



## **Optimización estocástica (Grupo 101)**

**Docentes:** Dr. Fernando Elizalde Ramírez  
Dr. Rafael Muñoz Sánchez

**Modelo de Optimización para la Reforestación en México:  
Distribución de Especies y Simulación de Supervivencia en  
polígonos forestales**

### **Integrantes:**

Valeria Isabel Sada Chapa - A00837046  
Pedro Soto Juárez - A00837560  
Leonardo De Regil Cárdenas - A00837118  
Diego Armando Mijares Ledezma - A01722421  
Alexei Carrillo Acosta - A01285424

8 de septiembre del 2024

# Índice general

<b>1. Introducción al problema</b>	<b>4</b>
1.1. Problema a resolver . . . . .	7
1.2. Justificación del problema . . . . .	7
1.3. Objetivo . . . . .	7
1.4. Trabajo Relacionado . . . . .	8
1.4.1. Problema de coloración de arcos y sus aplicaciones . . . . .	8
1.4.2. Investigación sobre el problema de coloración de aristas y sus aplicaciones. . . . .	8
1.4.3. Investigación sobre la Simulación de Montecarlo . . . . .	9
1.4.4. Investigación sobre cadenas de Markov . . . . .	10
<b>2. Definición del Problema</b>	<b>11</b>
2.1. Modelo Matemático . . . . .	11
2.1.1. Supuestos . . . . .	11
2.1.2. Parámetros . . . . .	11
2.1.3. Variables . . . . .	13
2.1.4. Restricciones . . . . .	13
2.1.5. Función Objetivo . . . . .	14
2.1.6. Definición de Conjuntos . . . . .	14
2.1.7. Gráficas . . . . .	14
2.2. Tamaño del problema . . . . .	17
2.2.1. Número de especies . . . . .	17
2.2.2. Número de plantas por especie . . . . .	17
2.2.3. Cantidad de plantas en una hectárea . . . . .	17
2.2.4. Número de variables consideradas . . . . .	17
2.2.5. Número de parámetros . . . . .	18
<b>3. Solución</b>	<b>19</b>
3.1. Explicación de código . . . . .	19
3.1.1. Diagrama . . . . .	21
3.2. Resultados . . . . .	22

3.2.1.	El valor esperado del total de plantas existentes en una hectárea . . . . .	22
3.2.2.	El valor esperado de plantas por especie existentes en una hectárea . . . . .	22
3.2.3.	El valor esperado de plantas por especie a suministrar por hectárea . . . . .	23
3.2.4.	El valor esperado de competencia existente en una hectárea .	24
3.2.5.	Probabilidad de transición entre plantas . . . . .	24
3.2.6.	Sugerencia sobre el orden en que se debe realizar la plantación	25
3.3.	Polígonos . . . . .	26
3.3.1.	Polígono antes de plantar . . . . .	27
3.3.2.	Polígono después de plantar . . . . .	28
3.4.	Características Computacionales . . . . .	29
<b>4.</b>	<b>Conclusión y recomendaciones</b>	<b>30</b>
<b>5.</b>	<b>Anexos</b>	<b>31</b>
	<b>Referencias</b>	<b>32</b>

# Capítulo 1

## Introducción al problema

La reforestación consiste en restaurar, regenerar, ampliar o mejorar áreas donde hay o hubo bosques. Los bosques son una fuente de combustible, alimento y forraje, que proporcionan medios de vida a millones de personas. “Forests are essential to keep global temperature rise to 2C. They are our best natural ally in reducing emissions while enhancing biodiversity and ecosystem benefits,” (UNEP, 2022). A su vez, los bosques contribuyen a mitigar el cambio climático, y a mejorar la calidad del agua, el aire y el suelo. (FAO, 2020).

Adicionalmente a los beneficios previamente mencionados, la reforestación es de gran ayuda y fundamental para la conservación de la biodiversidad. Al reforestar, se ayuda a recuperar hábitats naturales de múltiples especies de animales y plantas, lo que contribuye a la protección de especies en peligro de extinción. (Conservation International, 2021).

Existen varios tipos de reforestación, cada uno adaptado a diferentes situaciones, objetivos y enfoques en el manejo forestal.

**1. Natural :** Esta permite que un área se regenere sin intervención humana, permitiendo que los procesos naturales restauren el área natural. Este método solamente es efectivo en zonas donde todavía existen fuentes de semillas y las condiciones son favorables; es decir, buen clima, ecosistema saludable, y por lo general una falta de presencia humana pasada. Esta forma de reforestación es menos costosa, pero requiere más tiempo y de un ecosistema casi perfecto(Chazdon, 2008)

**2. Asistida:** Por otro lado, la intervención humana puede acelerar y mejorar el proceso de restauración en otras ocasiones. Desde la protección de árboles jóvenes y su plantación, hasta la eliminación de especies invasoras. Sin embargo, no se domina el proceso, se combina la reforestación natural con la siembra de árboles (Lamb, Erskine, y Parrotta, 2005).

**3. Por plantación :**Ahora sí, se utiliza plantación directa de árboles en áreas deforestadas. Se ve más comúnmente en plantaciones comerciales, proyectos de restauración, y programas de compensación de carbono. Proporciona beneficios rápidos en cobertura de espacios degradados, pero se necesita una planificación cuidadosa para no causar pérdida de biodiversidad o agotamiento de recursos hídricos (Carle y Holmgren, 2008).

**4. Agroforestería:** Este método combina la agricultura con la plantación de árboles. De esta forma, se contribuye a la reforestación, pero también mejora la producción agrícola. Esto aumenta la biodiversidad del área, y reduce su erosión. Es más común en áreas rurales, ya que al restaurar tierras degradadas, también mejora la calidad de vida de las comunidades rurales (Schoeneberger, Bentrup, Patel-Weynand, y Current, 2012)

**5. Sucesión Dirigida :**Esta es una técnica que manipula las etapas sucesionales, buscando acelerar la restauración del bosque. Se plantan especies que facilitan la llegada de otras especies de flora, regenerado el área natural a través de un hábitat más adecuado. Este método funciona en áreas naturales donde sus procesos naturales de regeneración son buenos y no requieren de asistencia directa humana, pero son muy lentos y el tiempo es crucial (Holl y Aide, 2011).

Los principales aspectos que abarca una reforestación son realizar un estudio de campo, engloba:

Estudiar el terreno y comprobar las condiciones del lugar: su suelo, profundidad, textura, fertilidad, clima (es fundamental que haya humedad), fauna, y flora o población que habita en ecosistema.

Una vez hecho el estudio es fundamental elegir especies repobladoras se tiende a escoger especies autóctonas o por otro lado especies importadas que crecen rápido el cual son compatibles con clima y suelo. El germoplasma forestal (parte de vegetación forestal, que origina un nuevo individuo mediante la reproducción sexual a través de semillas) debe ser de buena calidad y lo ideal es que el vivero no se encuentre más de 100 kilómetros, por último al momento del transporte debe evitarse el sol y las fuertes corrientes del viento.

Posteriormente se debe escoger un método de plantación donde se prepara el terreno, seleccionan herramientas apropiadas y se elige la técnica menos invasiva igualmente se considera la altura como cobertura de cada nueva planta de modo que no se perjudiquen. Al introducir el germoplasma forestal , la plantación no

termina ahí , persiste un plan de seguimiento.

Por último se fomenta la regla de proteger el bosque reforestado de posibles enfermedades, plagas, incendios, entre otros más. El mantenimiento como evaluaciones del bosque son fundamentales para consolidar la reforestación ([Iberdrola, 2021](#))

La reforestación es de las herramientas más efectivas en la lucha contra el calentamiento global. Organizaciones mundiales recurren a ella para tener un impacto positivo en el medio ambiente, con la esperanza de reducir efectos del cambio climático. Sin embargo, como menciona ([Einhorn, 2022](#)), una reforestación mal planificada puede tener consecuencias adversas para el medio ambiente, transformando una solución en un problema.

Uno de los principales problemas creados son los monocultivos ya que cuando se plantan una o pocas especies de árboles en una zona, se fomenta el monocultivo por lo que reduce la variedad de plantas y animales en una sola área

Con respecto a esto, otro problema fundamental es la falta de diversidad genética donde si se plantan poca variedad de árboles, se corre el riesgo de una baja diversidad genética. Esto hace que los árboles sean más susceptibles a enfermedades y cambios ambientales. ([Mejia y Neyra, 2020](#))

Otra amenaza es el introducir especies de árboles no nativas ya que existe el riesgo de que se conviertan en invasoras y desplacen a las especies autóctonas. Esto afecta negativamente la diversidad y el equilibrio del ecosistema.

Asimismo la reforestación mal planificada puede dañar el suelo. Si se plantan árboles en suelos inadecuados o se utilizan prácticas de tala y replantación inapropiadas, se puede erosionar el suelo y afectar su fertilidad, como también un factor de riesgo es el impacto de agua debido a que el plantar árboles cerca de fuentes de agua sin considerar su impacto puede afectar la calidad del agua. Las raíces de los árboles pueden alterar los flujos de agua y afectar los ecosistemas acuáticos. ([Fernandes, 2022](#))

Por último las plantas invasoras son especies no nativas que presentan un gran peligro debido a que al ser introducidas en un nuevo ecosistema, pueden propagarse rápidamente y causar daños significativos. Estas plantas compiten con las especies locales por recursos esenciales como espacio, luz, agua y nutrientes, lo que puede llevar a la disminución o extinción de las especies nativas. Además, las plantas invasoras pueden alterar los hábitats naturales, reducir la biodiversidad, propagar enfermedades, y hasta dañar infraestructuras ([Hill, J., 2022](#))

## **1.1. Problema a resolver**

Hoy en día, el cambio climático es una amenaza global, afectando directamente al medio ambiente y a la humanidad. Las emisiones de gases de efecto invernadero y la deforestación han intensificado el calentamiento global. Localmente en Monterrey, como en muchas otras partes del mundo, han habido sequías, inundaciones, y pérdidas de biodiversidad. México conoce de cerca el estar en un estado problemático, y enfrenta retos significativos en la conservación de sus ecosistemas.

La deforestación, en particular, requiere soluciones urgentes. La pérdida de área forestal ha tenido un impacto profundo en la biodiversidad y los servicios ecosistémicos que mantienen con vida las áreas verdes del país. Para mitigar estos efectos, se debe llevar a cabo una restauración ecológica. Sin embargo, este deber incluye desafíos de planificación adecuada, con tal de evitar problemas como la introducción de especies invasoras, la falta de supervivencia de las especies plantadas, y un manejo no óptimo de esfuerzos y recursos.

## **1.2. Justificación del problema**

Surge la necesidad de desarrollar un modelo matemático y computacional que asista la planificación eficiente de la reforestación en México. Se propone crear un algoritmo que permita al personal de la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR) optimizar la distribución de sus especies a plantar en cada polígono, así minimizando competencia entre ellas y maximizando su supervivencia. Además, se busca encontrar la cantidad óptima, es decir valor esperado, de plantas a adquirir por especie, considerando la existencia de vegetación previa a través de simulaciones basadas en datos históricos.

## **1.3. Objetivo**

Se resolverá el reto generado por la necesidad del socio formador. Se creará un algoritmo que permita planificar el orden en que se realizará la plantación de diversas especies en un polígono, así cumpliendo con la cantidad de unidades especificadas por especie. Así mismo, se busca encontrar la cantidad de unidades por especie a comprar, optimizando los recursos y la reforestación.

## 1.4. Trabajo Relacionado

### 1.4.1. Problema de coloración de arcos y sus aplicaciones

El problema de coloración de arcos circulares es un problema que abarca el encontrar el mínimo de coloración de un conjunto de arcos en un círculo de tal manera que si dos arcos se intersectan, entonces se les asigna diferentes colores para algunas clases de colores. Las redes ópticas de anillo son topologías comunes en telecomunicaciones usando Wavelength-Division-Multiplexing (WDM); se utiliza para explotar el ancho de banda de enlaces de fibra óptica que ayudan a propagar múltiples haces láser por un solo enlace de fibra óptica, utilizando diferentes longitudes de onda. Las aplicaciones comprenden videoconferencia, visualización científica, imágenes en tiempo real y supercomputación de alta velocidad. Reiterando, el problema radica en conectar pares de nodos en la red utilizando caminos específicos, asignando una longitud de onda a cada camino. El objetivo es que los caminos que comparten longitud de onda no utilicen el mismo enlace óptico.

En comunicación multicast usando WDM, todos los anillos ópticos son enrutados, lo cual tiene aplicaciones en red de computadora donde comprenden la educación a distancia, colaboración remota, teleconferencia o cualquier otra que dependa de comunicación multicast. Supongamos que tenemos un conjunto de solicitudes de comunicación multicast en un anillo óptico; cada solicitud tiene que tener una ruta para minimizar la carga del anillo, que es el número máximo de caminos que utiliza el mismo segmento en el anillo. Es fundamental minimizarlas, ya que al tener el número de longitudes necesarias para satisfacer las solicitudes, se mejora la eficiencia de la comunicación. (Gargano y Rescigno, 2000)

### 1.4.2. Investigación sobre el problema de coloración de aristas y sus aplicaciones.

La coloración de aristas es un problema fundamental en la teoría de grafos. Este se utiliza para resolver problemas en los que es necesario asignar recursos o tareas de manera que no se produzcan conflictos. Y consiste en asignar colores a las aristas de un grafo de manera que ninguna arista adyacente comparta el mismo color. El objetivo es utilizar la mínima cantidad de colores necesarios para lograr una coloración adecuada, lo que se conoce como índice cromático. (Nahid y Zuazua, 2021)

Uno de los resultados fundamentales en la teoría de coloración es el teorema de Vizing. Este teorema establece que, para cualquier grafo  $G$ , el índice cromático está entre  $(G)$  y  $(G)+1$ , donde  $(G)$  es el grado máximo de cualquier vértice en el grafo (Martínez, 2022). En pocas palabras, el teorema de Vizing nos ayuda a



determinar el índice cromático, dando el número mínimo de colores necesarios para una coloración propia de las aristas del grafo.

Otro concepto relacionado con la coloración de aristas es el Teorema de Ramsey. Este teorema explica que si se tiene un grafo con un número suficiente de vértices con sus vértices coloreadas con un número limitado de colores, inevitablemente encontrarás una subestructura completamente conectada por aristas de un solo color ([Arias, 2023](#)).

Las aplicaciones que se le dan a la coloración de aristas son enfocadas a problemas de asignación. Algunos ejemplos son:

- Asignación de frecuencias en redes inalámbricas
- Tareas en sistemas distribuidos
- Diseño de circuitos electrónicos
- Programación de horarios

### 1.4.3. Investigación sobre la Simulación de Montecarlo

La Simulación de Montecarlo, nombrada tras el icónico Las Vegas de Mónaco dado a las características que la simulación comparte con el juego de roulette, es un sistema de predicción compleja. Hoy en día, este proceso es utilizado en diversos escenarios todos cuales comparten una característica: variables aleatorias que causan incertidumbre y riesgo, sus aplicaciones comprenden:

El análisis de finanzas a largo plazo en el mercado de valores, juegos de apuestas, decisiones de negocios, etc. Sin la simulación de Montecarlo no se pudiera calcular de una manera tan ágil los resultados dado a los variables aleatorios dentro del problema. El modelo utiliza random sampling para generar situaciones diversas dentro de las simulaciones/corridas. El valor promedio de las simulaciones es tomado como el resultado ([AWS, 2022](#)).

Entre más simulaciones, más preciso es la predicción del modelo. En nuestro caso, dado a que tenemos una gran cantidad de variables presentes, estas siendo las diferentes plantas y la cantidad de cada una, es recomendable correr por lo menos 20,000 simulaciones para que los resultados reales esten dentro de una distribución estándar de los predecidos ([Quinlan, 2015](#))

Dado a que la simulación depende en los input values, si se comete un error con los datos de entrada o los datos son de baja calidad, las predicciones pueden ser incorrectas. Además, se requiere mucho tiempo, dinero y fuerza computacional para realizar una simulación de MonteCarlo, inclusive hasta horas o días dependiendo de la cantidad de simulaciones.

#### 1.4.4. Investigación sobre cadenas de Markov

Una cadena de Markov es un modelo matemático que describe un proceso estocástico en el que la probabilidad de transición a un estado futuro depende solamente del estado actual, y no de los estados anteriores. Como el nombre sugiere, se basa en la propiedad de Markov, o en palabras más descriptivas, la propiedad de “memoria sin memoria” (Norris, 1997). Estas cadenas se representan mediante una secuencia de estados y una matriz de transición que define la probabilidad entre los estados. Las cadenas de Markov se pueden clasificar en dos tipos: De tiempo discreto: Las transiciones entre estados ocurren en intervalos de tiempo discretos. De tiempo continuo: Las transiciones pueden ocurrir en cualquier momento. Se modelan mediante tasas de transición continuas (Jansen y Heskes, 2005).

Existen aplicaciones diversas en muchas áreas, algunos ejemplos de estas son:

1. Modelización de Sistemas Estocásticos: Modelar sistemas donde los eventos suceden de manera estocástica. Por ejemplo, se aplican en la teoría de filas de clientes en sistemas de atención, con el fin de describir la llegada y el servicio (Bain y Engelhardt, 2001)
2. Procesos de Decisión y Optimización: Optimizar políticas en escenarios donde las decisiones futuras sólo dependen del estado actual (Puterman, 2014)
3. Análisis de Datos y Machine Learning: Modelos de series temporales y en algoritmos como los modelos ocultos de Markov (HMM). Estos modelos sirven para la predicción de secuencias y clasificación (Murphy, 2012)
4. Finanzas y Econometría: Se modela el comportamiento de precios de activos, tasas de interés y otros factores económicos. También se busca predecir movimientos del mercado y gestionar riesgos (Mikosch, 2009)
5. Biología y Genética: Se modelan procesos evolutivos y de mutación. Algunos ejemplos incluyen la modelización de poblaciones y ecologías (Durrett, 2010)

La distribución de probabilidad es esa que permite establecer en rango de resultados probables de ocurrir en un experimento, o en este caso una simulación. Es decir, una distribución de probabilidad aloja la probabilidad de que se realice un evento en un tiempo futuro (ESAN, 2016). En otras palabras, la distribución de probabilidad está definida sobre el conjunto de todos los sucesos posibles, donde cada uno de estos sucesos es el rango de valores de una variable aleatoria.

# Capítulo 2

## Definición del Problema

### 2.1. Modelo Matemático

Identificación de las variables y posibles parámetros a tomar en cuenta para la solución del problema.

#### 2.1.1. Supuestos

1. Las especies seleccionadas tienen una distribución inicial probabilística y una distribución objetivo,
2. Las especies compiten entre sí, y esta competencia es representada por una matriz de competencia sujeta a cambios.
3. El polígono que se está trabajando tiene un tamaño de  $47 \times 14$  celdas.
4. El objetivo que se busca es minimizar la competencia entre especies mientras se cumpla con la distribución objetivo de especies en el terreno.
5. Se considera que el terreno es homogéneo en términos de nutrientes, agua y otras condiciones ambientales.

#### 2.1.2. Parámetros

- $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ : Conjunto de especies en el modelo (cada especie tiene un número del 1 al 10).
- $G \in R^{47 \times 14}$ : Matriz del polígono, donde  $G[r, c]$  representa la especie plantada en la posición  $(r, c)$ , o 0 si está vacía.
- $c_i$ : Cantidad de plantas de la especie  $i$  en hectárea simulada inicial.

- $p_i$ : Probabilidad de plantar la especie  $i$  en una celda durante la etapa inicial.
- $d_i$ : Número objetivo de plantas de la especie  $i$  en el polígono.
- $C \in R^{10 \times 10}$ : Matriz de competencia entre especies, donde  $C[i, j]$  es la competencia entre las especies  $i$  y  $j$ .
- $N(r, c)$ : Conjunto de vecinos de la celda  $(r, c)$  (norte, sur, este, oeste), según su posición en el polígono.
- Iteraciones = 1000: Número de iteraciones del modelo para calcular los promedios y suavizar la variabilidad estocástica.

	<b>AL</b>	<b>AS</b>	<b>ASC</b>	<b>AST</b>	<b>OC</b>	<b>OE</b>	<b>OR</b>	<b>OS</b>	<b>PL</b>	<b>YF</b>
<b>AL</b>	0.65	0.4	0.5	0.6	0.2	0.3	0.3	0.3	0.1	0.4
<b>AS</b>	0.4	0.65	0.5	0.6	0.2	0.3	0.3	0.3	0.1	0.5
<b>ASC</b>	0.5	0.5	0.3	0.6	0.3	0.3	0.4	0.4	0.1	0.5
<b>AST</b>	0.6	0.6	0.6	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.2	0.6
<b>OC</b>	0.2	0.2	0.3	0.3	0.1	0.5	0.5	0.5	0.3	0.3
<b>OE</b>	0.3	0.3	0.3	0.4	0.5	0.1	0.6	0.6	0.3	0.3
<b>OR</b>	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.3	0.6	0.3	0.3
<b>OS</b>	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.6	0.1	0.3	0.3
<b>PL</b>	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.65	0.2
<b>YF</b>	0.4	0.5	0.5	0.6	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.3

Cuadro 2.1: Nivel de Competencia

<b>Especie</b>	<b>Probabilidad</b>
Agave lechuguilla	0.009732368
Agave salmiana	0.046575495
Agave scabra	0.010014725
Agave striata	0.009461784
Opuntia cantabrigiensis	0.012244802
Opuntia engelmannii	0.009956236
Opuntia robusta	0.018060235
Opuntia streptacantha	0.015011395
Prosopis laevigata	0.02020418
Yucca filifera	0.006457316

Cuadro 2.2: Probabilidades de estar en el polígono inicial de cada especie.

Especie	Cantidad Objetivo
Agave lechuguilla	42
Agave salmiana	196
Agave scabra	42
Agave striata	42
Opuntia cantabrigiensis	49
Opuntia engelmannii	38
Opuntia robusta	73
Opuntia streptacantha	64
Prosopis laevigata	86
Yucca filifera	26

Cuadro 2.3: Distribución objetivo de especies.

### 2.1.3. Variables

- $x_i$ : Cantidad de plantas de la especie ( $i$ )
- $G[r, c]$ : Especie plantada en la celda  $(r, c)$ , donde:
  - $G[r, c] = 0$  si la celda está vacía.
  - $G[r, c] = s$  si la especie  $s \in S$  está plantada en la celda.
- $Comp(r, c, s)$ : Competencia para la especie  $s$  en la celda  $(r, c)$ , calculada en función de sus vecinos. Donde  $Comp(r, c, s)$  es la suma de los terminos de la matriz de competencia entre la especie y sus vecinos adyacentes.
- $Total\ Comp$ : Competencia total en el polígono, suma de las competencias de todas las celdas plantadas.

### 2.1.4. Restricciones

**Disponibilidad de espacio:** Cada celda  $G[r, c]$  solo puede ser ocupada por una especie o estar vacía.

$$G[r, c] \in \{0, 1, 2, \dots, 10\} \quad \text{para todas las celdas } (r, c)$$

**Distribución de especies:** La cantidad de plantas de cada especie  $s$  debe dar a la distribución objetivo  $d_s$ .

$$\sum_{r=1}^{47} \sum_{c=1}^{14} (G[r, c] = s) \leq d_i, \quad \forall i \in S$$

Donde es una función indicadora que cuenta el número de celdas ocupadas por la especie  $s$ .

Donde  $\text{Comp}(r, c, s)$  es la suma de los términos de la matriz de competencia entre la especie  $s$  y sus vecinos adyacentes. Sujeto a:  $c_i = d_i, \quad \forall i \in S$

**Vecindad:** Cada celda solo interactúa con sus vecinos directos (norte, sur, este, oeste), lo que significa que solo las celdas adyacentes influyen en el cálculo de la competencia.

### 2.1.5. Función Objetivo

El objetivo del modelo es minimizar la competencia total en el polígono mientras se cumple con la distribución deseada de especies. La competencia total se define como la suma de las competencias entre todas las especies plantadas y sus vecinos:

$$\min \text{Total Comp} = \sum_{r=1}^{47} \sum_{c=1}^{14} \sum_{(r', c') \in N(r, c)} C[G[r, c], G[r', c']]$$

Aquí  $C[G[r, c], G[r', c']]$  representa la competencia entre plantas, la planta ubicada en  $G[r, c]$  y sus vecinos representados por  $G[r', c']$ . Sujeto a las restricciones anteriores.

### 2.1.6. Definición de Conjuntos

Definimos nuestro grafo  $G$  que se compone de  $m$  vértices y  $n$  aristas.

$G = (V, A)$ , donde  $V$  es el conjunto de vértices y  $A$  es el conjunto de aristas:

$$V = \{1, 2, 3, \dots, m\}$$

$$A(i, j), \text{ donde } (i, j) \in V$$

De tal forma que cada vértice representa a una de nuestras plantas, y cada arista es la competencia entre estos vértices.

### 2.1.7. Gráficas

La Figura 2.1 muestra la grafica de calor de la competencia entre especies. Los colores varían de azul oscuro a rojo oscuro, indicando diferentes niveles de interacción.

Los **valores rojo oscuro** indican que las especies tienden a competir o inhibirse mutuamente. Los **valores azul oscuro** indican que las especies tienden a coexistir o beneficiarse mutuamente. Los resultados muestran que hay interacciones significativas entre varias especies. Por ejemplo, la interacción entre *Agave lechuguilla* y

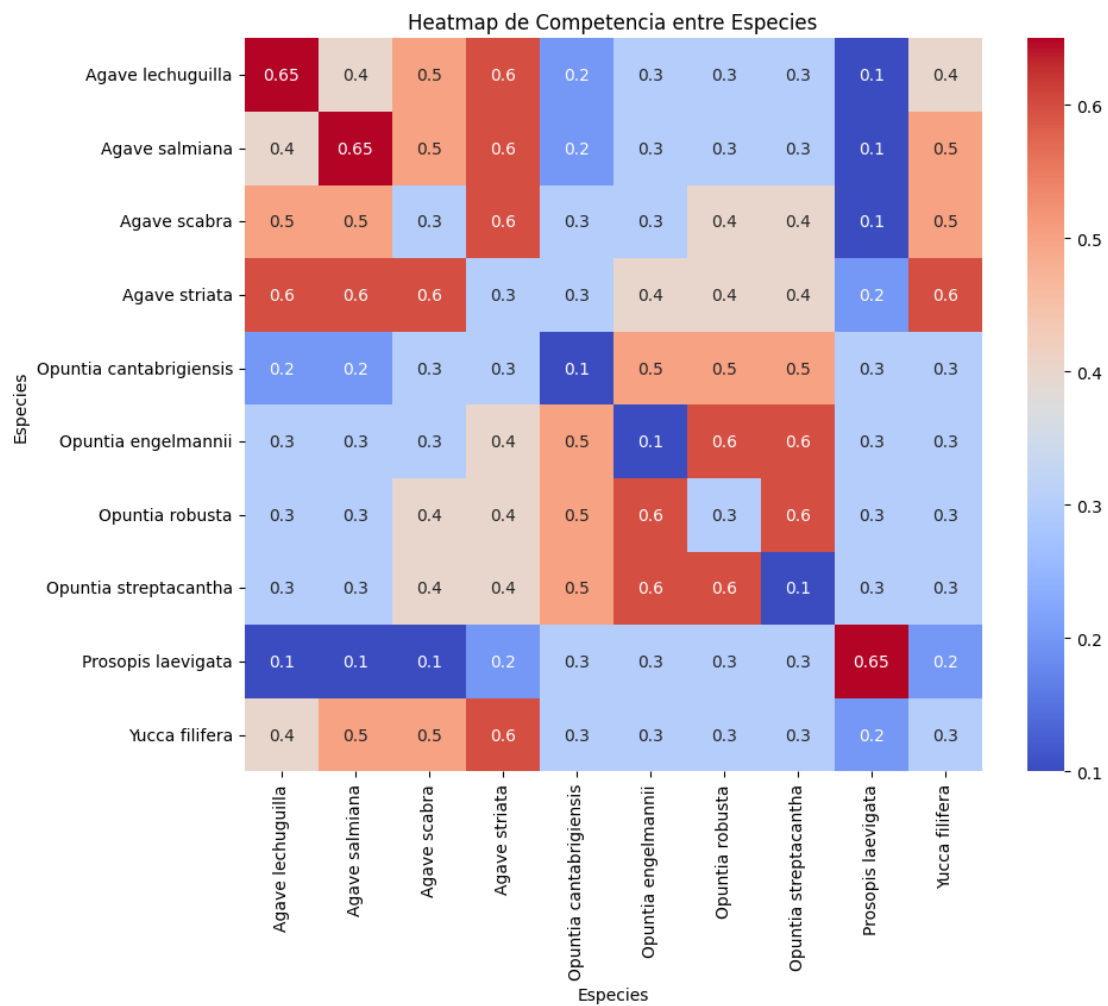


Figura 2.1: Grafica de Calor de Competencia entre Especies

*Opuntia robusta* es Azul claro, lo que sugiere que estas especies tienden a coexistir en el mismo hábitat teniendo una minima competencia por los mismos recursos.

Por otro lado la figura 2.2 muestra el grafico de barras horizontal de la distribucion de probabilidad del numero de plantas por hectareas. Los valores en el eje vertical varian de 0 a 200 en incremento de 25

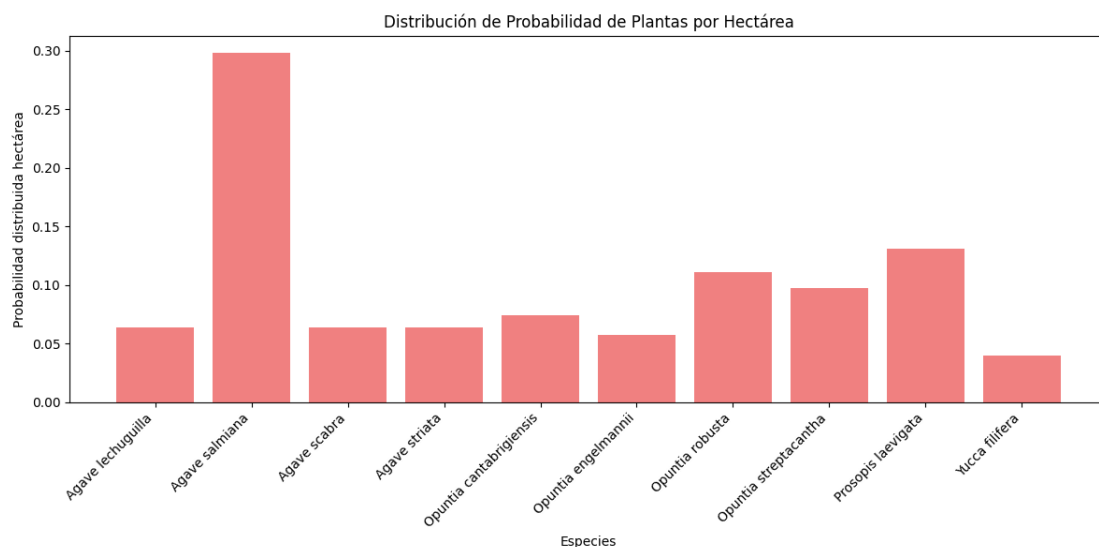


Figura 2.2: Distribución de probabilidad de ocurrencia entre especie

La Figura 2.3 muestra el grafico de barras horizontal de la distribucion de probabilidad de ocurrencia por especie. Los valores en el eje vertical varian de 0 a 0.04 en incrementos de 0.01. Esta es calculada diviendiendo el número de apariciones de la especie entre la relación del polígono(dimensión del polígono por total de plantas necesarias), se promedia entre los 30 polígonos de 1 especie.

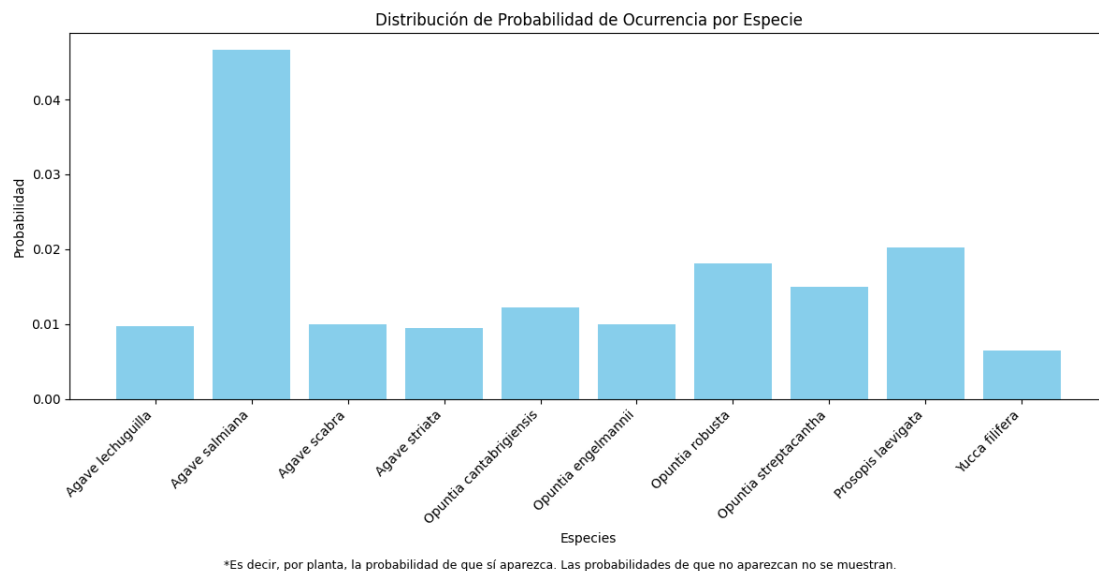


Figura 2.3: Distribución de probabilidad de plantas entre hectárea



En la Figura 2.3 tienen un comportamiento muy similar, ya que los resultados muestran que *Aphrastasia salmiana* tiene la mayor probabilidad de ocurrencia entre las especies mostradas. Esto podría deberse a factores ambientales favorables o a una mayor adaptabilidad de la especie.

## 2.2. Tamaño del problema

### 2.2.1. Número de especies

El numero de especies consideradas en el modelo es 10, como se define en el conjunto  $S = \{1, 2, \dots, 10\}$  Cada especie tiene un numero unico asignado del 1 al 10.

### 2.2.2. Número de plantas por especie

El numero de plantas por especie esta representado por el parametro  $c_i$ , que indica la cantidad de plantas de la especie  $i$  en la hectarea simulada inicialmente. Tambien se define el parametro  $d_i$ , que es el numero objetivo de plantas de la especie  $i$  en el poligono. El numero objetivo de plantas por especie se puede observar con mas detalle en el Cuadro 2.3, en la sección 2.1.2. de Parámetros, teniendo un objetivo total de 658 plantas.

### 2.2.3. Cantidad de plantas en una hectárea

El polígono con el que se trabaja tiene un tamaño de 47x14 celdas, lo que equivale a 658 celdas en total. Cada celda puede estar ocupada por una planta o estar vacia, lo que indica que la cantidad maxima de plantas en el poligono es de 658 plantas, si todas las celdas estan llenas.

### 2.2.4. Número de variables consideradas

Las principales variables del modelo son  $x_i$  con un total de 10 variables posibles ya que representa a cada especie.  $G[r, c]$  que genera 658 variables, haciendo referencia a cada celda del poligono.  $Comp(r, c, s)$  con una cantidad de 658 variables con un total de 2510 variantes que entran en sus combinaciones dependiendo de la ubicacion de la especie. Es decir, las plantas rodeadas por más plantas tienen 4 vecinos con los que compiten, por ende tienen 4 variables de competencia a ponderar. Mientras que las plantas de las fronteras del polígono tienen 3, y las de las esquinas de la hectárea 2. Esto suma a 2510 vecinos en total al sumar los vecinos

de todas las plantas. Por último *TotalComp*, con 658 posibles variables para el total de competencia, ya que es la suma de competencia por planta en la hectárea.

### **2.2.5. Número de parámetros**

Los principales parámetros del modelo son los siguientes:  $S$ ,  $G$ ,  $c_i$ ,  $p_i$ ,  $d_i$ ,  $C$ ,  $N(r, c)$  y el número de iteraciones que en este caso son 1,000 iteraciones. Teniendo un total de 8 parámetros importantes en el modelo.

# Capítulo 3

## Solución

### 3.1. Explicación de código

Después de instalar la librería de NumPy ([Developers, 2024](#)), se definieron los tipos de plantas bajo especies, asignándoles un número del 1-10 para simplificar su identificación en etapas posteriores.

A continuación, utilizando las tablas proporcionadas por el socio formador, se extrajeron varios datos clave. En primer lugar, se obtuvo la distribución de las especies (*distribución\_especies*) que indica la cantidad necesaria de cada tipo de planta por hectárea, información extraída directamente de la Tabla 1 en el Excel. Luego se determinó la probabilidad de que una especie sea plantada (*probabilidad\_especie*) basándose en la tabla 2. Esto se realizó tomando la cantidad de plantas que debe de haber por polígono (o la relación hectárea) y tomando en cuenta el valor idóneo de plantas por hectárea (658) junto con el tamaño del polígono. Luego se dividió el número ya existente de un tipo planta en un polígono y se dividió el valor de relación hectárea correspondiente, se repite esto para los 10 tipos de plantas de cada polígono. Teniendo estos nuevos valores, se encontró el promedio de cada planta por fila. La suma de los promedios de todas las plantas, representa la probabilidad de que se plante una especie ya existente. Ambos datos, *distribución\_especies* y *probabilidad\_especie* toman en cuenta las 10 plantas, proporcionando 10 valores.

Posteriormente, se generó una matriz de competencia: una matriz 10 x 10 representando la competencia entre especies. Esta matriz se generó con la ayuda de inteligencia artificial y consultas en línea. Cabe destacar que incluso una planta compite consigo misma. Esto se debe a que, aunque dos plantas sean de la misma especie, compiten por los mismos recursos.

Para poder generar un polígono representante de los datos iniciales, se creó una matriz llamada *poligono* 47 x 14, una matriz que puede contener exactamente 658 plantas, el número de plantas por hectárea según los datos proporcionados por el socio formador.

Con la función *genera\_plantas\_poligono*, se simula una hectárea con las plantas ya existentes antes de la plantación. Inicialmente se le toma hacer una copia al polígono y se le nombra *poligono\_antes\_de\_plantar*, esto evita modificar el input directamente. Teniendo esto, se crea un array de probabilidades acumulativas para cada especie. Esto se hace utilizando *probabilidades\_especies*, un array de la suma cumlutativa de probabilidades, útil para determinar que especie plantar en un sorteo. Luego se eligen aleatoriamente posiciones en el polígono con las plantas ya existentes. Finalmente se guardaba la ubicación (fila, columna) de la planta y se regresaba el *poligono\_antes\_de\_plantar* completo.

La siguiente función, *calcular\_vecinos*, se utilizó para calcular y regresar los vecinos de un dicho lugar en la *matriz poligono\_con\_plantas*. Esta matriz representa un polígono con plantas de diferentes especies plantadas e identifica los vecinos hacia el este, norte, oeste y sur de una celda. Esta función toma en cuenta las plantas en las esquinas, y últimas filas/columnas que no tienen vecinos a un lado, e incluso a veces dos.

En la función *planta\_segunda\_etapa*, finalmente se planta en los espacio vacíos minimizando la competencia. En esta matriz, los 0 representan espacios vacíos, y los números 1-10 representan las diferentes especies de plantas definidas al principio del código. Se establece un conteo, el cual mantiene la cuenta de la cantidad de plantas de cada especie que han sido plantadas. La función itera sobre cada espacio vacío, determinando cual es la mejor especie a plantar iterando nuevamente sobre cada planta 1-10. Al hacer esto llama a *distribucion\_especies*, checando si aún se requiere plantar de ese tipo de planta para llegar al número requerido de dicha especie. Luego, con *calcula\_vecinos*, obtiene una lista de los vecinos de la planta, con los cuales puede calcular la competencia usando *matriz\_competencia\_especies*. Tomando en cuenta que se inicia con una competencia alta (inf), si la competencia nueva es menor a la competencia anterior, se planta la especie. El conteo de la especie plantada es actualizado antes de repetir el proceso para el siguiente espacio en la matriz.

Para poder calcular la competencia total entre vecinos después de la plantación, se crea la función *calcula\_competencia\_total*. Para cada posición de la matriz *plantar\_segunda\_etapa* donde no se encuentra un cero, se llaman sus vecinos *cal-*

*cula\_vecinos*. Después, se elabora una suma de la competencia total para cada posición utilizando *matriz\_competencia\_especies*. Se repite este proceso para todas las posiciones de la matriz, sumando la competencia de cada posición.

Después, se elabora una suma de la competencia total para cada posición utilizando *matriz\_competencia\_especies*. Este proceso se repite para todas las posiciones de la matriz, sumando la competencia de cada posición.

Finalmente, se repite el proceso por 1000 iteraciones. Se genera el *poligono\_inicial* utilizando *probabilidad\_especies* y el polígono inicial vacío. Luego se crea el *poligono\_final* utilizando la función *plantar\_segunda\_etapa*.

Se crea un conteo, *conteo\_inicial\_especies*, para contar el número de plantas presentes de cada especie en el *poligono\_inicial*. El valor acumulado de plantas por iteración se suma en *total\_plantas\_inicial*.

Se hace el mismo conteo para el *poligono\_final*, llamando a los conteos respectivos *conteo\_final\_especies* y *conteo\_final\_por\_planta* para la cantidad de plantas por iteración. Después, se obtiene la diferencia de plantas pre y post plantación. Se calcula la diferencia en el número de plantas de cada especie antes y después de la segunda etapa de plantación. Luego, se calcula la competencia total entre las plantas utilizando una función que toma como entrada el polígono final y la matriz de competencia entre especies. El valor de la competencia total es acumulado en la variable *competencia\_promedio* a lo largo de las iteraciones, de forma que al finalizar todas las iteraciones se pueda calcular un promedio de la competencia total. Finalmente, para la matriz de transición, primero, normaliza la matriz de competencia dividiendo cada elemento por la suma de su fila, lo que convierte los valores en proporciones relativas. Luego, multiplica estas probabilidades por un vector que contiene la probabilidad de plantación de cada especie. Esto resulta en una matriz de transición provisional que se normaliza nuevamente dividiendo cada elemento por la suma de su fila para asegurar que cada fila sume 1, obteniendo así las probabilidades finales de transición.

### 3.1.1. Diagrama

La Figura 3.1 representa como un diagrama de flujo de nuestro código ya que abarca la toma de decisiones sobre dónde y qué plantar por medio disponibilidad del espacio y la interacción entre las plantas vecinas.

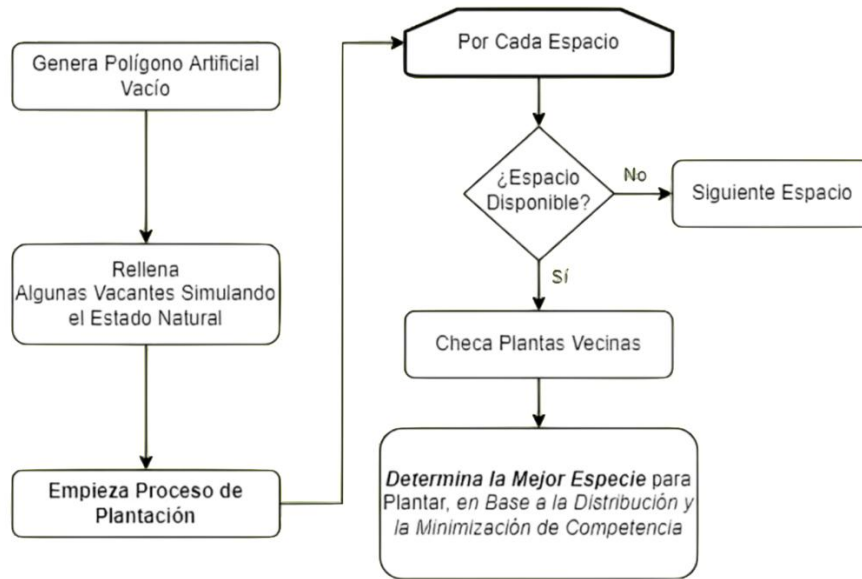


Figura 3.1: Diagrama de explicación de código

## 3.2. Resultados

Dado que el objetivo es optimizar la distribución de diferentes especies de plantas en el área, asegurando se cumpla con la distribución deseada del socio, se presentan los resultados ponderados después de 1000 iteraciones. A continuación, se presentará: el valor esperado del total de plantas existentes en una hectárea, el valor esperado de plantas por especie existentes en una hectárea, el valor esperado de plantas por especie a suministrar por hectárea, el valor esperado de competencia existente en una hectárea, la probabilidad de transición entre plantas, y una sugerencia sobre el orden en que se debe realizar la plantación, con un ejemplo.

### 3.2.1. El valor esperado del total de plantas existentes en una hectárea

104 plantas. Es decir, el socio puede esperar alrededor de esta cantidad de plantas por hectárea al llegar a un polígono a reforestar.

### 3.2.2. El valor esperado de plantas por especie existentes en una hectárea

- Agave lechuguilla: 6

- *Agave salmiana*: 31
- *Agave scabra*: 7
- *Agave striata*: 6
- *Opuntia cantabrigiensis*: 8
- *Opuntia engelmannii*: 7
- *Opuntia robusta*: 12
- *Opuntia streptacantha*: 10
- *Prosopis laevigata*: 13
- *Yucca filifera*: 4

Estos valores se consiguieron al ponderar las 1000 simulaciones, hechas con las probabilidades según el historial de plantas en polígonos presentado por el socio. Se puede observar que la especie con mayor presencia es el *Agave salmiana*, mientras que la especie con menor presencia es la *Yucca filifera*.

### **3.2.3. El valor esperado de plantas por especie a suministrar por hectárea**

- *Agave lechuguilla*: 36
- *Agave salmiana*: 165
- *Agave scabra*: 35
- *Agave striata*: 36
- *Opuntia cantabrigiensis*: 41
- *Opuntia engelmannii*: 31
- *Opuntia robusta*: 61
- *Opuntia streptacantha*: 54
- *Prosopis laevigata*: 73
- *Yucca filifera*: 22

Estos valores se logran conseguir de dos distintas maneras. Primero, ponderando el conteo por especie en la hectárea simulada después de plantar, así consiguiendo de manera efectiva cuánto planto el algoritmo por especie. Dentro de este mismo método, también se puede verificar la diferencia por especie entre la hectárea simulada antes y después de plantar. Por otro lado, la otra manera de conseguir estos valores, es simplemente tomar los valores de la distribución deseada por el socio, y restar los valores de la tabla de valor esperado de plantas por especie existentes en una hectárea. Independientemente del método, estos resultados sirven gran utilidad para el socioformador, ya que prestan una idea de cuanto por especie necesitan en promedio por hectárea al llegar a un polígono que ya tiene vegetación.

### 3.2.4. El valor esperado de competencia existente en una hectárea

28 %. Para conseguir este valor, se recorre cada celda con plantas en el polígono, después se calcula la competencia sumando los valores de la matriz de competencia entre la planta actual y sus vecinos. Se suma la competencia total acumulada para todas las celdas y posterior se divide la competencia total por el número de interacciones posibles. Este valor ponderado para 1000 iteraciones da 28 %.

### 3.2.5. Probabilidad de transición entre plantas

A continuación, se presenta la tabla que demuestra las probabilidades de transición entre especies.

	AL	AS	ASC	AST	OC	OE	OR	OS	PL	YF
AL	0.1733	0.1067	0.1333	0.1600	0.0533	0.0800	0.0800	0.0800	0.0267	0.1067
AS	0.1039	0.1688	0.1299	0.1558	0.0519	0.0779	0.0779	0.0779	0.0260	0.1299
ASC	0.1282	0.1282	0.0769	0.1538	0.0769	0.0769	0.1026	0.1026	0.0256	0.1282
AST	0.1364	0.1364	0.1364	0.0682	0.0682	0.0909	0.0909	0.0909	0.0455	0.1364
OC	0.0625	0.0625	0.0938	0.0938	0.0313	0.1563	0.1563	0.1563	0.0938	0.0938
OE	0.0811	0.0811	0.0811	0.1081	0.1351	0.0270	0.1622	0.1622	0.0811	0.0811
OR	0.0750	0.0750	0.1000	0.1000	0.1250	0.1500	0.0750	0.1500	0.0750	0.0750
OS	0.0789	0.0789	0.1053	0.1053	0.1316	0.1579	0.1579	0.0263	0.0789	0.0789
PL	0.0392	0.0392	0.0392	0.0784	0.1176	0.1176	0.1176	0.1176	0.2549	0.0784
YF	0.1081	0.1351	0.1351	0.1622	0.0811	0.0811	0.0811	0.0811	0.0541	0.0811

Cuadro 3.1: Probabilidades de transiciones



### 3.2.6. Sugerencia sobre el orden en que se debe realizar la plantación

El orden en el que abarca la plantación la simulación realizada, es aquella de ir recorriendo todas las columnas de cada fila.

Por ejemplo, en caso de que se planten semillas, se pueden cargar todas las semillas por especie en diferentes bolsas en un mismo recorrido, lo que enhabilita este orden de plantación. Esto debido a que el promedio ya existe es de 104 plantas por hectárea. Si se resta ese valor del total objetivo de 658 plantas del socio, significa que solo se deben cargar 554 semillas. Asumiendo que se llevan bolsas, y que las semillas tienden a no pesar mucho, parece lógico simplemente plantar todas en un recorrido. La persona encargada puede llevar las bolsas anexadas en su cintura, o algún tipo de contracción que le permita manejar 10 bolsas medias o chicas, dependiendo de la cantidad y tamaño de las semillas. Si hay más de una persona, se puede dividir el área en la cantidad de personas que hay.

No obstante, si se carga con plantas ya maduras que se busca replantar en el área del polígono, es imposible ir recorriendo celda por celda para plantarlas, al menos de que se cuente con un camión de transporte de plantas apto para el terreno y con suficiente espacio para 554 plantas.

Asumiendo que no se cuenta con este tipo de camión, si tenemos una planta de una especie específica en la esquina derecha superior y otra de la misma en la esquina izquierda inferior, siguiendo el orden de recorrer columna por columna para cada fila, no es un buen método para realizar la plantación.

Un mejor ejemplo, sería incorporar algún tipo de *clustering* por especies en la simulación de plantación de la hectárea, de tal forma que se puedan juntar lo más posible las plantas por especie mientras se minimiza la competencia y se cumple con el objetivo del socioformador. Esto, permitiendo que entren otras especies en el *cluster* de ser necesario, pues la idea es intensificar la presencia de especies por fragmentos, pero no hacer que una especie sea la única en aquel fragmento, ya que entre especies hay varias competencias altas. El ejemplo presentado permitiría cargar todas o la mayoría de las plantas de una sola especie a un fragmento del polígono, y entonces poder plantar la mayoría sin darles un recorrido por toda la hectárea. Para las plantas de una especie que por motivos no controlables no encajen en el *cluster* de las de su misma especie, ya sea por niveles de competencia muy altos o posiciones ya pre-existentes de vegetación, se puede designar un miembro del equipo de plantación para plantar estas con un recorrido de columnas por fila que omita los fragmentos ya cubiertos.

### 3.3. Polígonos

A continuación se presenta el estado del polígono antes y después de la plantación de nuevas plantas. Cabe mencionar que la hectárea simulada antes de plantar, cambia con cada iteración del código, y por ello, también el polígono después de plantar y los resultados. Por ello, el ejemplo anexado es de la última iteración, la 1000. Esto en principio no cambia nada de la simulación. No obstante, debido a que cada vez que se corre, la simulación sigue las mismas probabilidades, se cumple perfectamente con las mismas cantidades por especies antes de la reforestación, aunque estén en diferentes posiciones.

Debido a su tamaño, se pueden apreciar dichas tablas en las siguientes dos páginas. Por aquella misma razón, se lleva acabo el análisis de dichas tablas aquí mismo: Se puede observar como en la primer tabla, hay varios espacios vacíos, efectivamente simulando una hectárea no reforestada mientras se respeta el promedio de plantas por hectárea.

Después, se puede observar que todos los espacios vacíos se aprovechan y llegan a ser ocupados por una planta en la segunda tabla, mostrando la plantación efectiva de las especies. Se respetan las especies que ya estaban presentes, y no se excede de los límites del polígono la plantación. Estas tablas pueden servir de guías para el socioformador. Así mismo, cabe mencionar que en el caso de que se pudiera alimentar el estado verdadero de un polígono antes de ser reforestado al código, se pudiera conseguir una solución más personalizada a las necesidades específicas del socio. No obstante, la simulación de una hectárea funciona bien para brindar apoyo visual y datos valiosos.

### 3.3.1. Polígono antes de plantar

0	9	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	4	0	0	0	0	6	0	3	0	0
0	0	6	5	10	0	0	10	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	7	0	0	0	0	0	0	10
0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	7	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	8
0	3	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0
0	0	2	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0
0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	9	0	0	3
0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
2	9	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	9	0	0	0	0	0	2	7
0	3	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	9
0	0	6	0	2	0	0	9	7	0	0	8	9	0
4	2	8	5	5	0	0	0	0	0	0	0	5	0
0	0	0	0	0	8	0	0	7	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0
0	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	9	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	5	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	5	2	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	2
0	0	0	2	2	0	0	0	0	7	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0	0
1	0	0	0	5	0	0	0	0	8	0	3	0	0
8	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0
0	9	0	5	0	0	0	3	0	0	0	0	3	0
0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	2	7	0	9
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	9	0	0
0	0	0	0	0	0	4	9	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

### 3.3.2. Polígono después de plantar

1	9	1	9	4	9	2	9	1	6	6	6	6	6
9	1	9	5	4	4	9	1	9	6	6	3	6	6
1	9	6	5	10	9	1	10	1	6	6	6	6	6
9	1	9	1	9	1	7	9	5	1	6	6	6	10
1	9	1	2	1	9	1	5	1	9	1	6	6	6
9	1	9	7	9	1	9	1	9	7	9	1	6	6
3	9	1	9	1	9	1	9	1	9	1	5	9	1
9	1	9	1	9	1	9	1	9	1	9	1	8	8
1	9	1	9	2	9	3	9	2	9	2	9	8	8
9	3	9	2	9	2	2	5	9	2	9	2	8	8
3	3	5	5	2	9	5	2	7	9	2	9	2	8
9	5	2	5	5	2	5	9	2	5	5	2	9	2
2	5	5	9	2	9	2	5	5	5	5	5	2	9
9	2	5	2	9	2	9	2	5	5	5	5	5	2
2	9	2	9	1	9	2	9	2	5	5	2	5	5
5	2	9	2	9	2	9	2	9	2	9	5	5	5
5	5	2	9	2	9	2	9	2	9	3	5	5	5
5	9	3	9	1	2	9	2	6	2	9	2	3	3
6	2	6	6	6	6	2	6	6	6	2	6	6	2
2	9	6	1	6	6	3	3	3	3	7	2	3	7
7	2	3	7	2	7	3	3	3	3	3	7	7	2
2	7	3	3	7	2	9	3	3	3	3	7	2	7
7	3	3	3	8	8	2	3	3	3	3	2	7	9
4	3	6	3	2	8	8	9	7	3	8	8	9	2
4	2	8	5	5	8	8	2	7	3	8	8	5	3
4	8	8	2	8	8	8	8	7	7	2	8	2	7
8	8	8	8	8	8	8	2	7	2	7	2	7	2
2	9	2	8	8	8	8	8	2	7	2	7	7	7
7	2	7	8	8	8	8	2	7	2	7	7	2	7
2	7	7	2	8	2	8	8	2	7	2	9	7	2
7	2	7	7	8	8	8	8	8	2	7	2	7	7
2	7	5	7	2	8	8	8	8	8	2	7	2	7
7	2	7	2	7	10	8	8	8	8	8	2	7	7
2	5	2	7	7	10	10	10	10	10	10	7	7	2
7	2	7	2	2	7	7	7	7	7	7	2	7	7
2	7	2	7	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	2	2	8	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	7
2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	7	4	4
1	4	4	4	5	4	4	4	4	8	4	3	4	4
8	4	4	4	4	4	2	8	2	2	2	2	2	2
2	8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	9	2	5	2	2	2	3	2	2	2	2	3	2
2	2	2	2	2	4	2	2	2	2	2	7	2	9
2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	9	2	2
2	2	2	2	2	2	4	9	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2

### 3.4. Características Computacionales

La ejecución del algoritmo se realizó en el entorno proporcionado por Google Compute Engine a través de Google Colab, con las siguientes características:

- **Sistema Operativo:** El sistema operativo subyacente es Ubuntu 18.04 o 20.04 LTS (Long-Term Support).
- **Capacidad de Disco Duro:** El entorno en la nube cuenta con un disco duro de 107.7 GB, de los cuales 32.8GB están en uso.
- **Memoria RAM:** El entorno dispone de 12.7 GB de memoria RAM, de los cuales 1.3 GB están en uso.
- **Procesador:** Se utiliza un procesador Intel(R) Xeon(R) CPU @2.20 GHz con 2 núcleos.
- **Software y Version:** El código está implementado en Python versión 3.

El entorno de Google Colab proporciona los recursos computacionales necesarios para implementar y ejecutar el código que optimiza la plantación de manera eficiente. Esta infraestructura en la nube es ideal para ejecutar algoritmos de optimización agrícola en proyectos de tamaño moderado. Sin embargo, a medida que el problema escala y se incrementa su complejidad, puede volverse más difícil encontrar una solución en un tiempo razonable debido a las limitaciones de los recursos en la nube. En casos más grandes o con mayores requisitos computacionales, sería recomendable ejecutar el algoritmo en una computadora local con mejores características de hardware, lo que permitiría un procesamiento más rápido y eficiente.

## Capítulo 4

# Conclusión y recomendaciones

El problema abordado se centró en la optimización de la distribución de diversas especies de plantas en un polígono simulado, ponderado para 1000 iteraciones, con el objetivo de minimizar la competencia entre ellas mientras se logra una distribución objetivo predefinida. Se definieron variables clave, parámetros, y restricciones que permitieron modelar las interacciones entre las especies, considerando tanto la competencia como la probabilidad de plantación.

El modelo matemático propuesto tiene en cuenta la competencia inter-específica mediante una matriz de competencia, lo que permite ajustar la propuesta de plantación según los niveles de competitividad entre especies. Los resultados obtenidos, que incluyen la cantidad esperada de plantas por especie antes de reforestar, la competencia total en el área, y cuánto por especie comprar, proporcionan una guía práctica para las decisiones de reforestación y permiten al socioformador planificar de manera eficiente la plantación. Por ello, se recomienda que los resultados se tomen como una buena medida de estimación de cuantas plantas se pueden esperar o necesitar, bajo condiciones perfectas. La recomendación en el caso de terrenos desiguales en cuestión de oportunidad de crecimiento, o en general condiciones que pueden variar más allá de lo establecido por los supuestos en el modelo desarrollado en este reporte, se recomienda utilizar estos resultados como una base de la cual partir y tomar decisiones más informadas, pero no como un conteo final definitivo.

En conclusión, este enfoque ofrece una herramienta robusta para la gestión de plantaciones, asegurando un equilibrio entre las especies y optimizando el uso del espacio disponible, lo que podría ser de gran utilidad para proyectos de reforestación y conservación de la naturaleza.

# Capítulo 5

## Anexos

Liga a Excel utilizado y código:

[https://drive.google.com/drive/folders/1YgEI50yx\\_oBNfkB6bn3E2HeIZh01cMYT?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1YgEI50yx_oBNfkB6bn3E2HeIZh01cMYT?usp=sharing)

# Referencias

- Arias, J. (2023). *Números de ramsey*. <https://institucional.us.es/blogimus/2023/04/numeros-de-ramsey/>.
- AWS. (2022). *What is the monte carlo simulation? - the monte carlo simulation explained*. <https://aws.amazon.com/es/what-is/monte-carlo-simulation>.
- Bain, L. J., y Engelhardt, M. (2001). *Introduction to probability and mathematical statistics*. Duxbury.
- Carle, J., y Holmgren, P. (2008). *Wood from planted forests: A global outlook 2005-2030*. Forest Products Journal, 58(12), 6-18.
- Chazdon, R. L. (2008). Beyond deforestation: Restoring forests and ecosystem services on degraded lands. *Science*, 320(5882), 1458–1460. doi: 10.1126/science.1155365
- Conservation International. (2021). *Conservation international homepage*. <https://www.conservation.org/>.
- Developers, N. (2024). *Numpy: The fundamental package for scientific computing with python*. <https://numpy.org>.
- Durrett, R. (2010). *Probability: Theory and examples*. Cambridge University Press.
- Einhorn, C. (2022). *La reforestación de árboles puede empeorar los problemas que pretende resolver*. <https://www.nytimes.com/es/2022/03/21/espanol/reforestacion-pros-contras.html>.
- ESAN. (2016). *Conoce las principales distribuciones de probabilidad*. <https://www.esan.edu.pe/conexion-esan/conoce-las-principales-distribuciones-de-probabilidad>.
- FAO. (2020). *Forests*. <https://www.fao.org/forests/en>.
- Fernandes, D. (2022). *¿la reforestación podría afectar los ciclos del agua?* <https://www.elsoldetoluca.com.mx/doble-via/ciencia/la-reforestacion-podria-afectar-los-ciclos-del-agua-8282810.html>.
- Gargano, L., y Rescigno, A. (2000). Coloring circular arcs with applications. En *Proceedings of the 16th international workshop on graph-theoretic concepts*



- in computer science* (pp. 155–166). Springer.
- Hill, J. (2022). *Invasive species*.  
<https://www.environmentalscience.org/invasive-species>.
- Holl, K. D., y Aide, T. M. (2011). When and where to actively restore ecosystems? *Forest Ecology and Management*, 261(10), 1558–1563. doi: 10.1016/j.foreco.2010.07.004
- Iberdrola. (2021). *La reforestación, una alternativa para revertir la desertificación*.  
<https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/que-es-reforestacion>.
- Jansen, M., y Heskes, T. (2005). *Probabilistic graphical models: Principles and techniques*. MIT Press.
- Lamb, D., Erskine, P. D., y Parrotta, J. A. (2005). Restoration of degraded tropical forest landscapes. *Science*, 310(5754), 1628–1632. doi: 10.1126/science.1111773
- Martínez, L. (2022). *Ramsey theory*.  
<https://madi.nekomath.com/P2/Ramsey.html>.
- Mejia, S., y Neyra, L. (2020). *Reforestacion*.  
<https://www.biodiversidad.gob.mx/diversidad/reforestacion>.
- Mikosch, T. (2009). *Non-life insurance mathematics: An introduction with stochastic processes*. Springer.
- Murphy, K. P. (2012). *Machine learning: A probabilistic perspective*. MIT Press.
- Nahid, J., y Zuazua, R. (2021). *Coloraciones consecutivas en gráficas y digráficas*. [https://miscelaneamatematica.org/download/tbl\\_articulos.pdf2.beacfb5464fa3c0.373130352e706466.pdf](https://miscelaneamatematica.org/download/tbl_articulos.pdf2.beacfb5464fa3c0.373130352e706466.pdf).
- Norris, J. R. (1997). *Markov chains*. Cambridge University Press.
- Puterman, M. L. (2014). *Markov decision processes: Discrete stochastic dynamic programming*. Wiley.
- Quinlan, B. (2015). *Dimensional analysis: How many monte carlo simulations should i run?* <https://blog.3dcs.com/dimensional-analysis-how-many-monte-carlo-simulations-should-i-run>.
- Schoeneberger, M. M., Bentrup, G., Patel-Weynand, T., y Current, D. A. (2012). *Agroforestry: Enhancing resiliency in u.s. agricultural landscapes under changing conditions* (Inf. Téc.). USDA Forest Service.
- UNEP. (2022). *Forests*. <https://www.unep.org/topics/forests>.