

ENSAYO NACIONAL

MATEMÁTICA M2



INTRODUCCIÓN

Esta prueba contiene 55 preguntas, 50 de las cuales serán consideradas para el cálculo del puntaje final de la prueba. Hay preguntas de 4 opciones de respuesta

(A, B, C y D) y de 5 opciones (A, B, C, D y E). **En ambos casos, solo una de las opciones es correcta.**

Las respuestas a las preguntas se marcan en la hoja de respuestas que se encuentra al final del ensayo. Marca tu respuesta en la fila de celdillas que corresponda al número de la pregunta que estás contestando. Ennegrece completamente la celdilla, tratando de no salirte de sus márgenes. En este ensayo puedes utilizar el lápiz que consideres correcto, pero recuerda que en la PAES debes hacerlo exclusivamente con lápiz de grafito N° 2 o portaminas HB.

Contesta directamente en la hoja de respuesta. Puedes usar el resto del ensayo como borrador, pero deberás traspasar tus respuestas a la hoja de respuestas. Ten presente que para la PAES se considerarán exclusivamente las respuestas marcadas en la hoja de respuestas.

En esta prueba se considera lo siguiente:

1) Las figuras son solo indicativas.

2) Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares, cuyo origen es el punto $(0, 0)$.

3) El intervalo $[a, b]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b ; el intervalo $\left]a, b\right]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores o iguales que b ; el intervalo $[a, b[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores que b ; y el intervalo $]a, b[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b .

4) $\vec{v} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.

5) Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al 6, y en el experimento de lanzarlo, todas sus caras son equiprobables de salir.

6) En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados, tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2), se puede llegar a la solución del problema. Es así que se deberá marcar la opción:

A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,

B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,

C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,

D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,

E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

| | | | |
|-------------------|----------------------------|-----------------|---------------------------|
| $<$ | es menor que | \sim | es semejante con |
| $>$ | es mayor que | \perp | es perpendicular a |
| \leq | es menor o igual que | \neq | es distinto de |
| \geq | es mayor o igual que | $//$ | es paralelo a |
| ┐ | ángulo recto | \in | pertenece a |
| \sphericalangle | ángulo | \overline{AB} | trazo AB |
| log | logaritmo en base 10 | $ x $ | valor absoluto de x |
| ϕ | conjunto vacío | $x!$ | factorial de x |
| \approx | es aproximado a | \cap | intersección de conjuntos |
| \cup | unión de conjuntos | \vec{u} | vector u |
| A^c | complemento del conjunto A | | |

1. Sean m , n y r números reales tales que m y n son positivos, $m > n$, $m \neq n$ y r es impar. Entonces, ¿cuál es el valor de $\frac{{}^{r+1}\sqrt{m+n} \cdot {}^r\sqrt{m-n}}{{}^r\sqrt{n-m}}$?

A) $- {}^{r+1}\sqrt{n-m}$

B) ${}^{r+1}\sqrt{m+n}$

C) $- {}^{r+1}\sqrt{m+n}$

D) ${}^{r+1}\sqrt{-(m+n)}$

2. Considera que el cuadrado de un número entero es de la forma $8n$, $8n + 1$ u $8n + 4$, con n un número entero no negativo.

Considerando la información anterior, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) El cuadrado de 11 es de la forma $8n + 1$ cuando $n = 11$.

B) El cuadrado de 8 es de la forma $8n$ cuando $n = 6$.

C) El cuadrado de 6 es de la forma $8n + 4$ cuando $n = 4$.

D) El cuadrado de 7 es de la forma $8n + 1$ cuando $n = 5$.

3. ¿Cuál es el resultado al resolver y simplificar la siguiente expresión:

$$\left(\frac{4}{3} \cdot 0,\bar{6} + \frac{1}{2}\right) : -\frac{5}{2}?$$

A) $-\frac{125}{36}$

B) $-\frac{25}{18}$

C) $-\frac{28}{45}$

D) $-\frac{5}{9}$

E) $-\frac{13}{25}$

4. Si $m = \frac{\sqrt{16}}{9}$, $n = \sqrt{\frac{4}{25}}$, $o = \frac{11}{25}$ y $p = \frac{9}{20}$, ¿cuál de las siguientes relaciones es correcta?

A) $n < o < m < p$

B) $m < p < o < n$

C) $o < n < p < m$

D) $p < m < o < n$

5. Considera un circuito eléctrico sencillo formado por una batería y dos capacitores cuyas *capacitancias* son C_1 y C_2 , ambas medidas en Faradios. La *capacitancia total* (C_{eq}) de este circuito, también medida en Faradios, se puede calcular usando la siguiente expresión matemática:

$$(C_{eq})^{-1} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Si se sabe que $C_1 = 2C_2$, ¿cuál de las siguientes expresiones representa correctamente la capacitancia total del circuito, medida en Faradios?

- A) $\frac{2}{3}C_1$
- B) $\frac{3}{2}C_1$
- C) $\frac{2}{3}C_2$
- D) $\frac{3}{2}C_2$

6. Si $a = 2$, $b = 3$ y $c = 4$, ¿cuál es el valor de $\frac{a^b \cdot (c^a - b^a)}{a^c - b^a}$?

A) $\frac{8}{7}$

B) -1

C) $\frac{119}{7}$

D) 8

7. Una máquina disminuye su efectividad al 50% al cabo de 2 meses de uso continuo. El fabricante informó que el tiempo de trabajo de dicha máquina es inversamente proporcional a la efectividad de esta misma. Si hoy en día la máquina se hace funcionar durante 4 horas ¿cuántas horas, de uso continuo, se tendrá que utilizar la máquina, al cabo de 6 meses, para realizar el mismo trabajo que hace hoy en día?

A) 2 horas

B) 4 horas

C) 24 horas

D) 32 horas

8. ¿Cuál es el resultado de $\log_2 \sqrt{8} + \log_{0,3} \left(\frac{1}{3} \right) \cdot \log_{27} 81$?

A) $\frac{17}{6}$

B) $\frac{11}{12}$

C) 2

D) 6

9. ¿Cuál de las siguientes alternativas es igual a $\log 36$?

- A) $\log 12 \cdot \log 3$
- B) $\log 30 + \log 6$
- C) $3 \log 12$
- D) $\log 12 + \log 3$

10. Alejandra viajó desde Chile a Estados Unidos por motivos de trabajo. Desde su empleo le otorgaron \$5 050 000 los cuales convirtió a dólares en un banco que cobraba el 2 % de comisión. El banco ofrecía los siguientes valores:

| Precios en Pesos chilenos | | |
|---------------------------|--------|-------|
| | Compra | Venta |
| Dólar | 1000 | 1010 |
| Euro | 1050 | 1100 |

Si Alejandra decide cambiar todo el dinero entregado en su trabajo por dólares en este banco, ¿cuántos de ellos recibirá?

- A) 5050
- B) 5000
- C) 4949
- D) 4900
- E) 4809

11. Una persona recién jubilada deposita \$720 000 en una cuenta de ahorros que ofrece una tasa de interés compuesto anual del 7 %. Si no realiza retiros ni depósitos adicionales, ¿cuál de las siguientes expresiones representa correctamente el saldo en la cuenta al cabo de 4 años?

A) $720\,000 \cdot (1 + 4 \cdot 0,07)$

B) $720\,000 \cdot (1 + 0,07)^4$

C) $720\,000 \cdot (1,07 + 4)$

D) $720\,000 \cdot (1 + 7)^4$

12. ¿Cuál de los siguientes enunciados es **siempre** verdadero?

A) El producto entre dos números irracionales es irracional.

B) La adición entre dos números irracionales puede ser racional o irracional.

C) El opuesto de un número irracional es racional.

D) El producto entre un número racional no nulo y un irracional puede ser racional o irracional.

13. Considera el siguiente número real $P = \sqrt{5} + s$, de modo que s es un número entero.

¿Para cuál de los siguientes valores de Q es posible afirmar que $P \cdot Q$ da como resultado un número racional?

A) $Q = \sqrt{5} - s$

B) $Q = \sqrt{5} + s$

C) $Q = \sqrt{s} - 5$

D) $Q = \sqrt{s} + 5$

14. Sean $a = 1 + \sqrt{3}$ y $b = 1 - \sqrt{3}$. Dada la siguiente expresión:

$$M = a^2 + b^2$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) M es un número racional no entero.

B) M es un número irracional.

C) M es un número entero par.

D) M es un número entero impar.

15. Marcos es un estudiante al que sus padres le entregan $\$M$ semanalmente, para pagar el transporte y su colación en el colegio. En una ocasión la empresa de transportes informó que el pasaje del autobus, que hasta ese momento costaba $\$B$, tendría un aumento de $\$A$ sobre su valor original, a partir del lunes de la semana siguiente. Si Marcos hace un viaje de ida y uno de vuelta al colegio, asiste a clases los 5 días de la semana, gasta todo el dinero que le dan sus padres para la semana y estos últimos no pretenden darle más dinero semanalmente, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la variación porcentual que tendrá el dinero que Marcos destina a su colación, después de que se haga efectiva el alza en el pasaje de autobus?

A) $\left(\frac{100 \cdot (M - 10B + A)}{M - 10B} \right) \%$

B) $\left(1 - \frac{M - 10(B + A)}{M - 10B} \right) \%$

C) $\left(100 - \frac{100 \cdot (M - 10B + A)}{M - 10B} \right) \%$

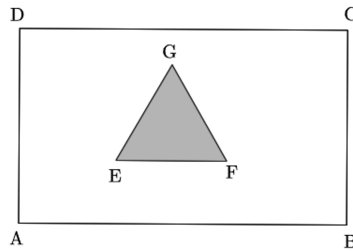
D) $\left(100 - \frac{100 \cdot (M - 10(B + A))}{M - 10B} \right) \%$

16. Considere el trinomio $x^2 + 16x + 60$ el cual es factorizado como un producto de binomios que tienen la forma $(x + a)$ y $(x - b)$, donde a y b son números enteros no nulos.

Al respecto, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede concluir?

- A) Los valores de a y b deben ser siempre positivos, puesto que el término libre del trinomio, que corresponde a 60 , es de signo positivo.
- B) Al ser 16 el coeficiente que multiplica a x , los valores de a y b deben cumplir que la suma entre ambos sea igual a 16 .
- C) Los valores de a y b deben tener signo contrario y cumplir las igualdades $a - b = 16$ y $-ab = 60$.
- D) Como 60 y 16 son números pares positivos, entonces obligatoriamente los números a y b también deben ser pares y positivos.

17. Sea $ABCD$ un rectángulo y EFG un triángulo, como se muestra en la figura:



Si el área del rectángulo es de $(a + b)^2$ y la del triángulo es de $(a^2 - b^2)$, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al doble del área en blanco?

- A) $4ab$
- B) $4b(a + b)$
- C) $4a(a + b)$
- D) $2ab + 2b^2$

18. El Índice de Precios al Consumidor (IPC) es un indicador económico que tiene por objetivo la medición mensual de la variación de precios de una canasta de bienes y servicios, cuyo comportamiento es crucial para comprender y entender la evolución de los precios en la economía nacional. (Fuente: www.ine.cl)

La siguiente fórmula permite calcular la variación mensual porcentual (V_m) del IPC, la cual corresponde al cambio porcentual en el índice de cierto mes (t) respecto del mes anterior ($t - 1$):

$$V_m = \left[\frac{IPC_t}{IPC_{t-1}} - 1 \right] \cdot 100$$

Si en Marzo del 2024 el IPC fue de 102,70 puntos, ¿de cuántos puntos aproximadamente fue el IPC del mes de Febrero del 2024 si la variación mensual fue de un 0,4 %?

- A) 73,36
- B) 102,30
- C) 103,11
- D) 143,78

19. Un grupo de excursionistas está explorando una caverna subterránea. Para iluminar el recorrido, cada excursionista lleva una linterna con baterías recargables. Al inicio de la excursión, todas las linternas están completamente cargadas.

Cada linterna tiene una autonomía de 4 horas con luz máxima. Sin embargo, para ahorrar energía, los excursionistas deciden alternar entre luz máxima y luz reducida. En modo reducido, la linterna consume la mitad de la energía que en luz máxima.

Un excursionista utilizó su linterna durante un total de 6 horas, alternando entre ambos modos. Si x es el tiempo en horas que usó la linterna en luz máxima, ¿cuánto tiempo la usó en luz reducida?

- A) 2 h
- B) 4 h
- C) 6 h
- D) 8 h

20. En el siguiente sistema de ecuaciones, en x e y :

$$\begin{array}{l} ax + by = 44 \\ 2ax - 4by = -56 \end{array}$$

Si a y b son no nulos, y $2x = y$, ¿cuál es el valor de $ax + bx$?

- A) 30
- B) 32
- C) 36
- D) 44

21. La suma de dos números dividida en la diferencia entre ellos, da como resultado 5 de cociente y 4 de resto.

Si se sabe además que el doble del mayor de los números más el menor es igual a 46, ¿cuál es el producto entre estos dos números?

- A) 13
- B) 17
- C) 39
- D) 204
- E) 221

22. ¿Qué valor debe tomar k para que el siguiente sistema de ecuaciones tenga infinitas soluciones?

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 6 \\ 4x + (k + 2)y = 12 \end{array}$$

- A) $k = 1$
- B) $k \neq 4$
- C) $k = 4$
- D) $k = -3$

23. ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones **no** tiene solución?

$$\text{A) } \begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ \frac{8}{3}x - 2y = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$\text{B) } \begin{cases} 17x + 23y = 89 \\ 31x - 19y = 47 \end{cases}$$

$$\text{C) } \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ \frac{3}{2}x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{D) } \begin{cases} 6x - 7y = 15 \\ -12x + 14y = -20 \end{cases}$$

24. Un determinado envase de alcohol indica en sus instrucciones que debe almacenarse en un ambiente seco, fuera de la luz solar y a una temperatura entre 5°C y 30°C . Si la relación entre grados Celcius (C) y grados Fahrenheit (F) está dada por la siguiente expresión:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

¿cuál de las siguientes expresiones corresponde al intervalo de temperaturas T, en grados Fahrenheit, al que se debe almacenar dicho envase?

A) $20 \leq T \leq 50$

B) $41 < T < 86$

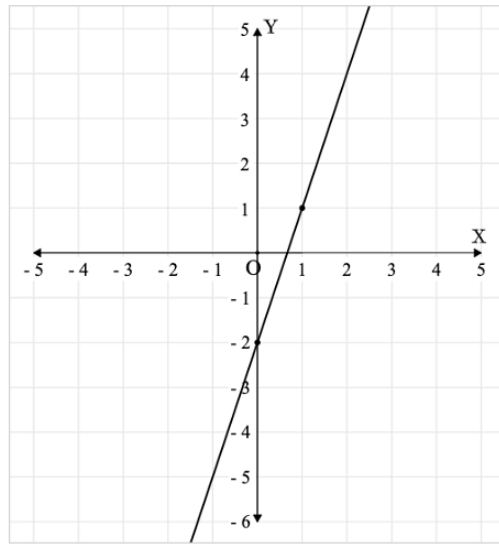
C) $32 < T < 60$

D) $32 \leq T \leq 86$

25. Matilde está estudiando inecuaciones y decide presentarles el siguiente desafío a sus amigos: "Uno de mis hermanos tiene una edad tal que, sumada con la mía, resulta, como máximo, 30 años, y la edad de mi hermano es un número impar". Si la edad de Matilde es de 18 años, ¿cuál de las siguientes alternativas contiene a todas las posibles edades (en años) que puede tener el hermano de Matilde?

- A) $\{1, 3, 5, 7, 8\}$
- B) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- C) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$
- D) $\{1, 3, 5, 7, 9, 12\}$
- E) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

26. Considera la siguiente gráfica que representa una función de comportamiento lineal.



¿A cuál de las siguientes funciones corresponde la gráfica?

A) $f(x) = 3x + 2$

B) $f(x) = 3x - 2$

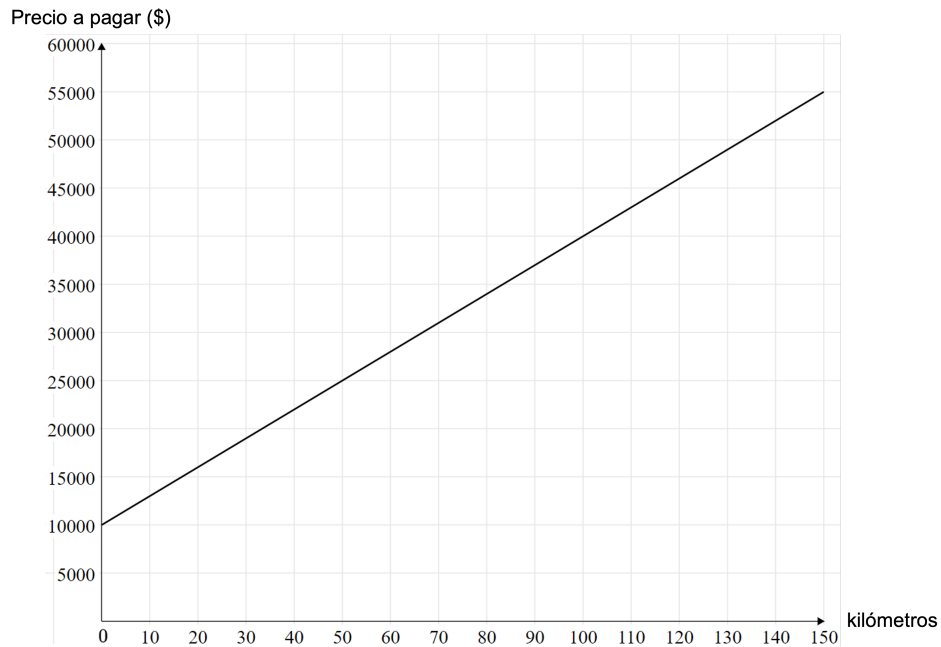
C) $f(x) = 3x$

D) $f(x) = \frac{1}{3}x$

27. Una empresa de transporte ofrece dos tipos de planes mensuales para sus clientes:

El plan A, presenta una tarifa fija de \$15 000 más \$200 por cada kilómetro recorrido.

El plan B, el cual se presenta en el siguiente gráfico:



Un cliente contrata el plan A y otro el plan B. Si ambos recorrieron la misma cantidad de kilómetros en un mes y la diferencia entre lo que pagó cada uno fue de \$5000, ¿cuántos kilómetros recorrió cada uno de ellos?

- A) 20 km
- B) 25 km
- C) 50 km
- D) 100 km

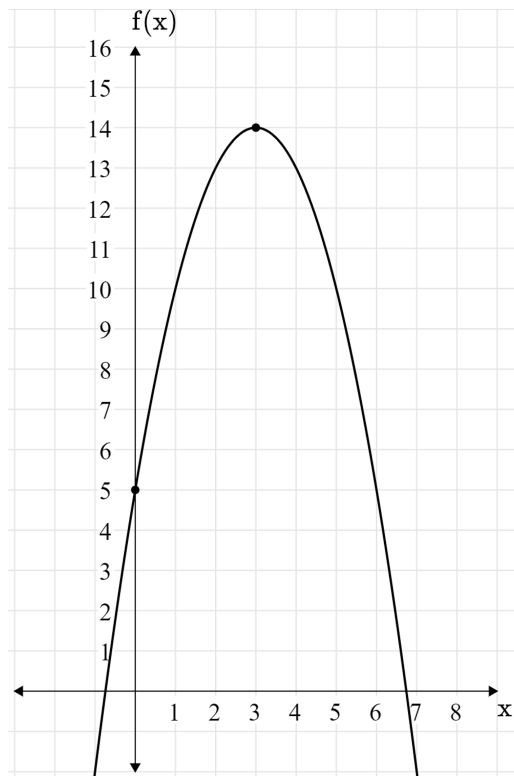
28. En una empresa que se dedica a vender lavadoras, el ingreso total de venta $I(x)$, en cientos de miles de pesos, depende de la cantidad de unidades vendidas x . La relación entre el ingreso y las unidades está dada por la ecuación cuadrática:

$$I(x) = -0,4x^2 + 5x + 2$$

donde \$200 000 corresponden a ingresos por conceptos de interés. ¿Cuánto varía el ingreso unitario por cada lavadora si cambia de 4 a 10 unidades?

- A) Aumenta 1, 9 cien miles de pesos
- B) Aumenta 2, 1 cien miles de pesos
- C) Aumenta 2, 4 cien miles de pesos
- D) Aumenta 2, 6 cien miles de pesos
- E) Aumenta 63, 6 cien miles de pesos

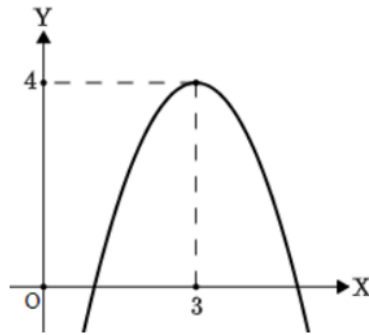
29. Considera la función cuadrática que se muestra en la siguiente figura:



¿Qué se puede afirmar correctamente sobre esta función?

- A) El punto $(5, 0)$ pertenece a la función.
- B) El determinante de la función es menor que 0.
- C) La función tiene un máximo en la coordenada $(14, 3)$.
- D) La función se puede expresar como $f(x) = -x^2 + kx + 5$ con k un número positivo.
- E) La función se puede expresar como $f(x) = -x^2 + kx + 5$ con k un número negativo.

30. La siguiente figura muestra la gráfica de una función $f(x)$ con dominio los números reales:



Si la gráfica corresponde a una parábola, ¿cuál de las siguientes funciones **podría** corresponder a la gráfica de esta función?

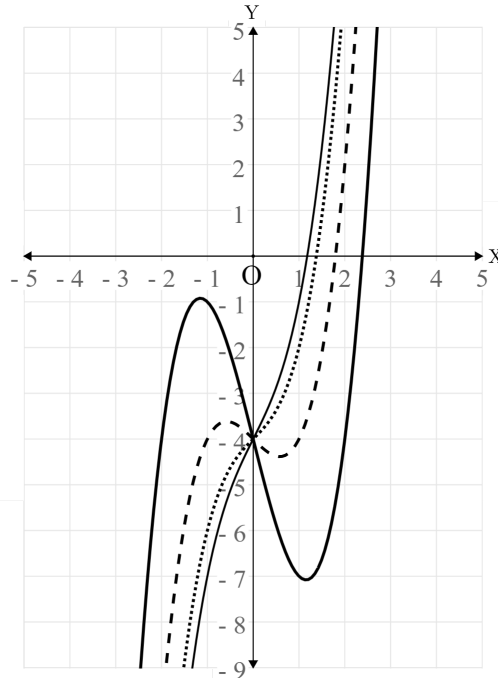
A) $f(x) = (x + 3)^2 + 4$

B) $f(x) = -(x + 3)^2 + 4$

C) $f(x) = (x - 3)^2 + 4$

D) $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$

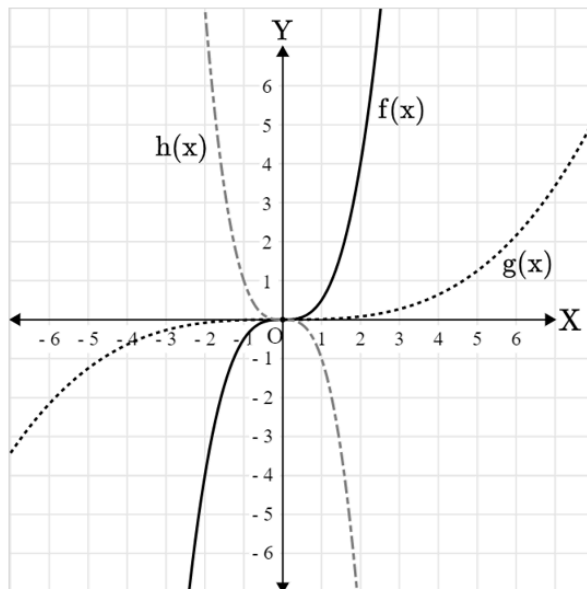
31. Observa la gráfica en la cual se ha representado una familia de funciones de la forma $f(x) = ax^n + bx + c$, con a , b y c en el conjunto de los números reales, $a \neq 0$ y n en los números naturales mayores que 2. Esta familia de funciones se ha obtenido modificando uno de los parámetros de f y manteniendo constante los demás parámetros restantes:



¿Cuál es el parámetro que se modificó?

- A) El parámetro a .
- B) El parámetro b .
- C) El parámetro c .
- D) El parámetro n .

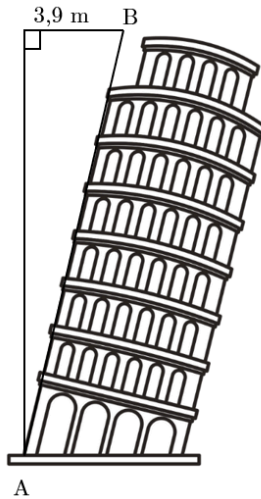
32. La siguiente figura muestra la gráfica de tres funciones, todas de la forma $\phi(x) = ax^n$ y con dominio los números reales, donde a es un número real no nulo y n un número entero positivo:



A partir de la información presentada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) Para todo valor de x , siempre se cumple que $h(x) \geq f(x) \geq g(x)$.
- B) Solo para valores positivos de x se cumple que $g(x) > h(x) > f(x)$.
- C) Si $f(x) = px^n$, $h(x) = mx^n$ y $g(x) = kx^n$, entonces se puede concluir que $|m| > |p| > |k|$.
- D) Si $f(x) = px^n$, $h(x) = mx^n$ y $g(x) = kx^n$, entonces se puede concluir que $|k| < |m| = |p|$.
- E) Para obtener la gráfica de la función $h(x)$ basta aplicar una simetría axial con respecto al eje de las abscisas a la gráfica de la función $f(x)$.

33. La famosa torre de Pisa, en Italia, empezó a inclinarse cuando inició su construcción en el año 1173. Esta tenía una altura inicial aproximada de 56 metros (longitud medida desde el punto A al punto B), una masa estimada de 14 700 toneladas y una inclinación que se extiende 3,9 m de la vertical, como se muestra en la figura.



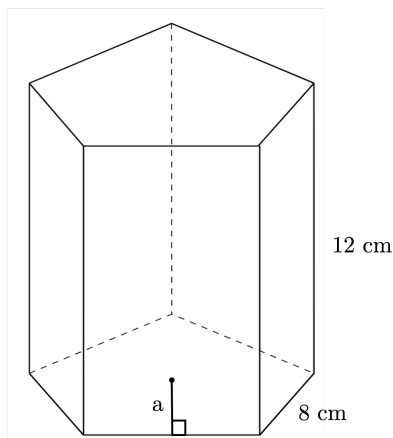
¿Cuál es la longitud aproximada, en metros, de la vertical desde la cima de la torre hasta el suelo?

- A) $\sqrt{56 + 3,9}$
- B) $\sqrt{(3,9)^2 - 56^2}$
- C) $\sqrt{56 - 3,9}$
- D) $\sqrt{56^2 + (3,9)^2}$
- E) $\sqrt{56^2 - (3,9)^2}$

34. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la cantidad de triángulos que se pueden dibujar en el interior de un polígono de n lados al trazar líneas desde un vértice al resto de sus vértices?

- A) $n - 2$
- B) $n - 3$
- C) $2n - 5$
- D) $2n - 3$
- E) $2n + 1$

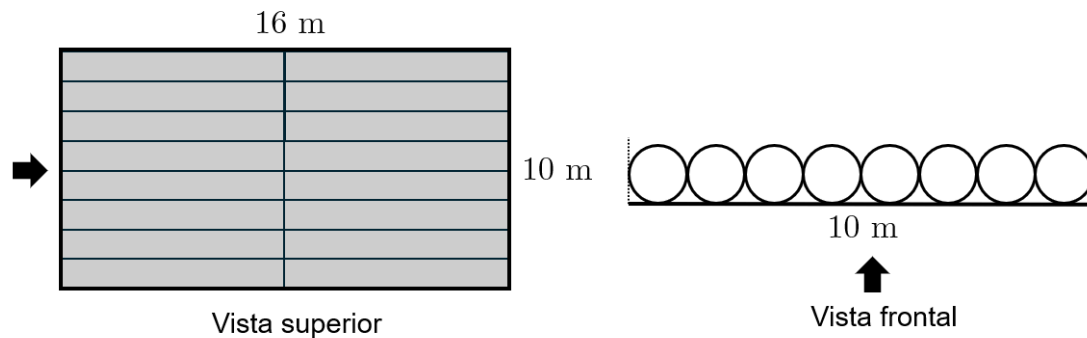
35. A continuación se presenta un prisma pentagonal recto, donde la altura mide 12 cm y la medida de la arista basal es 8 cm, tal como se muestra en la figura:



Si el apotema es $a = 4\sqrt{3}$ cm, ¿cuánto mide el volumen del prisma?

- A) $240\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- B) $320\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- C) $480\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- D) $768\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- E) $960\sqrt{3} \text{ cm}^3$

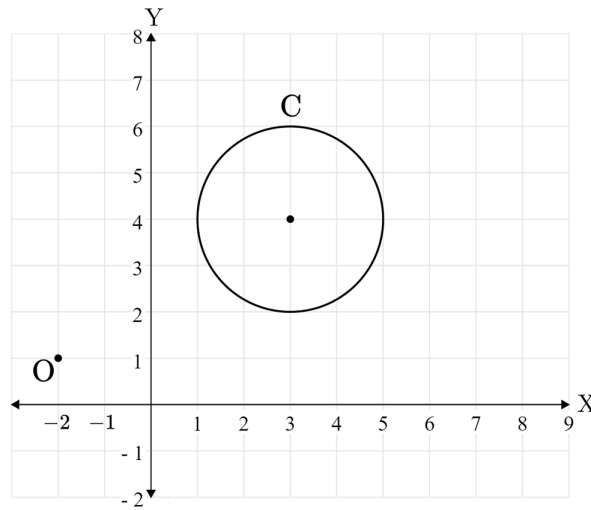
36. En una superficie plana rectangular de $16 \times 10 \text{ m}^2$ se quieren instalar la mayor cantidad de tubos cilíndricos de acero, de manera horizontal, para almacenar agua de riego. Los tubos se distribuyen tal como muestra la figura:



Considerando que los tubos son de grosor despreciable y están adheridos unos a los otros sin dejar espacios entre ellos, ¿cuál es el volumen total que podrán almacenar?

- A) $50\pi \text{ m}^3$
- B) $80\pi \text{ m}^3$
- C) $200\pi \text{ m}^3$
- D) $320\pi \text{ m}^3$

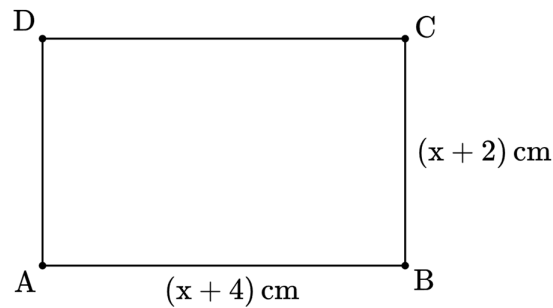
37. Considera la circunferencia C ubicada en el plano cartesiano de la figura y el punto O de coordenada $(-2, 1)$:



Si a la circunferencia C se le aplica una homotecia con centro O y cuya razón es k , ¿qué se puede afirmar correctamente sobre el resultado de esta transformación?

- A) Si $k = 0,5$ el área de la nueva circunferencia es π unidades cuadradas y su centro es $(2, 1)$.
- B) Si $k = -1$ el el perímetro de nueva circunferencia es 4π unidades y su centro es $(-8, 0)$.
- C) Si $k = -1$ el área de la nueva circunferencia es 2π unidades cuadradas y su centro es $(-8, 4)$.
- D) Si $k = 2$ el perímetro de la nueva circunferencia es 8π unidades y su centro es $(6, 8)$.
- E) Si $k = 2$ el área de la nueva circunferencia es 16π unidades cuadradas y su centro es $(8, 7)$.

38. En la figura se observa un rectángulo $ABCD$ que tiene un área de 48 cm^2 .



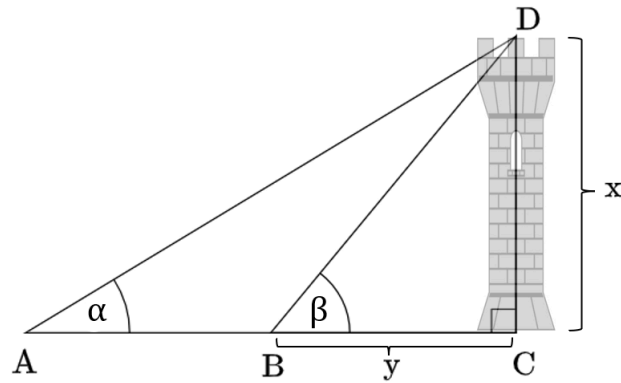
Si se le aplica una homotecia con razón $k = 3$, ¿cuál es la medida de la diagonal y el área del nuevo rectángulo, respectivamente?

- A) 10 cm y 144 cm^2
- B) 28,8 cm y 224 cm^2
- C) 90 cm y 360 cm^2
- D) 30 cm y 432 cm^2

39. En una homotecia aplicada sobre el triángulo ABC , la imagen del vértice $A(2, 5)$ es el punto $D(3, 2)$, la imagen aplicada sobre el vértice $B(8, 5)$ es el punto $E(6, 2)$, entonces ¿cuál es la imagen aplicada sobre el vértice $C(8, 8)$?

- A) $(3, 4)$
- B) $(4, -1)$
- C) $\left(6, \frac{7}{2}\right)$
- D) $\left(6, \frac{9}{2}\right)$

40. Daniel es un arquitecto que necesita medir la altura (x) de una torre. Para esto, mide el ángulo de elevación hacia el extremo de la torre, desde dos puntos diferentes en el suelo, primero lo hace desde el punto A y luego avanza 25 metros hasta el punto B para la segunda medición, tal como se representa en la siguiente figura:



Si la distancia desde el punto B y la base de la torre es y metros, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar la altura de la torre en términos de α y β ?

A) $x \cdot \left(1 - \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)}\right) = 25 \cdot \tan(\alpha)$

B) $x \cdot \left(\frac{\tan(\beta) - \tan(\alpha)}{\tan(\alpha)}\right) = 25$

C) $25 \cdot \tan(\alpha) = x + x \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$

D) $x \cdot (\tan(\alpha) - \tan(\beta)) = 25$

41. Sobre un edificio se encuentra una persona observando un auto que pasa por la calle, con un ángulo de depresión de 30° . Si el auto observado se encuentra a una distancia de $30\sqrt{3}$ m de la base del edificio, ¿a qué altura del suelo, en metros, se encuentra el observador?

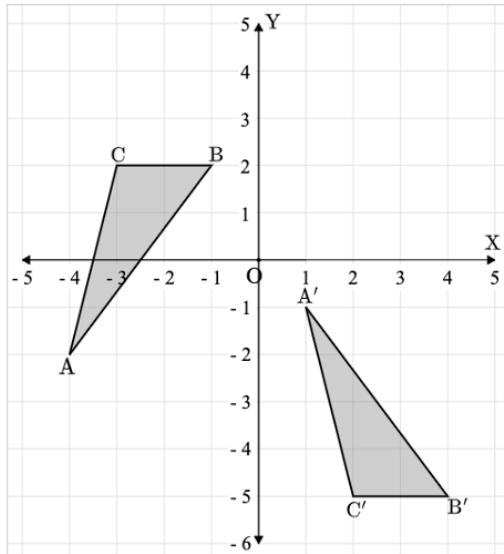
A) 30

B) $30\sqrt{3}$

C) 60

D) $60\sqrt{3}$

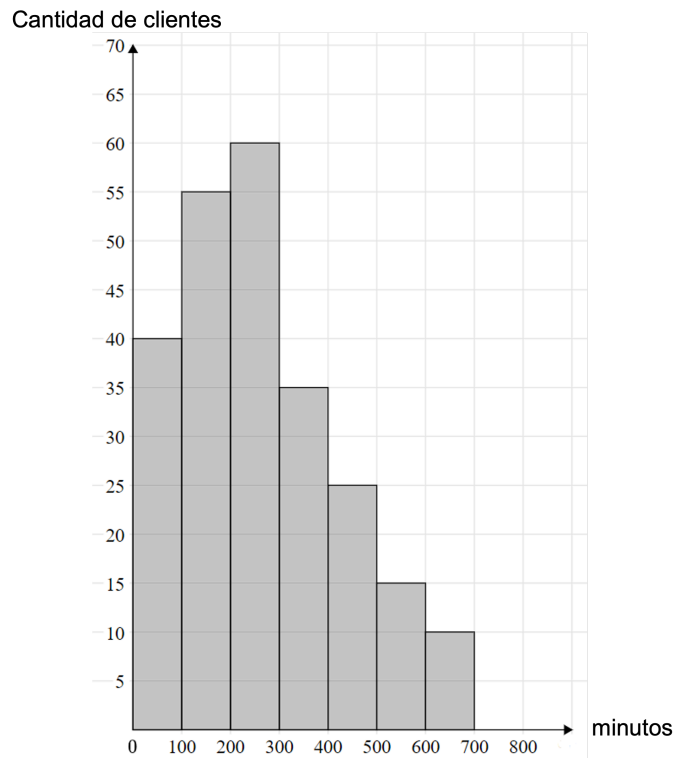
42. En la siguiente figura, el triángulo $A'B'C'$ surge de una composición de transformaciones isométricas del triángulo ABC .



¿Cuál de las siguientes secuencias de transformaciones isométricas permiten volver el triángulo $A'B'C'$ a su posición inicial?

- A) Una reflexión respecto al eje Y y luego una reflexión respecto al eje X .
- B) Una reflexión respecto al eje X y luego una traslación según el vector $\vec{v} = (5, 3)$.
- C) Una rotación en 180° respecto al origen y luego una traslación según el vector $\vec{u} = (1, -3)$.
- D) Una reflexión respecto a la recta $y = -1$ seguido de una traslación según el vector $\vec{z} = (-5, -1)$.
- E) Una rotación en 90° respecto al origen y en sentido antihorario seguido de una traslación según el vector $\vec{w} = (-5, -3)$.

43. Una empresa de telefonía ha registrado la cantidad de minutos de llamadas realizadas por sus clientes en un mes. El siguiente gráfico muestra la distribución de los minutos hablados por los clientes agrupados en intervalos:



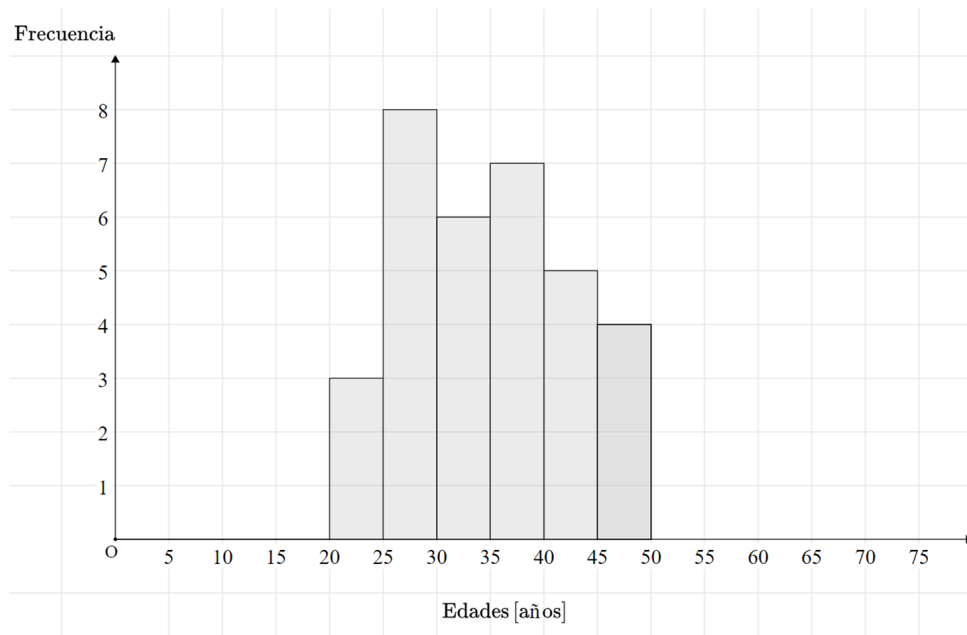
Según el histograma, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) El 25 % de los clientes habló menos de 200 minutos.
- B) Más del 50 % de los clientes habló menos de 300 minutos.
- C) El intervalo $[600, 700[$ tiene la mayor frecuencia relativa.
- D) El número de clientes que habló entre 300 y 500 minutos es menor que la suma de los que hablaron más de 500 minutos.

44. ¿Cuál de los siguientes enunciados es **siempre** verdadero?

- A) El percentil 39 es un valor mayor o igual al 39 % de los datos y menor o igual al 61 % de los datos.
- B) El percentil 16 es un valor mayor al 16 % de los datos y menor al 84 % de los datos.
- C) El tercer cuartil es un valor mayor o igual a aproximadamente el 75 % de los datos y menor o igual a aproximadamente el 25 % de los datos.
- D) El segundo cuartil es un valor mayor o igual al 50 % de los datos y menor o igual al 50 % de los datos.

45. En el siguiente histograma se muestra la distribución de las edades de todos los integrantes de un grupo de canto a capella. Considera que los intervalos tienen la forma $[a, b[$, excepto el último que es de la forma $[c, d]$:



¿Qué se puede concluir correctamente de este gráfico?

- A) La moda de esta muestra es 8 años.
- B) Exactamente el 50 % del grupo tiene 32,5 años o menos.
- C) La mediana de la muestra se encuentra en el intervalo $[35, 40[$.
- D) El rango de edades en el grupo es como máximo 30 años.

46. Sea un conjunto de datos $[a, b, c, d, e]$ con desviación estándar σ . Si a cada elemento del conjunto se le suma 10 unidades, generando el nuevo conjunto $[a + 10, b + 10, c + 10, d + 10, e + 10]$, ¿cuál es la desviación estándar del nuevo conjunto?

A) $\sigma + 10$

B) σ

C) $10 \cdot \sigma$

D) $\sqrt{\sigma^2 + 10}$

47. En un experimento de laboratorio que mide el tiempo de reacción de una persona en situaciones de conducción, se determinó que en promedio una persona tarda 0,50 segundos en reaccionar a los cambios del tránsito.

Si la desviación estándar de los datos asociados a este experimento es de 0,02 segundos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera, respecto de los datos del experimento?

A) El dato que más se repitió en el experimento es 0,50 segundos.

B) La varianza asociada a este experimento es de 0,04 segundos cuadrados.

C) Si todos los datos del experimento fuesen iguales, al menos 1 de ellos tiene que ser diferente a los demás.

D) Todos los datos del experimento se encuentran entre los 0,48 segundos y 0,52 segundos, ambos valores incluidos.

48. Rayén es una estudiante que resuelve el siguiente problema:

"Sandra es una inversionista que se dedica a la venta de automóviles usados y tiene un stock de 5 autos de transmisión manual y 8 de transmisión automática. Un comprador decide escoger 7 de estos automóviles de manera aleatoria para comprarlos. ¿Cuál es la probabilidad de que en su elección tenga 3 autos de transmisión manual? Rayén realiza los siguientes pasos para dar solución al problema, cometiendo un error en uno de ellos:

Paso 1: Calcula la cantidad de formas en que se pueden escoger 7 autos de un total de 13:

$$\frac{13!}{7! \cdot 6!} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10\,292$$

Paso 2: Calcula la cantidad de formas en que se pueden escoger 3 autos de transmisión manual de un total de 5 que dispone:

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

Paso 3: Calcula la cantidad de formas en que se pueden escoger 4 autos de transmisión automática de un total de 8 que dispone:

$$\frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

Paso 4: Aplica la regla de Laplace para calcular la probabilidad pedida, considerando que son $10 + 70$ casos favorables que tiene, mientras que el número de casos posibles es igual a 10 292, obteniendo como resultado:

$$\frac{10 + 70}{10\,292} = \frac{80}{10\,292}$$

¿En qué paso cometió el error?

A) Paso 1

B) Paso 2

C) Paso 3

D) Paso 4

49. Se encuestó a un grupo de personas para conocer su preferencia en el consumo de café de dos cafeterías muy populares S y JV. Un 46 % de las personas encuestadas consumen café solo en la cafetería S, un 14 % consume café en ambas cafeterías y un 13 % de ellas prefiere otras cafeterías menos populares. Si se elige al azar a una de las personas encuestadas, ¿cuál es la probabilidad de que consuma solo café de la cafetería JV?

A) 27 %

B) 40 %

C) 54 %

D) 55 %

E) 73 %

50. La probabilidad de que 1 entre 100 computadores sea aprobado por un control de calidad en una industria, antes de salir al mercado, es 0,6.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa la probabilidad de que como máximo 2 de 3 de estos computadores sean aprobados en esta industria?

A) $1 \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^3 + 3 \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^2 + 3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^1$

B) $1 \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^3 + 2 \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^2 + 3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^1$

C) $0,6^0 \cdot 0,4^3 + 0,6^1 \cdot 0,4^2 + 0,6^2 \cdot 0,4^1$

D) $1 \cdot 0,6^0 + 3 \cdot 0,6^1 + 3 \cdot 0,6^2$

E) $1 \cdot 0,6^0 + 2 \cdot 0,6^1 + 3 \cdot 0,6^2$

51. En un gimnasio el 70 % de los socios asisten en la mañana y el 30 % asisten en la tarde. Se realizó un registro sobre el uso de clases dirigidas, obteniendo los siguientes resultados:

- El 40 % de los socios que asisten en la mañana toma clases dirigidas.
- El 60 % de los socios que asisten en la tarde toma clases dirigidas.

Si se elige al azar a un socio que toma clases dirigidas, ¿cuál es la probabilidad de que asista en la mañana?

A) $\frac{28}{46}$

B) $\frac{40}{70}$

C) $\frac{28}{40}$

D) $\frac{40}{46}$

52. Sea x un número entero positivo, se puede determinar su valor si se sabe que:

(1) La raíz cuadrada de x es un número racional, pero la raíz cúbica de x no lo es.

(2) x es un número menor que 30.

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.

53. Considera la siguiente función cuadrática con dominio los números reales $f(x) = x^2 + 2kx + k$, tal que k pertenece al conjunto de los reales.

Es posible afirmar que la función f corta al eje X en al menos un punto si se cumple que:

(1) $k \leq 0$

(2) $k \leq 1$

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.

54. Se puede determinar el perímetro de un trapecio isósceles si:

(1) Sus bases son $12\sqrt{3}$ y $18\sqrt{3}$.

(2) Su área es $15\sqrt{3}$.

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.

55. Un investigador mide la concentración de un compuesto químico en muestras de agua, a través de dos métodos diferentes. Se puede conocer la desviación estándar de todos los datos medidos si:

(1) Se conoce la desviación estándar de los datos obtenidos con cada método.

(2) Se conoce el promedio de todos los datos medidos.

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.