



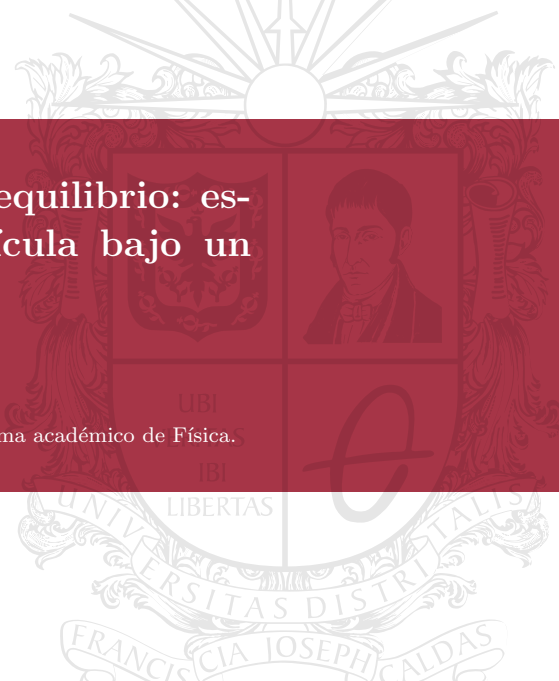
UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Dinámica cuántica fuera del equilibrio: estudio analítico de una partícula bajo un quench armónico.

Diego Acosta, PhD. Jhon Díaz (Tutor)

Facultad de Ciencias Matemáticas y Naturales, Programa académico de Física.

October 1, 2025





- ▶ **Introducción.**
- ▶ **Modelo lagrangiano y formulación.**
- ▶ **Conservación de la Energía.**
- ▶ **Caso soluble.**
- ▶ **Resultados**
- ▶ **Conclusiones y Relevancia.**



Analytical solutions for the quantum Brownian motion of a particle during a quantum quench

Ygor de Oliveira Souza,^{1,*} Caio C. Holanda Ribeiro,^{2,†} and Vitorio A. De Lorenci^{1,‡}

¹*Instituto de Física e Química, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Minas Gerais 37500-903, Brasil*

²*International Center of Physics, Institute of Physics,
University of Brasilia, 70297-400 Brasilia, Federal District, Brazil*

Figure: Referencia central: Souza, Ribeiro & De Lorenci (2025)

Movimiento Browniano Cuántico.



1. El movimiento browniano clásico describe partículas en entornos térmicos (*Robert Brown, sistemas coloidales*).
2. En sistemas cuánticos, cualquier partícula acoplada a un entorno experimenta fluctuaciones debidas al vacío cuántico.

QMB permite comprender:

- Fenómenos transitorios en sistemas disipativos.
- Efectos cuánticos no clásicos, como el subvacuum effect.
- La dinámica de sistemas abiertos en mecánica cuántica.

Solución de QBM:

- Solo casos particulares (osciladores armónicos) admiten soluciones analíticas.
- Usualmente se emplean modelos semiclásicos (Caldeira–Leggett, Langevin).

Pregunta Central.



El corazón del estudio.

¿Cómo evoluciona una partícula cuántica tras un quantum quench al acoplarla a un entorno?



- ▶ Introducción.
- ▶ Modelo lagrangiano y formulación.
- ▶ Conservación de la Energía.
- ▶ Caso soluble.
- ▶ Resultados
- ▶ Conclusiones y Relevancia.

Lagrangiano total y ecuaciones de movimiento.



Lagrangiano de la partícula.

$$L_p = \frac{m}{2} \dot{x}^2 - \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 \quad (1)$$

Lagrangiano del reservorio.

$$L_R = \frac{\mu}{2} \int_0^\infty d\nu \left(\dot{R}^2 - \nu^2 R^2 \right) \quad (2)$$

Lagrangiano de interacción

$$L_{int} = x \int_0^\infty d\nu \beta \dot{R} \quad (3)$$

Ecuaciones de movimiento:

- Para la partícula

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{m} \int_0^\infty d\nu \beta \dot{R} \quad (4)$$

- Para el reservorio

$$\ddot{R} + \nu^2 R = -\frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} (\beta x) \quad (5)$$

El acoplamiento súbito ($t = 0$) permite estudiar un quench cuántico.

Langevin vs Cuantización Canónica.



Langevin Típico

$$m\ddot{x}(t) + m\gamma\dot{x}(t) + m\omega_0^2x(t) = \xi(t)$$

- $\xi(t) \rightarrow$ modelo estocástico con fuerza aleatoria.
- El entorno se trata como un “ruido” clásico o semiclasico.
- El sistema pierde información sobre correlaciones cuánticas exactas.

Propuesta

$$[x, p] = i\hbar, \quad [R(\nu), P_R(\nu')] = i\hbar\delta(\nu - \nu')$$

- Formulación lagrangiana completa del sistema.
- El sistema (partícula + entorno) se cuantiza de manera canónica.
- Se obtienen operadores dinámicos y correlaciones cuánticas exactas.

Cuantización Canónica \Rightarrow Describe rigurosamente la evolución temporal y permite soluciones analíticas exactas.



- ▶ Introducción.
- ▶ Modelo lagrangiano y formulación.
- ▶ **Conservación de la Energía.**
- ▶ Caso soluble.
- ▶ Resultados
- ▶ Conclusiones y Relevancia.



Partición de la energía $H = H_p + H_R$.

Hamiltoniano de la partícula.

$$H_p = \frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 \quad (6)$$

Hamiltoniano del reservorio.

$$H_R = \frac{\mu}{2} \int_0^\infty d\nu \left(\dot{R}^2 + \nu^2 R^2 \right) \quad (7)$$

Hamiltoniano Interacción.

$$\frac{dH}{dt} = -x \int_0^\infty d\nu \dot{\beta} \dot{R} \quad (8)$$

- Describe la energía cinética y potencial de la partícula.
- Coincide con la energía antes del acoplamiento.
- Representa la suma de las energías de todos los osciladores en el entorno.
- Aunque H_p y H_R cambian tras el *quench*, el Hamiltoniano total permanece constante.

Esto permite utilizar a H_p como un observable para estudiar la transferencia de energía.



- ▶ Introducción.
- ▶ Modelo lagrangiano y formulación.
- ▶ Conservación de la Energía.
- ▶ **Caso soluble.**
- ▶ Resultados
- ▶ Conclusiones y Relevancia.



Función de correlación de dos puntos.

$$\langle x(t)x(t') \rangle = \langle x(t)x(t') \rangle_{tr} + \langle x(t)x(t') \rangle_{qp} \quad (9)$$

- Parte transitoria.

$$\begin{aligned} \langle x(t)x(t') \rangle_{tr} = & \frac{1}{2\omega_0 m} \left\{ [(\omega_0 + i\partial_t)A(t)] [(\omega_0 - i\partial_{t'})A^*(t')] \right. \\ & \left. + \frac{2\omega_0}{\pi} \int_0^\infty d\omega \zeta_i(\omega) \left[\frac{e^{-i\omega t}}{\zeta^*(\omega)} B_\omega^*(t') + B_\omega(t) \frac{e^{i\omega t'}}{\zeta(\omega)} + B_\omega(t) B_\omega^*(t') \right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

- Parte de cuasipartícula.

$$\langle x(t)x(t') \rangle_{qp} = \frac{1}{m\pi} \int_0^\infty d\omega \frac{\zeta_i(\omega)}{|\zeta(\omega)|^2} e^{-i\omega\Delta t}. \quad (11)$$

Función de acople.

$$\frac{\beta^2(\omega_0\eta)}{\omega_0} = \frac{\sigma^2 m \mu}{\pi} \left[\frac{\eta_0}{(\eta - \eta_r)^2 + \eta_0^2} + \frac{\eta_0}{(\eta + \eta_r)^2 + \eta_0^2} \right] \quad (12)$$

- Esto permite evaluar las integrales y obtener expresiones analíticas cerradas.
- Las soluciones involucran funciones seno y coseno integrales: $\text{Si}(z)$, $\text{Ci}(z)$.

Observables derivados:

1. Energía de la partícula $\langle H_p(t) \rangle$.
2. Energía cinética $\langle T(t) \rangle$.
3. Fenómenos: relajación al equilibrio y efectos de subvacío.

"El caos se ordena cuando la función se vuelve meromorfa."



- ▶ Introducción.
- ▶ Modelo lagrangiano y formulación.
- ▶ Conservación de la Energía.
- ▶ Caso soluble.
- ▶ **Resultados**
- ▶ Conclusiones y Relevancia.

Energía total (Late-time Regime).

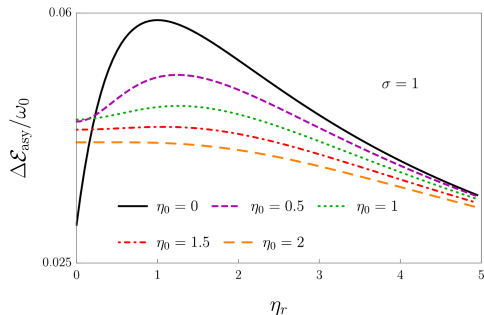


Figure: Energía total asintótica: máxima en resonancia ($\eta_r \sim 1$), mínima fuera de resonancia.

- La energía total de la partícula crece tras el quench hasta alcanzar un valor de equilibrio.
- Existe un máximo de energía cuando el entorno resuena con la frecuencia natural de la partícula.
- En ($\eta_r \ll 1$) o ($\eta_r \gg 1$), la ganancia de energía es mucho menor.
- η_0 controla la nitidez de la resonancia.

Energía cinética (Transient and late-time regime).

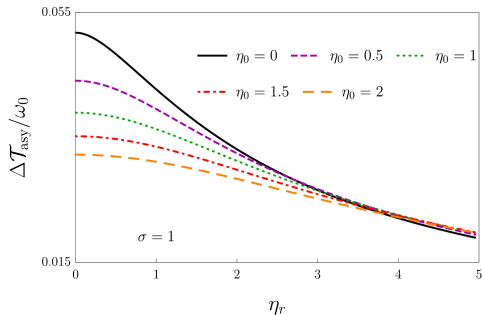


Figure: Energía cinética: máximo fuera de resonancia.

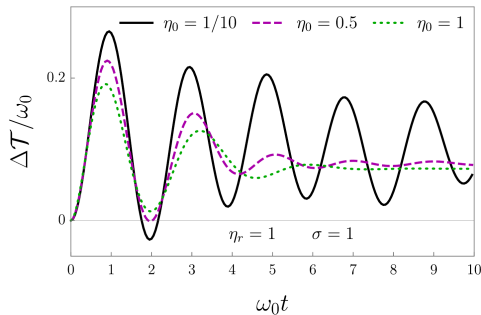


Figure: Oscilaciones que permiten el efecto subvacuum.

Aquí ocurre lo impensable: la energía cinética de una partícula, que clásicamente siempre es positiva, puede disminuir y volverse negativa en promedio. Esto es un *subvacuum effect*: el vacío cuántico devuelve energía.

Energía total (Transient regime).



“El equilibrio no se alcanza en silencio: primero hay un eco cuántico del quench.”

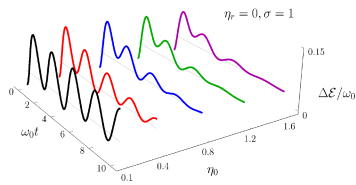


Figure: Relajación al aumentar η_0 .

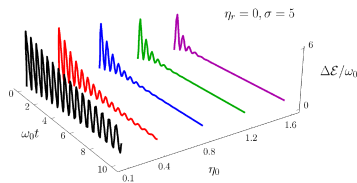


Figure: Oscilaciones más fuertes con mayor σ .

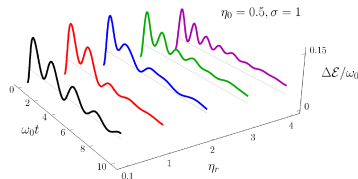


Figure: η_r modula la forma del transitorio.

- Justo después del quench, la energía de la partícula muestra oscilaciones antes de alcanzar el equilibrio.
- El acoplamiento σ aumenta la amplitud y frecuencia de las oscilaciones.



- ▶ Introducción.
- ▶ Modelo lagrangiano y formulación.
- ▶ Conservación de la Energía.
- ▶ Caso soluble.
- ▶ Resultados
- ▶ Conclusiones y Relevancia.



- Modelo exacto de partícula-reservorio tratado con cuantización canónica, más allá de aproximaciones tipo Langevin.
- Obtención de funciones de correlación y energías mediante soluciones analíticas cerradas.
- Identificación de fenómenos no clásicos: subvacuum effect y procesos de relajación cuántica dependientes del entorno.

“En la física cuántica, incluso el ruido tiene estructura, y hasta el caos puede ser descrito con exactitud.”



Figure: Repositorio de Github con información complementaria.



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS