

# Edit distance

Diego Biagini

July 11, 2019

# 1 Introduzione

Un'operazione che viene frequentemente eseguita in programmi di vario tipo è ,data una parola sbagliata oppure incompleta, trovare la parola più vicina ad essa.

Esistono numerosi approcci per risolvere questo problema, tutti questi si basano sul confronto della parola voluta con un dizionario delle parole possibili.

Tra queste parole è possibile trovare quella più vicina attraverso la cosiddetta edit-distance, distanza di editing, più questa è piccola più le parole sono simili tra loro.

Eseguire questa operazione per ogni parola possibile non è molto raccomandabile dato il grande numero di parole in un dizionario.

Inoltre la ricerca della parola più vicina viene usata molto spesso in applicazioni real time, come suggerimenti di autocompletamento, è quindi necessario che abbia buoni tempi di esecuzione, anche minori di un secondo.

Per raggiungere questo obiettivo è necessario diminuire il numero di parole con cui eseguiremo edit-distance, garantendo però che la parola più vicina sia considerata tra questi confronti.

## 2 Cenni teorici

### 2.1 Edit distance

Date due sequenze di caratteri  $X$  e  $Y$  è possibile definire la distanza di edit tra esse come il minimo numero di operazioni elementari da eseguire su una delle due in modo che diventino uguali.

Le operazioni elementari sono le seguenti:

- Lasciare immutato un carattere
- Inserimento di un carattere
- Rimozione di un carattere
- Sostituzione di un carattere
- Scambio di due caratteri

Ognuna di esse ha un certo costo predefinito.

É possibile definire una sottostruttura ottima del problema.

Definiamo  $X_i = \langle x_1, x_2, \dots, x_i \rangle$  e  $Y_j = \langle y_1, y_2, \dots, y_j \rangle$  sottosequenze di  $X$  e  $Y$ .

Se  $C_{i,j}$  è la soluzione ottima di  $edit - distance(X_i, Y_j)$  essa contiene soluzioni ottime dei problemi precedenti.

Quindi possiamo definire  $C$  ricorsivamente in questo modo:

$$C_{i,j} = \min \begin{cases} C_{i-1,j-1} + cost(copy) & \text{se } X[i] = Y[j] \\ C_{i-1,j-1} + cost(replace) & \text{se } X[i] \neq Y[j] \\ C_{i-2,j-2} + cost(twiddle) & \text{se } i, j \geq 2, X[i] = Y[j-1] \text{ e } X[i-1] = Y[j] \\ C_{i-1,j} + cost(delete) & \text{sempre} \\ C_{i,j-1} + cost(insert) & \text{sempre} \end{cases}$$

Usando questo approccio e salvando in una tabella i costi dei sottoproblemi, avremo che il costo di tempo e spazio per l'algoritmo è  $\Theta(m \cdot n)$  dove  $m$  e  $n$  sono le lunghezze delle sequenze originali.

## 2.2 Intersezione di n-gram

Data una sequenza di caratteri e un valore  $n$  è possibile definire un  $n$ -gram della sequenza come una sua sottosequenza di  $n$  elementi.

Per esempio i 3-gram della parola "parola" sono: "par", "aro", "rol", "ola".

Un utilizzo degli  $n$ -gram è quello di controllare se due parole sono relativamente vicine tra loro, infatti siamo sicuri che se tra due parole non si hanno  $n$ -gram in comune allora difficilmente sono simili.

È possibile quantificare questa somiglianza attraverso il **coefficiente di Jaccard**.

Dati due insiemi  $X$  e  $Y$  il coefficiente di Jaccard fra i due è:  $JC = \frac{|X \cap Y|}{|X \cup Y|}$

Se i due insiemi coincidono allora il coefficiente di Jaccard è pari ad 1.

## 3 Esperimenti svolti

Ciò che ci interessa verificare è quale modo di trovare la parola più vicina ad una query  $Q$  è migliore. In questo controllo ci sarà bisogno di tenere conto del tempo impiegato nella ricerca e se il risultato della ricerca è quello giusto.

I modi di trovare la parola più vicina presi in considerazione sono i seguenti:

- eseguire edit distance tra  $Q$  e tutte le parole nel dizionario, restituiamo quindi quella con distanza minore
- eseguire edit distance tra  $Q$  e le parole nel dizionario che hanno almeno un  $n$ -gram in comune con  $Q$
- eseguire edit distance tra  $Q$  e le parole nel dizionario il cui coefficiente di Jaccard con  $Q$  è superiore a una certa soglia

Il dizionario usato contiene 95000 parole della lingua italiana compresi i nomi propri.

I test saranno eseguiti su un insieme di parole sbagliate scelte a caso.

Per ottenerlo saranno scelte un certo numero di parole dal dizionario, dopodiché modificheremo un numero casuale di caratteri in ognuna di esse.

Nel calcolare gli  $n$ -gram di una parola saranno aggiunti all'inizio e alla fine di essa degli spazi, in questo modo si può distinguere se due parole iniziano o finiscono nello stesso modo.

Eseguiamo poi i tre modi sopracitati sull'insieme delle parole sbagliate, verificando anche se la parola più vicina trovata corrisponde alla parola originale.

Gli  $n$ -gram che saranno sperimentati saranno i 2-gram, 3-gram, 4-gram dato che valori superiori sono molto predisposti a errori.

Le soglie del coefficiente di Jaccard saranno invece 0.2, 0.5 e 0.8.

## 4 Documentazione del codice

```
edit_distance_matrix(x, y)
```

Prende in input due stringhe e esegue l'algoritmo per trovare edit distance tra le due, restituisce le matrici che sono risultato dell'algoritmo.

```
edit_distance(x,y)
```

Esegue edit distance tra x e y e restituisce solo la distanza tra le due.

`get_ngram(word, n)`

Prende come parametro una parola e n, restituisce tutti gli n-gram della parola in una lista.

`dictionary_ngram(dictionary, n)`

Prende come parametro una lista di parole e restituisce tutti gli n-gram di ogni parola nella lista originale.

`get_jaccard_value(set1, set2)`

Prende due insiemi(liste) e restituisce il coefficiente di Jaccard tra esse.

`closest_word(word, dictionary)`

Prende una parola e un dizionario. Restituisce la parola presente nel dizionario più vicina a quella passata controllando tutte le parole. Restituisce inoltre la distanza tra la parola trovata e quella passata.

`closest_word_ngram_ed_jacc(word,n,n_grammed_dictionary, jaccard)`

Prende una parola, il dizionario contenente gli n-gram di tutte le parole e una soglia per il coefficiente di Jaccard.

Calcola il coefficiente di Jaccard tra la parola e ogni parola nel dizionario, dopodichè esegue edit distance con le parole con coefficiente superiore alla soglia passata in ingresso e restituisce la parola più vicina tra queste.

`closest_word_ngram_ed_1gram(word,n, n_grammed_dictionary)`

Prende una parola e il dizionario contenente gli n-gram di tutte le parole.

Esegue edit distance con le parole che contengono almeno un n-gram in comune con la parola passata come parametro, restituisce poi quella più vicina.

`mistype_word(word, n)`

Prende come parametro una parola e un numero di caratteri. Restituisce la parola dopo aver sostituito n caratteri in altri scelti casualmente.

`mistype_list(words)`

Prende come parametro una lista di parole e cambia un numero casuale di lettere in ognuna di esse. Questo numero è scelto in base alla dimensione della parola: se è lunga meno di 3 caratteri sarà cambiato 1 carattere, se è lunga da 4 a 5 ne saranno cambiati 1 o 2, se è lunga più di 6 ne saranno cambiati 1,2 o 3.

## 5 Risultati sperimentali

Simple edit distance

Average time: 43.659344262810066

Hit rate: 0.77

Edit distance with jaccard  $\geq 0.2$  and ngram of size 2

Average time: 1.1990059537899833

Hit rate: 0.75

Edit distance with jaccard  $\geq 0.5$  and ngram of size 2

Average time: 0.37171059009009694

Hit rate: 0.43

Edit distance with jaccard  $\geq 0.8$  and ngram of size 2

Average time: 0.36793475391996255

Hit rate: 0.06

Edit distance on words with at least 1 common ngram of size 2

Average time: 35.37088790618989

Hit rate: 0.77

Edit distance with jaccard  $\geq 0.2$  and ngram of size 3

Average time: 0.4110976000498522

Hit rate: 0.63

Edit distance with jaccard  $\geq 0.5$  and ngram of size 3

Average time: 0.324327281429978

Hit rate: 0.31

Edit distance with jaccard  $\geq 0.8$  and ngram of size 3

Average time: 0.3220497155699559

Hit rate: 0.04

Edit distance on words with at least 1 common ngram of size 3

Average time: 5.6526709148899865

Hit rate: 0.77

Edit distance with jaccard  $\geq 0.2$  and ngram of size 4

Average time: 0.31569024717007776

Hit rate: 0.55

Edit distance with jaccard  $\geq 0.5$  and ngram of size 4  
Average time: 0.28080455402010557  
Hit rate: 0.14

Edit distance with jaccard  $\geq 0.8$  and ngram of size 4  
Average time: 0.2814860883398433  
Hit rate: 0.04

Edit distance on words with at least 1 common ngram of size 4  
Average time: 1.4861631055001454  
Hit rate: 0.71

## 6 Analisi e conclusioni

La prima cosa che è possibile notare nell'analizzare i dati è la notevole velocità assunta da ricerche di parole più vicine attraverso una soglia del coefficiente di Jaccard.

Questa cosa va però sicuramente a scapito dell'accuratezza dell'algoritmo, infatti con una soglia superiore allo 0.8 è quasi impossibile trovare esattamente la parola che stavamo cercando tra tutte le possibili, quindi è da escludere in un uso reale.

Altra cosa che è sicuramente da escludere è il semplice edit-distance con tutte le parole del dizionario, infatti con un tempo di esecuzione medio di 43 secondi è veramente difficile da usare, sia in applicazioni real time come suggerimenti, sia in campi più lenienti come la correzione di documenti.

Non guadagniamo nemmeno la certezza di trovare la parola esatta con questo metodo, ha sì un tasso di successo tra i più alti, però in parole in cui cambia solamente un carattere è molto difficile trovare con certezza la parola esatta.

Un comportamento simile lo ha anche il confronto con parole che condividono almeno un 2-gram, infatti ci saranno così tante parole che condividono almeno un 2-gram che il guadagno di questo filtro non è abbastanza. Usando la ricerca tra almeno un 3-gram e 4-gram invece abbiamo un notevole aumento di velocità mantenendo un buon hit-rate, ma comunque non abbastanza per risposte immediate.

Inoltre usare i 4-gram in questo modo ha funzionato bene in questo caso, dato che delle parole scelte casualmente è facile che siano più lunghe del normale, se dovessimo correggere un documento con parole corte infatti avremmo sicuramente un hit rate più basso.

Infine rimangono le ricerche su parole con un coefficiente di Jaccard superiore a 0.2 o 0.5.

Aumentando la dimensione degli n-gram usati e la soglia si può vedere come i tempi di esecuzione e gli hit rate scendano.

Il migliore compromesso che siamo in grado di trovare tra accuratezza e velocità sembra essere ricerca tra 3-gram con coefficiente di Jaccard superiore a 0.2, questo infatti ha un tempo medio di esecuzione minore di mezzo secondo e un hit rate del 63%.

Per applicazioni in cui è necessaria la massima accuratezza invece sembra più conveniente la ricerca tra 2-gram con coefficiente di Jaccard superiore a 0.2, questo con un tempo di poco più di un secondo offre un'accuratezza del 77%, che può essere considerata quasi ottima se confrontata con l'edit distance su tutti gli elementi del dizionario.