

Act3

Diego Rodríguez

2023-10-03

Drive Thru

El tiempo de llegada a una ventanilla de toma de órdenes desde un automóvil de un cierto comercio de hamburguesas sigue un proceso de Poisson con un promedio de 12 llegadas por hora.

$$\lambda_0 = 12$$

X = número de órdenes

A) ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas sea a lo más de 20 minutos?

Pregunta: $P(t < 1/3)$

$$X = 3$$

Distribución Gamma

$$\alpha = 3 \quad \beta = \frac{1}{12}$$

```
pgamma(1/3,3,12)
```

```
## [1] 0.7618967
```

B) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona esté entre 5 y 10 segundos?

Pregunta: $P(5/3600 < t < 10/3600)$

$$X = 1$$

Distribución exponencial

$$\alpha = 1 \quad \beta = \frac{1}{12}$$

```
pexp(10/3600,12) - pexp(5/3600,12)
```

```
## [1] 0.01625535
```

C) ¿Cuál será la probabilidad de que en 15 minutos lleguen a lo más tres personas?

$$P(X \leq 3)$$

Distribucion Poisson

$$\lambda = 3$$

```
ppois(3,3)
```

```
## [1] 0.6472319
```

D) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas esté entre 5 y 10 segundos? Pregunta: $P(5/3600 < t < 10/3600)$

$X = 3$

Distribución gamma

$$\alpha = 3 \quad \beta = \frac{1}{12}$$

```
pgamma(10/3600, 3, 12) - pgamma(5/3600, 3, 12)
```

```
## [1] 5.258533e-06
```

F) Determine la media y varianza del tiempo de espera de tres personas. Media

```
mu = 3/12  
cat("Media =", mu)
```

```
## Media = 0.25
```

Varianza

```
var = 3*(1/12)^2  
sigma = sqrt(var)  
cat("Varianza =", var)
```

```
## Varianza = 0.02083333
```

G) ¿Cuál será la probabilidad de que el tiempo de espera de tres personas exceda una desviación estándar arriba de la media?

Pregunta: $P(\mu + \sqrt{\text{var}} < t)$

$X = 3$

Distribución gamma

$$\alpha = 0.3 \quad \beta = \frac{1}{12}$$

```
1 - pgamma(mu+sqrt(var), 3, 12)
```

```
## [1] 0.1491102
```

Entre partículas

Una masa radioactiva emite partículas de acuerdo con un proceso de Poisson con una razón promedio de 15 partículas por minuto. En algún punto inicia el reloj.

$$\alpha_0 = 1/15$$

A) ¿Cuál es la probabilidad de que en los siguientes 3 minutos la masa radioactiva emita 30 partículas?

Dado que $\lambda_0 = 15$ partículas por minuto, en 3 minutos $\lambda_3 = 45$ (porque 15 partículas/minuto * 3 minutos = 45 partículas en 3 minutos).

```
lambda_3 <- 15 * 3  
prob_30 <- dpois(30, lambda_3)  
print(prob_30)
```

```
## [1] 0.00426053
```

B) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran cinco segundos a lo más antes de la siguiente emisión?

Distribucion exponencial

$P(t < 5)$

```
lambda <- 15
t <- 5/60
prob_t <- 1 - exp(-lambda * t)
print(prob_t)
```

```
## [1] 0.7134952
```

C) ¿Cuánto es la mediana del tiempo de espera de la siguiente emisión?

$$0.5 = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$e^{-\lambda t} = 0.5$$

$$-\lambda t = \ln(0.5)$$

$$t = -\frac{\ln(0.5)}{\lambda}$$

```
lambda <- 15
media_t <- -log(0.5) / lambda
print(media_t)
```

```
## [1] 0.04620981
```

D) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran a lo más cinco segundos antes de la segunda emisión?

Distribucion gamma

```
lambda <- 15
k <- 2
t <- 5/60 # 5 segundos en minutos
prob_t <- pgamma(t,k,lambda)
print(prob_t)
```

```
## [1] 0.3553642
```

E) ¿En que rango se encuentra el 50% del tiempo central que transcurre antes de la segunda emisión?

Distribucion gamma

Encontrar cuartiles

```
lambda <- 15
k <- 2
t_0.25 <- qgamma(0.25,k,lambda)
t_0.75 <- qgamma(0.75,k,lambda)

print(t_0.25)
```

```
## [1] 0.06408525
```

```
print(t_0.75)
```

```
## [1] 0.179509
```

Entre 0.064 y 0.179