UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Dinámica cuántica fuera del equilibrio: estudio analítico de una partícula bajo un quench armónico.

Diego Acosta (Estudiante), PhD. Jhon Díaz (Tutor)
Facultad de Ciencias Matemáticas y Naturales, Programa académico de Física.
October 1, 2025

Contenido

Analytical solutions for the quantum Brownian motion of a particle during a quantum quench

Ygor de Oliveira Souza,[1,*] Caio C. Holanda Ribeiro,[2,†] and Vitorio A. De Lorenci[1,‡]

[1]*Instituto de Física e Química, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais 37500-903, Brasil*
[2]*International Center of Physics, Institute of Physics, University of Brasilia, 70297-400 Brasilia, Federal District, Brazil*

Figure: Referencia central: Souza, Ribeiro & De Lorenci (2025)

Movimiento Browniano Cuántico.

1. El movimiento browniano clásico describe partículas en entornos térmicos *(Robert Brown, sistemas coloidales).*
2. En sistemas cuánticos, cualquier partícula acoplada a un entorno experimenta fluctuaciones debidas al vacío cuántico.

QMB permite comprender:

- Fenómenos transitorios en sistemas disipativos.
- Efectos cuánticos no clásicos, como el subvacuum effect.
- La dinámica de sistemas abiertos en mecánica cuántica.

Solución de QBM:

- Solo casos particulares (osciladores armónicos) admiten soluciones analíticas.
- Usualmente se emplean modelos semiclásicos (Caldeira–Leggett, Langevin).

Pregunta Central.

El corazón del estudio.

¿Cómo evoluciona una partícula cuántica tras un quantum quench al acoplarla a un entorno?

Contenido

Lagrangiano total y ecuaciones de movimiento.

Lagrangiano de la partícula.

$$L_p = \frac{m}{2}\dot{x}^2 - \frac{m\omega_0^2}{2}x^2 \tag{1}$$

Lagrangiano del reservorio.

$$L_R = \frac{\mu}{2}\int_0^\infty d\nu \left(\dot{R}^2 - \nu^2 R^2\right) \tag{2}$$

Lagrangiano de interacción

$$L_{int} = x\int_0^\infty d\nu \beta \dot{R} \tag{3}$$

Ecuaciones de movimiento:

- Para la partícula

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m}\int_0^\infty d\nu\, \beta \dot{R} \tag{4}$$

- Para el reservorio

$$\ddot{R} + \nu^2 R = -\frac{1}{\mu}\frac{d}{dt}(\beta x) \tag{5}$$

El acoplamiento súbito $(t = 0)$ permite estudiar un quench cuántico.

Langevin vs Cuantización Canónica.

Langevin Típico

$$m\ddot{x}(t) + m\gamma\dot{x}(t) + m\omega_0^2 x(t) = \xi(t)$$

- $\xi(t) \to$ modelo estocástico con fuerza aleatoria.
- El entorno se trata como un "ruido" clásico o semiclasico.
- El sistema pierde información sobre correlaciones cuánticas exactas.

Propuesta

$$[x, p] = i\hbar, \quad [R(\nu), P_R(\nu')] = i\hbar\delta(\nu - \nu')$$

- Formulación lagrangiana completa del sistema.
- El sistema (partícula + entorno) se cuantiza de manera canónica.
- Se obtienen operadores dinámicos y correlaciones cuánticas exactas.

Cuantización Canónica $\Rightarrow$ Describe rigurosamente la evolución temporal y permite soluciones analíticas exactas.

Contenido

Partición de la energía $H = H_p + H_R$.

Hamiltoniano de la particula.

$$H_p = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{m\omega_0^2}{2}x^2 \qquad (6)$$

Hamiltoniano del reservorio.

$$H_R = \frac{\mu}{2}\int_0^\infty d\nu \left(\dot{R}^2 + \nu^2 R^2\right) \qquad (7)$$

Hamiltoniano Interacción.

$$\frac{dH}{dt} = -x\int_0^\infty d\nu \dot{\beta}\dot{R} \qquad (8)$$

- Describe la energía cinpetica y potencial de la partícula.
- Coincide con la energía antes del acoplamiento.

- Representa la suma de las energías de todos los osciladores en el entorno.

- Aunque H_p y H_R cambian tras el *quench*, el Hamiltoniano total permanece constante.

Esto permite utilizar a H_p como un observable para estudiar la transferencia de energía.

Contenido

- Introducción.
- Modelo lagrangiano y formulación.
- Conservación de la Energía.
- **Caso soluble.**
- Resultados.
- Conclusiones y Relevancia.

Solución analítica y correlaciones.

Función de correlación de dos puntos.

$$\langle x(t)x(t')\rangle = \langle x(t)x(t')\rangle_{tr} + \langle x(t)x(t')\rangle_{qp} \tag{9}$$

- Parte transitoria.

$$\begin{aligned}\langle x(t)x(t')\rangle_{\mathrm{tr}} = \frac{1}{2\omega_0 m}\Bigg\{ &\left[(\omega_0 + i\partial_t)A(t)\right]\left[(\omega_0 - i\partial_{t'})A^*(t')\right] \\ &+ \frac{2\omega_0}{\pi}\int_0^\infty d\omega\, \zeta_i(\omega)\left[\frac{e^{-i\omega t}}{\zeta^*(\omega)}B^*_\omega(t') + B_\omega(t)\frac{e^{i\omega t'}}{\zeta(\omega)} + B_\omega(t)B^*_\omega(t')\right]\Bigg\}.\end{aligned} \tag{10}$$

- Parte de cuasipartícula.

$$\langle x(t)x(t')\rangle_{\mathrm{qp}} = \frac{1}{m\pi}\int_0^\infty d\omega\, \frac{\zeta_i(\omega)}{|\zeta(\omega)|^2}\, e^{-i\omega\Delta t}. \tag{11}$$

Acoplamiento tipo lorentziano.

Función de acople.

$$\frac{\beta^2(\omega_0\eta)}{\omega_0} = \frac{\sigma^2 m\mu}{\pi}\left[\frac{\eta_0}{(\eta-\eta_r)^2+\eta_0^2}+\frac{\eta_0}{(\eta+\eta_r)^2+\eta_0^2}\right] \tag{12}$$

- Esto permite evaluar las integrales y obtener expresiones analíticas cerradas.
- Las soluciones involucran funciones seno y coseno integrales: $\mathtt{Si}(z)$, $\mathtt{Ci}(z)$.

Observables derivados:

1. Energía de la partícula $\langle H_p(t)\rangle$.
2. Energía cinética $\langle T(t)\rangle$.
3. Fenómenos: relajación al equilibrio y efectos de subvacío.

"El caos se ordena cuando la función se vuelve meromorfa."

Contenido

Energía total (Late-time Regime).

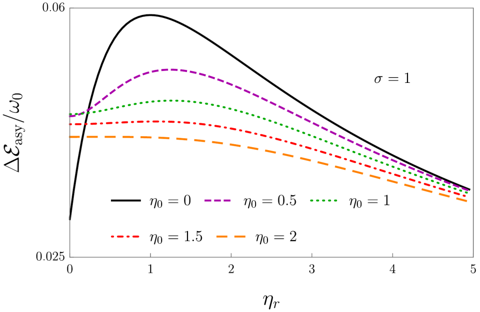

Figure: Energía total asintótica: máxima en resonancia ($\eta_r \sim 1$), mínima fuera de resonancia.

- La energía total de la partícula crece tras el quench hasta alcanzar un valor de equilibrio.
- Existe un máximo de energía cuando el entorno resuena con la frecuencia natural de la partícula.
- En ($\eta_r \ll 1$) o ($\eta_r \gg 1$), la ganancia de energía es mucho menor.
- η_0 controla la nitidez de la resonancia.

Energía cinética (Transient and late-time regime).

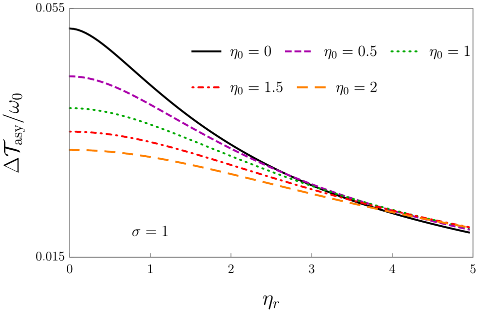

Figure: Energía cinética: máximo fuera de resonancia.

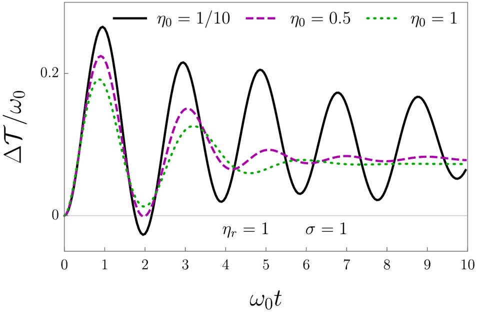

Figure: Oscilaciones que permiten el efecto subvacuum.

Aquí ocurre lo impensable: la energía cinética de una partícula, que clásicamente siempre es positiva, puede disminuir y volverse negativa en promedio. Esto es un *subvacuum effect*: el vacío cuántico devuelve energía.

Energía total (Transient regime).

“El equilibrio no se alcanza en silencio: primero hay un eco cuántico del quench.”

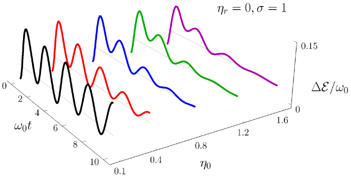

Figure: Relajación al aumentar η_0.

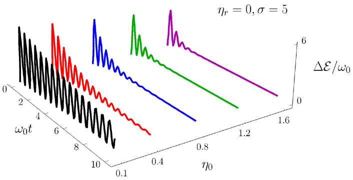

Figure: Oscilaciones más fuertes con mayor σ.

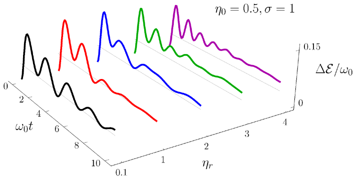

Figure: η_r modula la forma del transitorio.

- Justo después del quench, la energía de la partícula muestra oscilaciones antes de alcanzar el equilibrio.
- El acoplamiento σ aumenta la amplitud y frecuencia de las oscilaciones.

Contenido

Conclusiones.

- Modelo exacto de partícula–reservorio tratado con cuantización canónica, más allá de aproximaciones tipo Langevin.
- Obtención de funciones de correlación y energías mediante soluciones analíticas cerradas.
- Identificación de fenómenos no clásicos: subvacuum effect y procesos de relajación cuántica dependientes del entorno.

"En la física cuántica, incluso el ruido tiene estructura, y hasta el caos puede ser descrito con exactitud."

Información complementaria.

Figure: Repositorio de Github con información complementaria.

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS