024). Adicionalmente, entre 2021 y 2023 se perdieron 4.89 millones de hectáreas de árboles. Esta inmensa cantidad, representa lo que era el 9.3% de lo que se disponía en el país en el 2000 (*Reforma*, 2024).

El efecto de la deforestación en la situación del agua es considerable y también diverso. Los

bosques desempeñan una función esencial en el ciclo del agua al influir en la cantidad y la distribución de las lluvias, así como en la capacidad de infiltración del suelo y la recarga de los acuíferos. La deforestación reduce la capacidad de los bosques para retener agua y regular el flujo de la misma. Al eliminar la vegetación, se interrumpe el ciclo natural del agua, lo que puede provocar una disminución de las lluvias y un aumento del escurrimiento superficial. Esto contribuye a la erosión del suelo, la pérdida de biodiversidad y la disminución de la calidad del agua (*Naturefund*, 2023). Además, la conversión de áreas forestales en tierras de cultivo compacta el suelo, reduciendo su capacidad para absorber agua y aumentando el escurrimiento superficial. Esto puede causar inundaciones, pérdida de suelo fértil y disminución de la recarga de los acuíferos. La deforestación contribuye a la situación del agua al alterar el ciclo hidrológico natural y reducir la capacidad de los ecosistemas para regular el flujo y la disponibilidad de agua. Es crucial tomar medidas para proteger y restaurar los bosques como parte de los esfuerzos para abordar esta situación (*Naturefund*, 2023).

El impacto ambiental de la deforestación es significativo y abarca una variedad de aspectos. La eliminación de los bosques conlleva la pérdida de hábitats para numerosas especies de plantas y animales, lo que puede resultar en la pérdida de biodiversidad y la extinción de especies (Marín & Eulalia, 2016). Además, la deforestación contribuye a la erosión del suelo, lo que puede provocar la pérdida de suelo fértil y la desertificación en áreas afectadas. Además, los bosques desempeñan un papel crucial en la regulación del clima al absorber CO₂ de la atmósfera y liberar oxígeno. La eliminación de grandes áreas de bosques libera grandes cantidades de CO₂ a la atmósfera, lo que contribuye al calentamiento global y al cambio climático. La deforestación también afecta los ciclos hidrológicos regionales, como se mencionó anteriormente, lo que puede provocar cambios en los patrones de lluvia y la disponibilidad de agua en diferentes áreas. Por lo que el impacto ambiental de la deforestación incluye la pérdida de biodiversidad, la erosión del suelo, la contribución al cambio climático y la alteración de los ciclos hidrológicos regionales, entre otros efectos negativos.

La deforestación contribuye significativamente al cambio climático de varias maneras. Los árboles actúan como sumideros de carbono, absorbiendo CO₂ de la atmósfera durante la fotosíntesis y almacenándolo en su biomasa. Cuando los árboles son talados o quemados, este carbono almacenado es liberado nuevamente a la atmósfera en forma de CO₂, contribuyendo así al aumento de las concentraciones de gases de efecto invernadero y al calentamiento global. Además de liberar carbono almacenado, la deforestación reduce la capacidad de los ecosistemas forestales restantes para absorber CO₂ de la atmósfera. Esto se debe a la disminución del área boscosa disponible para llevar a cabo la fotosíntesis y al debilitamiento de los bosques remanentes debido a la fragmentación y degradación. Los bosques desempeñan un papel crucial en la regulación del clima a través de la transpiración y la liberación de vapor de agua a la atmósfera. La eliminación de grandes áreas de bosques puede alterar los patrones de circulación atmosférica y los sistemas climáticos regionales, lo que a su vez puede provocar cambios en los patrones de precipitación y temperatura (Nerger, 2021).

Impactan económicamente con la pérdida de biodiversidad y servicios ecosistémicos, ya que es mucho dinero reemplazar los servicios naturales. Igualmente afecta la agricultura y pesca, por pérdida de suelo fértil. Y por último, podría afectar al turismo, ya que reduce el atractivo de estas áreas que son una fuente importante de ingresos para muchas regiones. Como impacto social la deforestación está afectando negativamente a la salud con la propagación de enfermedades al alterar los hábitats de animales que portan enfermedades transmisibles a humanos, sin hablar de cómo altera la calidad del aire. Socialmente podría afectar los conflictos por recursos, ya que puede intensificar los conflictos por la tierra y el agua. Y por último, otra problemática social sería el desplazamiento de comunidades dado que el deforestamiento puede llevar a otras personas a cambiar de lugar donde viven (Rosete-Vergés et al., 2014).

En México hay varias acciones que se están implementando, por ejemplo existe la PRONAFOR que es el Programa Nacional Forestal, este programa promueve la gestión sostenible de bosques, la deforestación, y la restauración de áreas degradadas. De igual manera existen los pagos por servicios ambientales en donde los dueños de los bosques pagan por servicios ecosistémicos. Asimismo México está trabajando con REDD+, un proyecto que hace un esfuerzo internacional para reducir las emisiones de carbono de la deforestación y la degradación forestal (*World Resources Institute*, 2023). También México tiene alianza con comunidades indígenas y locales, para que entre las comunidades ayuden al cuidado del medio ambiente y promover la gestión forestal comunitaria. Por último debo recalcar que existe una cooperación internacional con México donde se colabora con organismos internacionales y gobiernos de otros países para fortalecer sus capacidades en la lucha contra la deforestación (*World Resources Institute*, 2023).

Al planificar la reforestación de una área en específica, se deben considerar varios factores para determinar qué especies plantar. Estos incluyen el clima local, el tipo de suelo, la altitud, la disponibilidad de agua y la biodiversidad nativa. Las especies se evalúan por su capacidad de adaptarse a su entorno, su resistencia a plagas y enfermedades, su tasa de crecimiento y su contribución a la recuperación del ecosistema. Además, se consideran los objetivos de la forestación, como restaurar hábitats naturales, reducir la erosión del suelo, proteger la biodiversidad y brindar servicios ambientales como la captura de carbono. El diseño del paisaje y la zonificación se tienen en cuenta en la distribución de especies en las áreas de plantación. Se pueden crear parcelas o áreas específicas para cada especie en función de sus necesidades ambientales y de sus interacciones con otras especies. También se toma en cuenta la formación de comunidades vegetales diversas y equilibradas promueve la resiliencia del ecosistema. La distribución puede basarse en patrones naturales de vegetación o en estrategias de intervención humana para de esta manera, acelerar los procesos de sucesión ecológica (*Gobierno de México*, 2018). Es importante monitorear continuamente la distribución de las especies y ajustarlas de acuerdo con los resultados esperados del desarrollo del ecosistema y la regeneración forestal.

Según la Comisión Nacional Forestal, la reforestación no se trata sólo de plantar; también es importante saber dónde replantar, identificar especies, eliminar malezas, planificar la plantación y elegir la temporada adecuada. Es importante visitar el sitio y revisar el suelo, la vegetación y las condiciones ambientales generales. Se recomienda seleccionar especies nativas adaptadas a condiciones ambientales específicas y asegurar la calidad de las plantas seleccionadas. Además, el manejo de maleza es importante para evitar la competencia por la humedad y los nutrientes del suelo entre las plantas recién plantadas y la vegetación indeseable. De igual manera, es importante planificar la plantación, teniendo en cuenta la correcta colocación de las plantas y la distancia entre ellas (CONAFOR, 2010).

2. Objetivo

El objetivo principal del proyecto es desarrollar un modelo matemático que optimice el proceso de descarga de plantas en diferentes polígonos, para mejorar los esfuerzos de reforestación. Esto, creando rutas eficientes para distribuir dichas plantas, con el fin de reducir los tiempos de entrega, costos operativos y mejorar la misma distribución. Por otro lado, siempre considerando restricciones como la jornada laboral, capacidad de transporte y demanda de plantas. Se busca implementar un algoritmo que permita la asignación y envío óptimo de plantas a los polígonos designados.

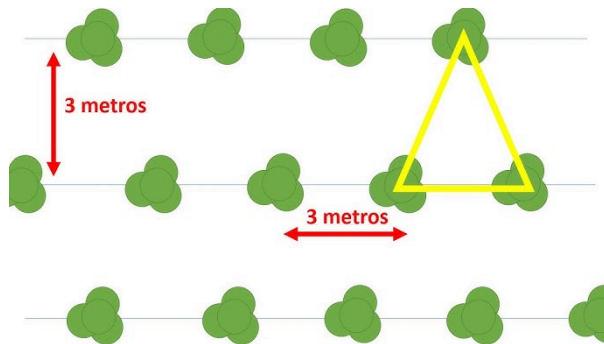
3. Trabajos Relacionados

Investigación sobre la flora en el altiplano mexicano.

El Altiplano Mexicano es una región geográfica que se extiende desde el norte hasta el eje neovolcánico en el sur (Lifeder, 2020). En la región, hay una variedad de paisajes y climas, y por ello, hay una flora muy diversa. En el sur, donde la temperatura es más fresca, predominan los bosques coníferos, llenas de especies como los pinos, la ceiba, el oyamel, y la encina (Lifeder, 2020). En los valles del mismo altiplano, la vegetación se caracteriza por matorrales de gobernadora (DEIMS, 2020). A través del resto del altiplano, predominan más especies de plantas que forman gran parte de la cultura mexicana. El cactus candelabro, llamado así debido a que se asemeja a un candelabro. El cactus erizo que florece durante la primavera y ofrece frutos. El maguey, utilizado por culturas indígenas por miles de años para producir bebidas alcohólicas. Por último, el acotillo, un árbol espinoso que requiere de muy poca agua. Por ello mismo, esta última predomina en las regiones más secas del altiplano (Lifeder, 2020).

Diseño de plantación denominado tres bolillos.

Primeramente debemos entender el significado de "tres bolillos", este es una técnica agrícola que se utiliza para maximizar el uso del espacio y mejorar la productividad de los cultivos (CONAFOR, 2010, p. 34). Aunque se aplica comúnmente en la agricultura, este método también puede adaptarse a la reforestación. En el contexto de la reforestación, el diseño "tres bolillos" implica plantar árboles en triángulos equiláteros, lo que permite a cada planta tener suficiente espacio para crecer sin competir por recursos con sus vecinos tan directamente como en una plantación en filas rectas (CentroAceros, 2020). Este método optimiza el espacio, mejora el acceso al agua y a la luz solar para cada árbol, y puede contribuir a una mayor biodiversidad al permitir la incorporación de diferentes especies adaptadas a las condiciones específicas de cada sitio.



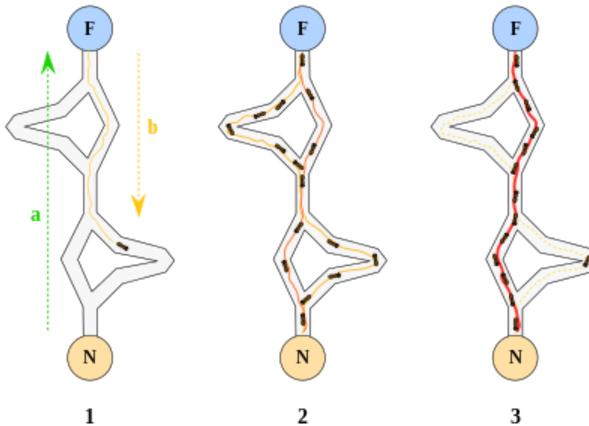
4. Análisis de Literatura: Propuestas de Resolución a la Optimización de Ruteos

Un método utilizado comúnmente es el algoritmo de Dijkstra. Este método es determinista, y busca encontrar el camino más corto entre dos puntos en un grafo. Comienza desde el punto de partida y explora todas las rutas posibles, acumulando la distancia de cada ruta. Ya después de encontrar cada distancia, se puede analizar cuál recorrido acumula menor distancia. Esta es una solución común en el mundo de exploración de rutas, no obstante, no considera que ciertas variables en realidad no siempre son constantes o predecibles, como el tráfico o el clima (Kucharska, 2019).

Por otra parte, también se puede utilizar el algoritmo de Branch and Bound, una técnica exacta utilizada para resolver problemas de optimización combinatoria, como el ruteo de vehículos (Benito, 2015, p.51). Funciona mediante la exploración de un espacio de soluciones ramificando de manera recursiva y evaluando las ramas generadas para encontrar la solución óptima. Inicialmente, se resuelve el problema relajado como un problema de programación lineal. Luego, se ramifica seleccionando variables cuya solución no es entera, creando subproblemas que se evalúan para determinar si deben seguirse explorando. Las ramas se prueban según criterios específicos, como factibilidad, mejor

solución conocida y límites inferiores. Las ramas que no pueden contener una solución mejor que la mejor solución conocida se podan, lo que reduce el espacio de búsqueda. El proceso continúa hasta que se encuentra una solución óptima o hasta que se agota el espacio de búsqueda.

Otro método propuesto sería uno inspirado en el comportamiento de hormigas (CSIC, 2020). Primeramente debemos saber que este método viene de la naturaleza, las hormigas exploran aleatoriamente el área alrededor de su nido cuando buscan comida. Al regresar al nido, si han encontrado comida, dejan un rastro de feromonas en su camino. Las hormigas subsecuentes tienden a seguir los caminos con feromonas más fuertes, lo que refuerza estos caminos a medida que más hormigas los siguen, eventualmente convergiendo en el camino más corto.



Los ACO simulan este comportamiento mediante la utilización de "hormigas artificiales" para explorar las soluciones posibles de un problema. Algunas características clave son el rastro de feromonas, evaporación de feromonas y heurísticas. La analogía que tomaría este método con nuestro reto estaría simulando que cada hormiga sería análoga a un camión (o la decisión de ruta para un camión), explorando diferentes rutas de distribución entre el depósito y los polígonos de siembra.

Si bien se propone utilizar el algoritmo de Dijkstra, también puede ser tomado en cuenta el algoritmo A*. Este algoritmo de búsqueda tomaría cada espacio como un nodo en el que un vehículo tiene que decidir qué camino tomar, minimizando los costos asignados a su ruta (Wang et al., 2021). De esta forma, el algoritmo decide cual es el siguiente nodo por escoger dado dos criterios. El primero se basa en hacer un cálculo de los costos de los estados vecinos al estado actual. El segundo criterio consiste en asignar una heurística a cada nodo según el problema que se busque resolver. Se pueden estudiar múltiples funciones de heurísticas para mejorar la toma de decisión del algoritmo. Por último,

este decide cual nodo seleccionará basado en la suma del costo de seleccionar un nodo más la heurística correspondiente. En este contexto donde no se conoce un nodo objetivo final, pero se tiene información sobre una región o área objetivo, se puede utilizar el algoritmo A* para encontrar la ruta más corta hacia esa región. La función heurística puede estimar la distancia hasta la región objetivo, y una vez que el vehículo llegue a esa región, se puede realizar una búsqueda localizada más detallada para encontrar el destino final. Así mismo, si el destino final es un objetivo móvil, como un vehículo o una persona, se puede utilizar el algoritmo A* para calcular continuamente la ruta más corta hacia la posición actual conocida del objetivo móvil. A medida que el objetivo se mueve, se actualiza la posición objetivo y se recalcula la ruta utilizando A* (Wang et al., 2021).

Otro método comúnmente utilizado para resolver problemas de ruteo de vehículos es la Programación Lineal Entera (PLI) (Montero, 2022, p. I). Este enfoque se basa en modelar el problema como un conjunto de ecuaciones y desigualdades lineales, donde las variables de decisión representan asignación de recursos y rutas. PLI utiliza algoritmos especiales para de esta manera encontrar una solución óptima. A través de la formulación matemática del problema y la aplicación de técnicas de optimización, PLI determina la ruta más eficiente para distribuir el cultivo tomando en cuenta diversas limitaciones como la capacidad de la unidad de transporte, la demanda de las especies y la jornada laboral. Este enfoque tiene la ventaja de proporcionar una solución precisa y eficiente al problema de ruteo de vehículos en la reforestación, contribuyendo así a una mejor planificación y asignación de recursos.

No obstante, la literatura que mejor respalda la resolución de este tipo de problemas es la resolución del Problema del Viajero. Este método, busca encontrar la ruta más corta que visita cada nodo exactamente una vez, y al finalizar regresa a la ciudad origen (Applegate et al., 2006). En este método, se conoce una gran cantidad de heurísticas y métodos exactos, lo que permite resolver planteamientos concretos de problemas de varios rangos, desde 100 nodos, hasta miles (Applegate et al., 2006). En el campo profesional, toma un rol crucial en la planificación de rutas de entrega, lo que es precisamente lo que se busca resolver en este reto, con la entrega de plantas a través de un camión en diferentes polígonos dentro de un mapa de más de 70 hectáreas. Se utiliza este principio para elegir el camino que minimice el tiempo, y así, el uso de combustible (Applegate et al., 2006). Hoy en día, es sencillo aplicar esta solución de forma práctica a través del uso de programas en la computadora.

5. Definición del Problema

El problema que se aborda en este proyecto es, evidentemente, la optimización del transporte en la logística de reforestación, en este caso, en la línea de asignación de especies y cantidad de individuos a unidades de transporte, para los requerimientos de la CONAFOR. Se busca proponer un modelo matemático para planificar de manera más eficiente la asignación de dichas cosas, cumpliendo

con los requisitos de siembra para cada polígono asignado. Adicionalmente, se busca crear rutas de distribución eficientes entre el depósito y los varios polígonos que se buscan reforestar. Esto, con el fin de reducir los tiempos de entrega, costos de operación, y por lo general una mejor distribución de plantas a sembrar. Para el problema, se deberán considerar varias restricciones, como la jornada laboral, la capacidad de unidades de transporte, y la demanda de las plantas. El objetivo final para la solución de este problema será desarrollar un algoritmo que permita la asignación y el envío de plantas a los varios polígonos, optimizando tiempos, costo y control.

Para este problema, se definen ciertos supuestos en base a la información proporcionada por el socio:

- Centroides en cada nodo a visitar
- Enumeración de polígonos no visitados
- Bodega: Nodo 18
- 30 min de descarga por nodo en el que se detenga el camión
- Velocidad de camión: 10 km/h en cualquier dirección
- Camión comparte el volumen de lo que cabe en una hectárea
 - Lo que permite calcular el volumen de cada planta dividiendo por 516.
 - El volumen mínimo de aquellas que viajan en rejillas son la cantidad que caben en rejilla dividido en 516.

6. Definición de conjuntos de modelo matemático: *Parámetros y Variables*

Parámetros:

- n : Número de nodos representando los polígonos en el mapa.
- V : Conjunto de nodos del grafo, donde cada nodo representa un punto en el mapa.
- A : Conjunto de arcos que describen las conexiones entre los nodos del grafo.
- b : Índice del nodo que representa la base. (Punto de partida y llegada).
- r : Tiempo de permanencia en cada nodo destino.
- v : Velocidad de transporte. (10km/h, constantes).
- M : Número máximo de nodos que pueden ser visitados.
- h : Horas laboradas en un turno.

Variables:

- x_{ij} : Variable binaria que indica si se utiliza el arco (i, j) en la ruta..
- u_i : Número de ciudades visitadas antes de llegar al nodo i .
- d_{ij} : Representa la distancia entre los nodos i y j en el espacio euclíadiano.
- m : Número de turnos que deben completarse en la jornada laboral.

7. Modelo matemático: Método de resolución, Restricciones y Función objetivo

Consideremos un problema de transporte de tipo Problema del Viajante. Se denota n como el número de nodos representando a los polígonos representados en el mapa dado por el socio formador. Estos nodos forman el conjunto $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Debido a que se tiene permitido trasladarse de cualquier nodo a cualquier otro, cada vértice tiene arcos con los otros $n - 1$ nodos restantes. Se denota A al conjunto de todos los arcos que describen las conexiones entre los vértices V . Esto implica que este problema puede ser modelado como un grafo $G(V, A)$.

Cada arco tiene una distancia asociada según la acción de trasladarse del i -ésimo nodo al j -ésimo nodo, donde este es un nodo distinto, por lo que $A = \{(i, j), \forall i \neq j\}$. Por lo tanto, denotemos

$d(i, j) = \sqrt{(v_{ix} - v_{jx})^2 + (v_{iy} - v_{jy})^2} \geq 0, \forall (i, j) \in A$. Al redactar estos costos programacionalmente, se expresa una matriz de dimensiones $n \times n$, donde aquellos arcos no factibles se le asocian costos considerablemente mayores arbitrarios. También es esencial denotar una variable binaria positiva $x(i, j)$, la cual representa la decisión de tomar la acción del nodo i al nodo j .

$$x(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{arco } (i, j) \text{ utilizado} \\ 0 & \text{arco } (i, j) \text{ no utilizado} \end{cases}$$

Con esta notación planteada, es posible describir el objetivo del problema como una minimización de la función z descrita a continuación.

$$\min \left\{ z = \sum_{(i,j) \in A} d(i, j) x(i, j) \right\}$$

Un problema de viajero tradicional está sujeto a la restricción de que todo nodo debe ser visitado y desalojado exactamente una vez. Esta restricción se modela de la siguiente forma:

$$\sum_{j=1}^n x(i, j) = 1, \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x(i, j) = 1, \forall j \in \{1, \dots, n\} \quad (2)$$

Si se piensa a i como el nodo origen y j el nodo destino, estas restricciones indican que todo nodo debe ser origen de algún movimiento, y destino de algún otro movimiento. Sin embargo, sabemos que este no puede ser el caso para un problema de viajero en el que el viajero necesite regresar múltiples veces a una base. Pensemos en una restricción en la que este sea el caso, como por ejemplo, el número de horas laboradas. Asumamos que la jornada laboral sea de h horas, y que esto implique m turnos para realizar el trabajo.

Denotemos el índice del nodo que representa la base con la variable b . Las restricciones (1) y (2) ahora pueden ser planteadas de la siguiente forma:

$$\sum_{j \in V, j \neq b}^n x(i, j) = 1, \forall i \neq b \in \{1, \dots, n\} \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V, i \neq b}^n x(i, j) = 1, \forall j \neq b \in \{1, \dots, n\} \quad (4)$$

Pensemos en que ocurre en el nodo b . Si bien se espera que se hagan m turnos, se espera que la base sea m veces el origen, y m veces el destino de algún movimiento. Por lo tanto:

$$\left(\sum_{j \in V, j \neq b}^n x(1, j) = m \right) \wedge \left(\sum_{i \in V, i \neq b}^n x(i, 1) = m \right) \quad (5)$$

Considerando el contexto de que se tiene una restricción de cuantas horas pueden ser trabajadas en un turno, tomemos en cuenta que el costo planteado es una distancia entre nodos. Esta distancia puede ser dividida entre la velocidad del agente, asumiendo que esta sea constante. Con esto puede obtenerse el tiempo requerido entre nodos, agregandole un tiempo r requerido de permanencia en el nodo destino. Asumiendo que las coordenadas de los centroides de cada polígono representado por cada nodo están en metros y la velocidad de transporte es de v metros por hora, redefinimos el valor de

$d(i, j)$ con la siguiente transformación.

$$t(i, j) := \frac{d(i, j)}{v} + r \implies \min \left\{ z = \sum_{(i,j) \in A} t(i, j) x(i, j) \right\} \quad (6)$$

$$\therefore \sum_{(i,j) \in A} t(i, j) x(i, j) \leq rm \quad (7)$$

Al plantear la restricción (7), hemos establecido que la cantidad de horas trabajadas entre todos los empleados tiene que ser menor o igual al producto de las horas de una jornada laboral y los turnos realizados.

Por último, es necesario establecer una restricción de eliminación de subviajes. Aunque bien existen múltiples formas de plantear esta restricción, se decide utilizar una basada en denominar una variable que represente el número de ciudades visitadas antes de un nodo i . Cuando se toma la acción $x(i, j)$, se espera que $u(i) + 1 \leq u(j)$. Cuando no ocurre esta acción, el comportamiento no es certero, por lo que se expresa como la ecuación (8). La literatura sugiere que M sea el número máximo de nodos que pueden ser visitados por cualquier agente viajero.

$$u(i) + 1 \leq u(j) + M(1 - x(i, j)) \quad (8)$$

$$\forall (i \neq j, i \neq b, j \neq b) \in \{1, \dots, n\}$$

De esta forma hemos asegurado que cada viajero generará una ruta cerrada. El problema de viajero múltiple, en resumen, puede ser modelado de la siguiente forma.

$$\min \left\{ z = \sum_{(i,j) \in A} t(i, j) x(i, j) \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & s. a. \\ & \left(\sum_{j \in V, j \neq b}^n x(1, j) = m \right) \wedge \left(\sum_{i \in V, i \neq b}^n x(i, 1) = m \right) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\sum_{j \in V, j \neq b}^n x(i, j) = 1, \forall i \neq b \in \{1, \dots, n\} \quad (11)$$

$$\sum_{i \in V, i \neq b}^n x(i, j) = 1, \forall j \neq b \in \{1, \dots, n\} \quad (12)$$

$$u(i) + 1 \leq u(j) + M(1 - x(i, j)) \quad (13)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} t(i, j) x(i, j) \leq rm \quad (14)$$

8. Explicación del método heurístico utilizado: *Propone una forma de solución heurística*

Para abordar el problema, implementamos una heurística inspirada en la metodología Greedy. Sin embargo, en lugar de adoptar un algoritmo completo importado de una librería como Simple AI, diseñamos una función específica dentro de nuestro código. Esta función está diseñada para priorizar las rutas más cortas, es decir, aquellas con menor costo, en el contexto de un enfoque de búsqueda de soluciones. En esencia, hemos adaptado los principios de la estrategia Greedy a nuestro contexto específico, lo que nos permite optimizar la selección de rutas de manera más eficiente y adaptativa a las necesidades de nuestro problema logístico de transportación de las plantas. Claro, la heurística no considera todas las variables planteadas en nuestra modelación, por la naturaleza de ser una heurística que se planteó con el fin de darnos una sugerencia a la posible ruta óptima.

9. Resultados preliminares

Se llevó a cabo una investigación sobre toda la información disponible del desafío. Se recopiló el volumen por tipo de planta, así como la velocidad y capacidad del camión. Se procedió a escalar el mapa proporcionado por el socio formador y se asignaron coordenadas pertinentes a los polígonos. Además, se analizó el tipo de transporte requerido para cada tipo de planta (la necesidad de rejillas). A continuación, se presenta una demostración del trabajo realizado sobre el mapa proporcionado por el socio formador.

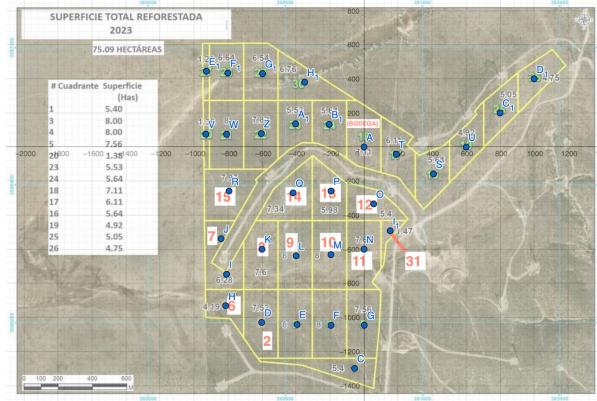


Figure 1: Mapa con coordenadas
<https://www.geogebra.org/calculator/sjnhswxr>

Con los datos generalizados del desafío, se ha adoptado un enfoque principal: abordar la resolución del problema bajo el modelo del Problema del Viajante (*TSP*, por sus siglas en inglés). Se considera un agente cuyo objetivo consiste en recorrer todos los nodos en el menor tiempo posible. En consecuencia, el agente sólo retornará a la base cuando se cumpla alguna de las tres condiciones siguientes:

1. La oferta del agente es cero, lo que indica que ya no quedan más plantas por entregar.
2. Se ha completado el turno laboral de ocho horas y es necesario realizar un cambio.
3. Todas las demandas han sido satisfechas, por lo tanto, no quedan nodos pendientes de visita.

Se han establecido valores específicos, como los centroides de cada nodo a visitar, lo que implica que el tiempo necesario para desplazarse de un nodo a otro es una magnitud precisa y determinada. Por otro lado, tanto la "oferta" como la "demanda" que se pretende satisfacer en cada nodo son arbitrarias para este análisis preliminar. Además, se aborda la resolución del problema considerando inicialmente un tipo de planta, con la intención de extender este enfoque al resto posteriormente. Se asigna un valor arbitrario a la oferta (capacidad del camión para el tipo de planta en cuestión) y se determina la demanda de cada nodo (cantidad de plantas de dicho tipo requeridas en el nodo respectivo).

Una vez establecidos estos supuestos, se permite que el agente busque una solución utilizando métodos heurísticos para cumplir con los objetivos establecidos. Con el fin de poder explicar la solución obtenida de manera adecuada, se registra cada ciclo realizado. Un ciclo implica comenzar en el nodo P18, visitar todos los demás nodos, maximizar la satisfacción de la demanda y minimizar el tiempo de desplazamiento entre nodos, repitiendo este proceso hasta que se haya cumplido la oferta,

transcurrido el turno laboral de 8 horas, o se hayan visitado todos los nodos. Se documenta la ruta seguida, las horas de trabajo efectuadas y el turno en curso.

Teniendo esta información, procedimos a experimentar con diversos parámetros de oferta y demanda para observar las posibles respuestas y comportamientos del agente. En el modelo siguiente, se supone que la demanda es uniforme en todos los nodos, asignándole arbitrariamente el valor de 15. Para este ejemplo, hemos fijado la oferta del agente en 50 unidades.

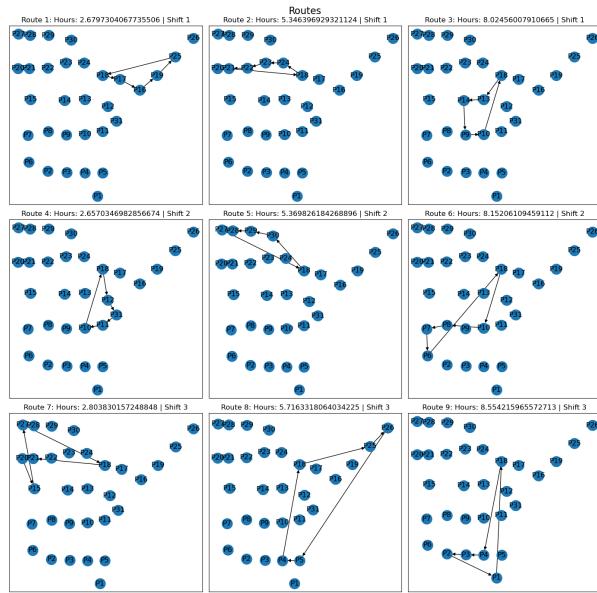


Figure 2: Algoritmo "Greedy": Priorizar espacios que esten más cerca de la base.
Configuracion = (15, 50)

Es notable que el algoritmo determina la necesidad de realizar tres cambios de turno y completar nueve ciclos para satisfacer la demanda de todos los puntos. Se observa que, a pesar de disponer de un turno de trabajo de 8 horas, frecuentemente excede este límite. Esto se debe a que el algoritmo elige un nodo cuando el agente está ligeramente antes de cumplir las 8 horas, resultando en que al llegar a dicho nodo, se haya superado la duración del turno. Al percatarse de este exceso, la acción siguiente del agente es siempre regresar a la base, lo que también consume tiempo adicional. No obstante, los tiempos siguen siendo aceptables, por lo que estas soluciones podrían considerarse válidas, aunque impliquen un tiempo extra.

Se exploró otra configuración de parámetros en la que el agente posee una capacidad que equivale a la suma total de todas las demandas, con el fin de analizar los efectos que esto tendría en la solución

en función del tiempo. Para esta evaluación, utilizamos como valor de referencia las hectáreas correspondientes de cada nodo como representación de la demanda.

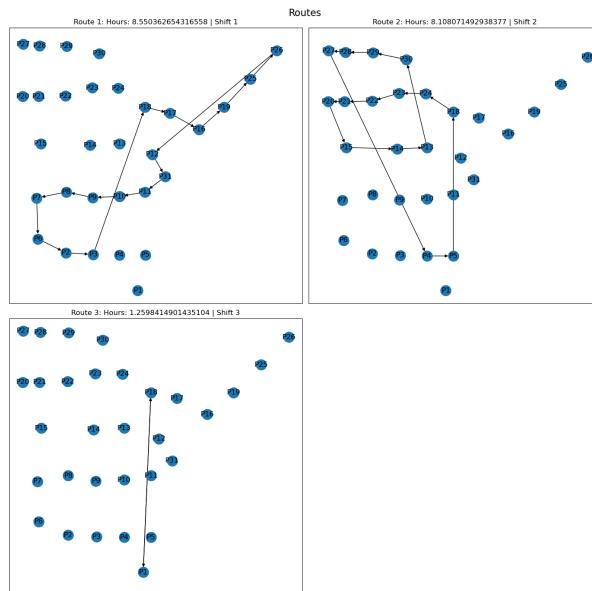


Figure 3: Algoritmo "Greedy". Configuracion = (*hectareas*, sum(*hectarias*))

Es evidente que cuando la demanda puede ser fácilmente satisfecha, el tiempo total de transporte disminuye aproximadamente 7 horas. Aunque bien, todavía es necesario realizar tres cambios de turno, se ha reducido el número de vueltas necesarias para regresar a la bodega.

Los siguientes pasos del modelo implicarán establecer la demanda y oferta reales de este problema, de modo que se pueda obtener una solución que considere todos los factores relevantes. Aún existen áreas en las que el modelo podría mejorar, especialmente en el método de selección del siguiente nodo. Aunque el algoritmo Greedy puede proporcionar una solución cercana a la óptima, hay otros algoritmos que podrían ser evaluados para comparar su rendimiento.

10. Características de la PC y software

Para correr el algoritmo final, se utilizó la siguiente PC:

- Modelo de la PC: LAPTOP-3OHSRVV1
- Sistema Operativo: Windows 11 Home, versión 23H2

- Capacidad de disco duro: 237 GB
- Memoria RAM y capacidad: 8.00 GB (7.84 GB usable)
- Tipo de procesador: Intel(R) Core(TM) i3-10110U
 - Número de núcleos: 2
 - Total de subprocesos: 4
 - Frecuencia turbo máxima: 4.10 GHz
 - Frecuencia básica del procesador: 2.10 GHz
 - Caché: 4 MB Intel® Smart Cache
 - Velocidad del bus: 4 GT/s
 - TDP 15 W
 - Frecuencia de incremento de TDP configurable: 2.60 GHz
 - Incremento de TDP configurable: 25 W
 - Frecuencia de descenso de TDP configurable: 800 MHz
 - Descenso de TDP configurable: 10 W
- Software utilizado y versión
 - GAMS versión 1.17.5 : Para cálculo de soluciones
 - Python versión 3.10.13 : Para la visualización de los nodos, arcos y ruta

* Librerías:

 - networkx versión 3.1 : Visualización de los grafos
 - numpy: 1.26.3 : Manejo de matrices, cálculos matemáticos, etc.

11. Tamaño del problema

El tamaño del problema se refleja en varios aspectos clave. En primer lugar, se consideran un total de 31 nodos, que representan los distintos terrenos o polígonos presentes en el mapa del socio formador. Estos nodos sirven como puntos de referencia cruciales para el análisis y la planificación de rutas eficientes. Además, se establece una red de arcos, donde cada uno de los 961 arcos (correspondientes a la matriz de 31x31) representa la distancia entre los nodos en kilómetros. Aunque, desde un punto de vista matemático, los arcos entre un mismo nodo no existen, en el contexto de la programación se consideraron presentes y se les asignó una distancia artificial de 9999km, para evitar que el modelo de optimización los considere.

Además, el tamaño del problema se manifiesta en la cantidad de variables y parámetros considerados en el modelo. Se utilizan 4 variables distintas: la variable binaria x_{ij} indica la utilización de un arco en la ruta, u_i representa el número de ciudades visitadas antes de llegar al nodo i , d_{ij} expresa la distancia entre los nodos i y j en el espacio euclíadiano, y m representa el número de turnos que deben completarse en la jornada laboral. Por otro lado, se definen 8 parámetros: n indica el número de nodos, V el conjunto de nodos del grafo donde cada nodo representa un punto en el mapa, A el conjunto de arcos que describen las conexiones entre los nodos del grafo, b el índice del nodo que representa la base, r el tiempo de permanencia en cada nodo destino, v la velocidad de transporte (10 km/h), M el número máximo de nodos que pueden ser visitados, y h las horas laboradas en un turno. Esta cantidad de variables y parámetros apunta hacia la complejidad del problema abordado, y también a la necesidad de una cuidadosa consideración de todos los componentes para una resolución efectiva y real.

12. Resultados

Para los resultados, mostramos el tamaño, la iteración, m (número de turnos), tiempo (horas trabajadas), distancia (km), tiempo de procesamiento, nodos *búsqueda*, y convergencia (iteraciones requeridas para converger a una respuesta). Se dividieron en cuatro tablas, a base de los números de polígonos a visitar y plantar. Un grupo pequeño de 15 nodos, uno mediano de 20, uno grande de 25, y finalmente uno con todos los 31 nodos. Cabe mencionar, los polígonos para los grupos incompletos fueron seleccionados de forma aleatoria. Así mismo, en cada grupo se hicieron 5 repeticiones.

Es crucial resaltar, los nodos *búsqueda* se refieren a cómo es la búsqueda de la respuesta que optimiza las ecuaciones. Es decir, es diferente a la cantidad de nodos que evalúa el grupo, ya que estos nodos hacen referencia a la cantidad de iteraciones de *simplex* adicionales requeridas. Por lo que sí se ve un 0 en esta columna, es indicación de que no fue necesario crear nodos de búsqueda adicionales, debido a que llega a la respuesta óptima desde la primera generación. Por otro lado, en estas tablas, la calidad de la solución se mide principalmente con el tiempo de horas trabajadas, pues es lo que se buscó minimizar a través de la optimización.

Grupo Pequeño 15 nodos						
Iteración	m	Tiempo (horas)	Distancia (km)	Tiempo de procesamiento (segundos)	Nodos <i>búsqueda</i>	Convergencia
1	1	8.1536	6.82	0.253	0	111

1	2	8.703	7.03	0.215	0	139
1	3	9.24	7.4	0.216	0	88
2	1	8.201	7.01	0.219	0	130
2	2	8.755	7.55	0.168	0	121
2	3	9.339	8.39	0.224	0	111
3	1	8.179	6.79	0.237	0	175
3	2	8.722	7.22	0.216	0	136
3	3	9.278	7.78	0.375	0	82
4	1	8.182	6.82	0.229	0	148
4	2	8.775	7.75	0.154	0	151
4	3	9.446	9.46	0.17	0	142
5	1	8.182	6.82	0.161	0	137
5	2	8.708	7.08	0.165	0	155
5	3	9.248	7.48	0.15	0	150

En esta tabla, se pueden apreciar los diferentes resultados dentro del grupo. Considerando todos estos resultados, se puede obtener los promedios de las distintas categorías. El tiempo recorrido promedio en este grupo, fue de 8.74 horas. El promedio de $m = 1$ es de 8.18 horas, mientras que el promedio de $m = 2$ es de 8.73 horas, y por último, para $m = 3$ el promedio es de 9.31 horas. Por lo que se puede observar, que el mejor promedio pertenece a $m = 1$. Esto indica que cuando hay 15 polígonos a plantear, 1 solo turno es la manera óptima de minimizar tiempos de entrega de plantas. Esto también es observable a través de las distancias. El promedio de distancia general, para el grupo pequeño de 15 nodos, es de 7.43 km. Para $m = 1$, el promedio es de 6.85 km, para $m = 2$ es de 7.33 km , y para $m = 3$ es de 8.1 km. Nuevamente se observa que al tener que plantar en 15 nodos, 1 turno es la manera óptima de hacer el recorrido para la entrega de plantas. Para el tiempo de procesamiento, se tiene un promedio de 0.21 segundos. En nodos búsqueda se puede ver que la cantidad de iteraciones de *simplex* adicionales requeridas fue 0, indicando que no fue necesario crear más nodos de búsqueda después de la primera generación. Por último, la convergencia promedio es de 131.73 iteraciones.

Grupo Mediano 20 Nodos						
Iteración	m	Tiempo (horas)	Distancia (km)	Tiempo de procesamiento (segundos)	Nodos búsquedas	Convergencia
1	1	10.746	7.46	0.288	0	216
1	2	11.273	7.73	0.24	0	160
1	3	11.795	7.95	0.196	0	149
2	1	10.735	7.35	0.165	0	164
2	2	11.277	7.77	0.313	8	218
2	3	11.801	8.01	0.207	0	153
3	1	10.716	7.16	0.322	0	229
3	2	11.238	7.38	0.255	0	180
3	3	11.749	7.49	0.289	0	168
4	1	10.732	7.32	0.195	0	183
4	2	11.212	7.12	0.247	0	153
4	3	11.81	8.1	0.225	0	120
5	1	10.682	6.82	0.312	0	187
5	2	11.268	7.68	0.343	0	192
5	3	11.782	7.82	0.527	76	763

Para el segundo grupo, se puede analizar que el tiempo recorrido promedio en este grupo fue de 11.25 horas. El promedio de $m = 1$ es de 10.72 horas, el promedio de $m = 2$ es de 11.25 horas, y para $m = 3$ el promedio es de 11.79 horas. Evidentemente, el mejor promedio pertenece a $m = 1$. Esto muestra que cuando hay 20 polígonos a plantear, 1 solo turno es la manera óptima de minimizar tiempos de entrega de plantas. Por otro lado, lo mismo es observable con las distancias. El promedio de distancia general, para el grupo mediano de 20 nodos, es de 7.54 km. Para $m = 1$, el promedio es de 7.22 km, para $m = 2$ es de 7.54 km , y para $m = 3$ es de 7.87 km. Una vez más, 1 turno es la manera óptima de

hacer el recorrido para la entrega de plantas. Para el tiempo de procesamiento, se tiene un promedio de 0.27 segundos. En nodos búsqueda se puede ver que en todos los casos es 0, con excepción del último, que tiene 76. Esto se debe a la convergencia, que resultó ser mucho mayor del resto. Se puede comparar: la convergencia de la última fila es de 763, mientras que la convergencia promedio es de 215.67 iteraciones. Si no se considera la última fila, la convergencia promedio resulta en 176.57.

Grupo Grande 25 nodos						
Iteración	m	Tiempo (horas)	Distancia (km)	Tiempo de procesamiento (segundos)	Nodos <i>búsqueda</i>	Convergencia
1	1	13.38	8.8	0.938	1339	10442
1	2	13.892	8.92	1.296	892	7555
1	3	14.409	9.09	0.68	26	512
2	1	13.37	8.7	0.947	0	195
2	2	13.877	8.77	0.703	26	381
2	3	14.381	8.81	0.561	302	2027
3	1	13.345	8.45	1.302	559	5376
3	2	13.857	8.57	0.475	0	185
3	3	14.429	9.29	0.328	0	167
4	1	13.371	8.71	0.739	188	1877
4	2	13.902	9.02	1.148	0	211
4	3	14.386	8.86	0.476	20	488
5	1	13.361	8.61	0.967	1199	9462
5	2	13.913	9.13	1.594	1264	10439
5	3	14.473	9.73	0.462	28	462

Para el grupo grande, los promedios son los siguientes. El tiempo recorrido promedio fue de 13.89 horas. El promedio de $m = 1$ es de 13.37 horas, el promedio de $m = 2$ es de 13.89 horas, y para $m = 3$ el promedio es de 14.42 horas. Evidentemente, el mejor promedio pertenece a $m = 1$. Una vez más, 1 solo turno es la manera óptima de minimizar tiempos de entrega de plantas. Ya tendencia, lo mismo aplica a las distancias. El promedio de distancia general, para el grupo grande de 25 nodos, es de 8.9 km. Para $m = 1$, el promedio es de 8.66 km, para $m = 2$ es de 8.88 km , y para $m = 3$ es de 9.16 km. Se observa repetidamente que 1 turno es la manera óptima de hacer el recorrido para el entrega de plantas. Para el tiempo de procesamiento, se tiene un promedio de 0.84 segundos. En nodos búsqueda, ya empieza a ver más iteraciones. El promedio es de 389.53, pero cabe mencionar que el rango va de 0 a 1339. Esto sugiere una variabilidad significativa en la complejidad del problema que se está resolviendo. Por último, la convergencia promedio es de 3318.6, dónde se observa un rango masivo también, por las mismas razones.

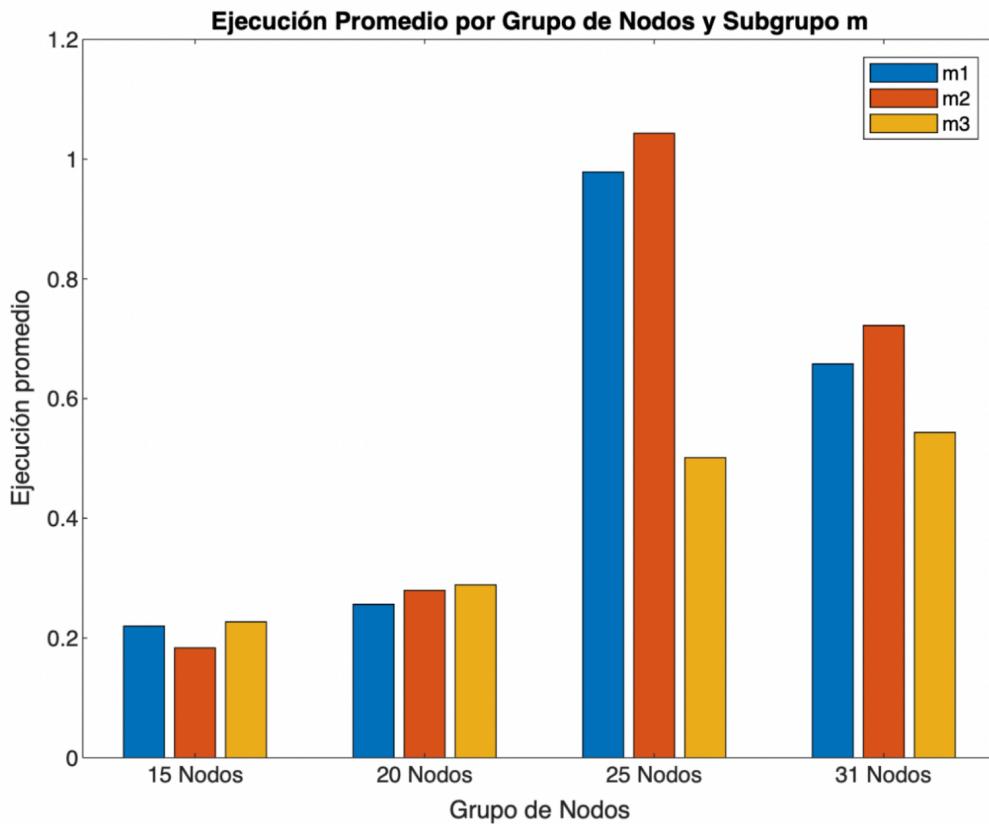
Grupo Completo 31 nodos						
Iteración	m	Tiempo (horas)	Distancia (km)	Tiempo de procesamiento (segundos)	Nodos <i>búsqueda</i>	Convergencia
1	1	16.392	8.92	0.777	183	2772
1	2	16.982	9.82	1.349	47	797
1	3	17.494	9.94	0.51	0	206
2	1	16.365	8.65	0.914	35	858
2	2	16.904	9.04	0.485	0	234
2	3	17.453	9.53	0.8	0	381
3	1	16.436	9.36	0.378	0	244
3	2	16.931	9.31	1.114	0	310
3	3	17.515	10.15	0.586	0	241
4	1	16.441	9.41	0.745	60	975
4	2	16.905	9.05	0.32	0	200
4	3	17.488	9.88	0.348	0	200

5	1	16.428	9.28	0.475	0	306
5	2	16.971	9.71	0.343	0	206
5	3	17.498	9.98	0.473	93	991

Por último, tenemos el grupo que considera todos los polígonos a plantar del mapa, es decir, los 31 nodos. El tiempo recorrido promedio fue de 16.95 horas. El promedio de $m = 1$ es de 16.41 horas, el promedio de $m = 2$ es de 16.94 horas, y para $m = 3$ el promedio es de 17.49 horas. Evidentemente, el mejor promedio pertenece a $m = 1$. Se repite lo ya observado. Por otro lado, la distancia general, para el grupo de 31 nodos, es de 9.47 km. Para $m = 9.12$, el promedio es de 8.66 km, para $m = 2$ es de 9.39 km , y para $m = 3$ es de 9.9 km. Una última vez, se observa que 1 turno es la manera óptima de conllevar el problema del agente viajero. En el tiempo de procesamiento, se tiene un promedio de 0.64 segundos. En nodos búqueda, el promedio es de 27.87, y el rango ya no es extremo. Por último, la convergencia promedio es de 594.73.

Ejecución Promedio por Grupos de Nodos y Sub-grupos

Para entender la muestra de los promedios de ejecución para los diferentes grupos de nodos (15, 20, 25, 31) se decidió realizar una gráfica en la que se muestra el promedio de tiempo de procesamiento de cada grupo ($m1, m2, m3$).



Tiempos de Ejecucion			
NODOS	$m=1$	$m=2$	$m=3$
15	0.2198	0.1836	0.2270
20	0.2564	0.2796	0.2888
25	0.9786	1.0432	0.5014
31	0.6578	0.7222	0.5434

En este análisis se observa una tendencia de cómo la complejidad y número de nodos influyen en el modelo óptimo. Comenzando con los tiempos más bajos, es decir el grupo de 15 nodos donde destaca m_2 con un promedio de 0.1836, seguido por m_1 y m_2 con tiempos de 0.2198 y 0.2270. Se ve que al aumentar el número de nodos a 20, los tiempos también aumentan. Para los nodos a 20, se ve a m_1 con un tiempo de 0.2564, m_2 aumentado a 0.2796 y m_3 subiendo a 0.2888. Al proceder con el análisis del grupo de nodos 25 se ve un incremento significativo en los tiempos, m_1 asciende a 0.9786,

$m2$ a 1.0432 y $m3$ a 0.5014. Finalmente, en el grupo de nodos más grande 31, $m3$ alcanza el valor más alto que es 0.5434, mientras $m1$ y $m2$ bajan a 0.6578 y 0.7222.

Comenzando a interpretar se vé que primero, en la gráfica se puede notar que en el grupo de 15 nodos las ejecuciones son relativamente bajas para todos los subgrupos, siendo $m3$ el mayor promedio. Analizando el grupo de 15 nodos, se da a entender que la baja ejecución en los subgrupos muestra resultados más eficientes por tiempo de resultados bajos, al igual se observa que en el subgrupo $m3$ se puede manejar de manera más eficiente problemas de menor escala para una evaluación o cálculo más detallado.

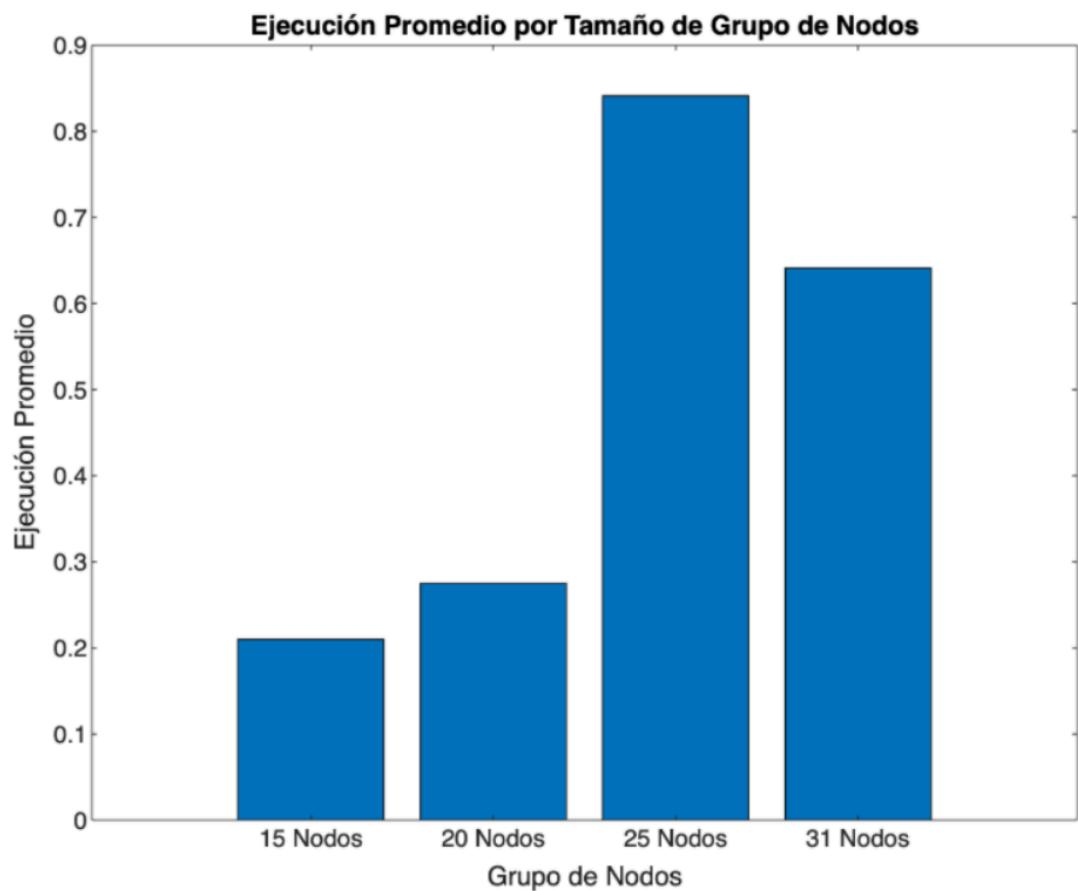
Luego, en el grupo de 20 nodos se puede notar una similaridad de los resultados del grupo de 15 nodos, pero con un leve incremento en los subgrupos. Este incremento podría significar mayor complejidad en el problema, es decir más tiempo.

A diferencia de los primeros dos, se puede notar que el grupo de 25 nodos muestra un aumento significativo. Al analizarlo se podría decir que quizás $m1$ incluye cálculos con más complejidad computacional, así haciendo las restricciones más difíciles de manejar.

Por último, se puede ver que en el grupo de 31 nodos solamente se destaca el subgrupo $m3$, con un incremento de 0.0416. Aunque, esto significaba que a medida que incrementa el tamaño el sistema podría contribuir a tiempos de ejecución más altos involucrando algoritmos más precisos pero menos eficientes hablando respecto al tiempo.

Ejecución Promedio por Tamaño de Grupo de Nodos

Para complementar el análisis de la gráfica de arriba, se decidió al igual presentar una visualización clara del comportamiento de los tiempos de ejecución a medida del aumento de nodos (15, 20, 25 y 31).



NODOS	Ejecución Promedio
15	0.2101
20	0.2749
25	0.8411
31	0.6411

Se pueden ver los resultados de la ejecución del promedio de cada uno de los nodos. Para los 15 nodos, se ve un promedio de 0.2101 segundos, para 20 nodos se puede ver un promedio de 0.2749 segundos, para 25 nodos se puede ver un incremento significativo, teniendo como resultado un total de 0.8411 segundos. Y por último, se ve que en los 31 nudos hubo un promedio de 0.64611 segundos.

En el grupo de 15 nodos, se puede notar que la ejecución de tiempo es la más baja, es decir que es menos compleja y mucho más sencilla de ejecutar permitiendo al algoritmo concluir rápidamente. A continuación, tenemos el resultado de 20 nodos, que da a entender que hubo un incremento moderado, lo cual significa una complicación ligera en el problema. En el análisis de 25 nodos, se puede apreciar un salto significativo que muestra dificultad en el procesamiento del modelo. Por último, se puede ver que al ser 31 nodos a pesar de aumentar, se ha optimizado la manera de manejar mayor cantidad con una aproximación más efectiva, es decir con mayor umbral de eficiencia.

13. Conclusiones

¿Qué grupo tuvo mejor rendimiento? Lógicamente, entre menos polígonos se tuvieron que plantar, mejores los resultados, porque menor la responsabilidad total de entrega. El grupo pequeño de 15 nodos tuvo el menor tiempo y la menor distancia promedio. Así sucesivamente, después el grupo 2, después el 3, y por último el 4.

Analizando los resultados, pudiera uno pensar que la mejor manera de hacer el ruteo de la entrega de plantas siempre es a través de $m = 1$, ya que en los cuatro grupos, da el menor tiempo promedio y la menor distancia. Sin embargo, esto sería erróneo, ya que se tiende a repartir entre un solo trabajador la jornada laboral en estos casos. Se puede observar que $m = 2$ frecuentemente, es levemente más alto que el valor para $m = 1$. No obstante, $m = 2$ son dos turnos, por lo que se ajustan mejor las horas. Siguiente, un ejemplo de esto en el grupo que nos interesa, el del mapa completo con los 31 nodos:

Grupo Completo 31 nodos (<i>Anexo de primeras 3 entradas</i>)						
Iteración	m	Tiempo (horas)	Distancia (km)	Tiempo de procesamiento (segundos)	Nodos búsquedas	Convergencia
1	1	16.392	8.92	0.777	183	2772
1	2	16.982	9.82	1.349	47	797
1	3	17.494	9.94	0.51	0	206

Se muestran los primeros 3 resultados de la tabla previamente reportada. Se puede ver que aunque el tiempo sea menor en $m = 1$, son un gran total de 16 + horas en un solo turno, por lo que no es viable para un solo trabajador. En la segunda entrada, el tiempo promedio es mayor, pero solo por una

diferencia de 0.59, o 35 minutos y medio. No obstante, la cantidad de turnos son dos, por lo que se puede repartir entre dos trabajadores, haciendo que cada uno conlleve 8.49 horas laborales. En la iteración de $m = 1$, se tendrían que pagar 8.392 horas de tiempo extra, mientras que en $m = 2$ solo tendrías que pagar 0.49 horas de tiempo extra a dos trabajadores, totalizando únicamente 0.98 horas de tiempo extra.

Por ello es importante analizar el contexto de los resultados, y considerar los parámetros. Posibles mejoras al modelo planteado y el algoritmo elaborado incluyen agregar un filtro que considere las horas extra en la optimización. No se hizo esto debido a que no se cuenta con la información del socio respecto al salario en dichas horas extra. No obstante, se puede concluir que para la mayoría de los casos, cuando el tiempo es igual o menor a 8.5 horas, un turno sería óptimo, pero cuando empieza a ver horas de más de tiempo extra laboral, es mejor recompensar dicha necesidad con dos turnos laborales, para así distribuir de mejor forma las horas de las rutas que toman tiempos mayores, entre 10-18 horas. Por lógica, de 18 horas para arriba, serían más beneficiosos 3 turnos laborales, y así consecuentemente con 4 turnos, 5, y así sucesivamente. Las posibilidades de exploración en solución de problemas de agentes viajeros son grandes, y siendo un campo profesional que requiere de tanto apoyo en estos tipos de problemas, se agradece la oportunidad de poder trabajar con un problema de reforestación en México, buscando hacer un cambio positivo a través de optimización con modelos matemáticos.

14. Anexo

Liga al descargable de nuestro modelo en GAMS y código en Python:

<https://drive.google.com/drive/folders/1q8oRxtgQujTd3SBmsJrsfI8FKopwxVoJ?usp=sharing>

15. Referencias

Applegate, D., Bixby, R., Chvátal, V., & Cook, W. (2006). The Traveling Salesman Problem: A Computational Study. Princeton University Press. Recuperado de
https://www.academia.edu/27193125/The_Traveling_Salesman_Problem_A_inclusive_study

Cotera, M. (29 de junio de 2020). Dynamic Ecological Information Management System. Recuperado de <https://deims.org/c45a1651-342b-4841-90ca-e326ecb7fa37>

Kucharska, E. (2019). Dynamic Vehicle Routing Problem—Predictive and Unexpected Customer Availability. *Symmetry*, 11(4), 546. Recuperado de <https://doi.org/10.3390/sym11040546>

García Marín, María Eulalia. (2016). La deforestación: una práctica que agota nuestra biodiversidad. Producción + Limpia, 11(2), 161-168. <https://doi.org/10.22507/pml.v11n2a13>

Montero, A. (2022). Modelos y algoritmos basados en programación lineal entera para problemas de ruteo de vehículos. https://bibliotecadigital.exactas.uba.ar/download/tesis/tesis_n7045_Montero.pdf

Prácticas de reforestación. (s. f.). Comisión Nacional Forestal. Recuperado de https://www.ccmss.org.mx/wp-content/uploads/Practicas_de_reforestacion_manual_basico.pdf

Quintanilla, A. B. (2015). Problemas de rutas de vehículos: modelos, aplicaciones logísticas y métodos de resolución (Trabajo de Grado). Universidad de Valladolid, Escuela de Ingenierías Industriales. Valladolid. Recuperado de <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/13287/TFG-I-236.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Comisión Nacional Forestal. (30 de diciembre de 2022). Se reduce en 26% la tasa anual de deforestación. Recuperado de <https://www.gob.mx/conafor/prensa/se-reduce-en-26-la-tasa-anual-de-deforestacion>

World Resources Institute. (29 de marzo de 2023). Afectan al 84% de México la deforestación y degradación ambiental, revela. Recuperado de <https://es.wri.org/noticias/boletin-de-prensa-afectan-al-84-de-mexico-la-deforestacion-y-degradacion-ambiental-revela>

Global Forest Watch. (2023). Dashboards: Mexico. Recuperado de <https://www.globalforestwatch.org/dashboards/country/MEX/>

La Tarde. (5 de abril de 2024). Pierde México 93% de su masa forestal. Recuperado de <https://www.latarde.com.mx/mipais/pierde-mexico-93-de-su-masa-forestal/933645>

Lifeder. (28 de octubre de 2020). Altiplanicie Mexicana. Recuperado de <https://www.lifeder.com/altiplanicie-mexicana/>

Cotera, M. (29 de junio de 2020). Dynamic Ecological Information Management System. Recuperado de <https://deims.org/c45a1651-342b-4841-90ca-e326ecb7fa37>

CSIC [CSIC]. (2020). Un algoritmo inspirado en los caminos descartados por las hormigas. SINC. <https://www.agenciasinc.es/Noticias/Un-algoritmo-inspirado-en-los-caminos-descartados-por-las-hormigas>

CentroAceros. (2020). Árboles por hectárea en Tresbolillo. Centro Aceros, Cable Vías, Aceros Calibrados. <https://www.centroaceros.com/2020/08/11/arboles-por-hectarea-en-tresbolillo/>

Kucharska, E. (2019). Dynamic Vehicle Routing Problem—Predictive and Unexpected Customer Availability. *Symmetry*, 11(4), 546. <https://doi.org/10.3390/sym11040546>

Montero, A. (2022). Modelos y algoritmos basados en programación lineal entera para problemas de ruteo de vehículos. https://bibliotecadigital.exactas.uba.ar/download/tesis/tesis_n7045_Montero.pdf

Prácticas de reforestación. (2010). Comisión Nacional Forestal. https://www.ccmss.org.mx/wp-content/uploads/Practicas_de_reforestacion_manual_basico.pdf

Nerger, M. (2021). ¿Cuál es la relación entre la deforestación y el cambio climático? Rainforest Alliance | Para Empresas. <https://www.rainforest-alliance.org/es/perspectivas/cual-es-la-relacion-entre-la-deforestacion-y-el-cambio-climatico/>

Qué hacer antes de reforestar. (2018). GOBIERNO DE MÉXICO. <https://www.gob.mx/semarnat/articulos/que-hacer-antes-de-reforestar>

Bosque y ciclo del agua. (17 de mayo de 2023). Naturefund.de. Recuperado el 10 de abril de 2024, de https://www.naturefund.de/es/informacion/forestacion/bosques_importancia_y_funcion/bosque_y_ciclo_del_agua

abr. (21 de abril de 2019). The Nature Conservancy. TNC México. Recuperado el 10 de abril de 2024, de <https://www.tncmx.org/>

Wang, H., Qi, X., Lou, S., Jing, J., He, H., & Liu, W. (2021). An Efficient and Robust Improved A* Algorithm for Path Planning. *Symmetry*, 13(11), 2213. <https://doi.org/10.3390/sym13112213>

Rosete-Vergés, Fernando A., Pérez-Damián, José Luis, Villalobos-Delgado, Mariano, Navarro-Salas, Elda N., Salinas-Chávez, Eduardo, & Remond-Noa, Ricardo. (2014). El avance de la deforestación en México 1976-2007. *Madera y bosques*, 20(1), 21-35. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-04712014000100003&lng=es&tlang=es.