

ENSAYO GENERAL

MATEMÁTICA M2



INTRODUCCIÓN

Esta prueba contiene 55 preguntas, 50 de las cuales serán consideradas para el cálculo del puntaje final de la prueba. Hay preguntas de 4 opciones de respuesta

(A, B, C y D) y de 5 opciones (A, B, C, D y E). **En ambos casos, solo una de las opciones es correcta.**

Las respuestas a las preguntas se marcan en la hoja de respuestas que se encuentra al final del ensayo. Marca tu respuesta en la fila de celdillas que corresponda al número de la pregunta que estás contestando. Ennegrece completamente la celdilla, tratando de no salirte de sus márgenes. En este ensayo puedes utilizar el lápiz que consideres correcto, pero recuerda que en la PAES debes hacerlo exclusivamente con lápiz de grafito N° 2 o portaminas HB.

Contesta directamente en la hoja de respuesta. Puedes usar el resto del ensayo como borrador, pero deberás traspasar tus respuestas a la hoja de respuestas. Ten presente que para la PAES se considerarán exclusivamente las respuestas marcadas en la hoja de respuestas.

En esta prueba se considera lo siguiente:

- 1) Las figuras son solo indicativas.
- 2) Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares, cuyo origen es el punto $(0, 0)$.
- 3) El intervalo $[a, b]$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b ; el intervalo $]a, b]$ es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores o iguales que b ; el intervalo $[a, b[$ es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores que b ; y el intervalo $]a, b[$ es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b .
- 4) $\vec{v} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto (a, b) , a menos que se indique lo contrario.
- 5) Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al 6, y en el experimento de lanzarlo, todas sus caras son equiprobables de salir.

6) En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados, tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2), se puede llegar a la solución del problema. Es así que se deberá marcar la opción:

A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,

B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,

C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,

D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,

E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	\sim	es semejante con
$>$	es mayor que	\perp	es perpendicular a
\leq	es menor o igual que	\neq	es distinto de
\geq	es mayor o igual que	$//$	es paralelo a
\perp	ángulo recto	\in	pertenece a
\sphericalangle	ángulo	\overline{AB}	trazo AB
log	logaritmo en base 10	$ x $	valor absoluto de x
ϕ	conjunto vacío	$x!$	factorial de x
\approx	es aproximado a	\cap	intersección de conjuntos
\cup	unión de conjuntos	\vec{u}	vector u
A^c	complemento del conjunto A		

1. La administración de un edificio está eligiendo el quórum necesario para que en las reuniones de comunidad se tomen decisiones. La primera opción propone que la cantidad de votos para que una moción sea aprobada corresponda a $\frac{2}{3}$ de los votantes como mínimo; la segunda opción propone que el mínimo sea $\frac{3}{5}$ de los votantes; mientras que la última opción propone que el mínimo sea $\frac{5}{7}$.

Al respecto, ¿qué se puede afirmar correctamente?

- A) El orden ascendente de las opciones es $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{5}{7}$.
- B) El orden descendente de las opciones es $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$.
- C) La opción $\frac{2}{3}$ no puede ser elegida ya que es un número irracional.
- D) La opción $\frac{3}{5}$ no puede ser elegida ya que es un número racional periódico.
2. Para hacer una receta simple de galletas se necesitan 300 g de harina, $\frac{1}{5}$ kg de mantequilla y 150 g de azúcar.

Si en el proceso de horneado la masa total se reduce un 15 %, ¿cuál es la masa de galletas, medida en kilogramos, que se obtiene luego seguir esta receta?

- A) 0,5525
- B) 0,5850
- C) 0,6500
- D) 0,7475

3. ¿Cuál de las siguientes opciones es equivalente a $\frac{a^4b^{-5}}{a^{-8}b^5}$?

A) $-\frac{a^{-12}}{b^{-10}}$

B) $-\frac{a^{-12}}{b^{10}}$

C) $\frac{b^{-10}}{a^{-12}}$

D) $\frac{b^{-10}}{a^{12}}$

E) $\frac{1}{a^{12}}$

4. Considera el siguiente número real:

$$x = \frac{5}{3 + \sqrt{2}}$$

¿Por cuál de las siguientes expresiones se debe multiplicar x para racionalizarlo?

A) $\frac{1}{3 + \sqrt{2}}$

B) $\frac{3 - \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

C) $\frac{3 + \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$

D) $\frac{15 - 5\sqrt{2}}{7}$

E) $\frac{11}{3 + \sqrt{2}}$

5. Considera los siguientes números: $A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $B = \frac{5}{\sqrt{3}}$, $C = \frac{1}{\sqrt{5}}$ y $D = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a un número racional?

A) $A + B \cdot C$

B) $B + C \cdot D$

C) $C + A \cdot B$

D) $\frac{D}{A}$

E) $\frac{A}{B}$

6. ¿Cuál de las siguientes condiciones es suficiente para asegurar que la expresión $\frac{\pi}{a}$ es un número irracional?

A) a es un número irracional.

B) a es un número racional.

C) a es un número entero.

D) a es un número natural.

7. La expresión $\sqrt{(a+b)} \cdot \sqrt[3]{(a-b)^2} \cdot \sqrt[4]{(a+b)^6} \cdot \sqrt[5]{(a-b)^{\frac{20}{3}}}$ es equivalente a:

A) $(a-b)^2$

B) $(a+b)^2$

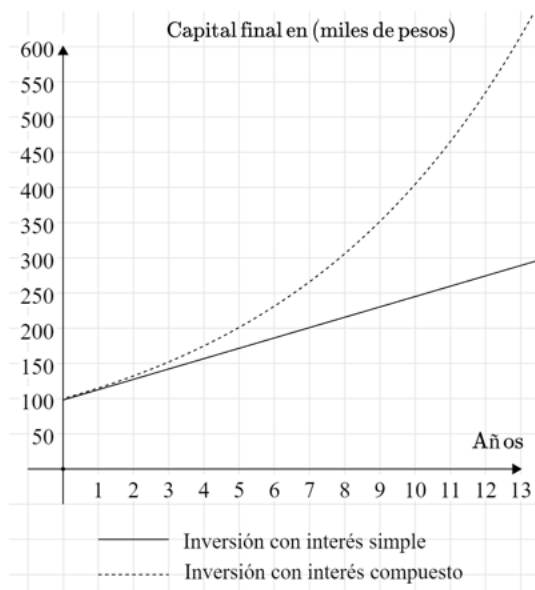
C) $a^2 - b^2$

D) $(a^2 - b^2)^2$

E) $(a^2 + b^2)^2$

8. En el ámbito financiero se suele hablar de depósitos con interés simple y depósitos con interés compuesto. En ambos se hace referencia a una inversión o un capital inicial C_0 , que después de un determinado número de períodos n aumenta según una tasa de interés $i\%$, obteniéndose un capital final C_F .

El capital final C_F según n , que tendrá una persona luego de depositar un capital inicial $C_0 = \$100\,000$, con una tasa de interés anual $i = 15\%$, se representa en el siguiente gráfico, en el que se muestran los dos tipos de depósitos ya mencionados.



A partir de la información anterior, ¿qué se puede afirmar correctamente?

- A) No importa qué tipo de inversión se elija, con interés simple o compuesto, ya que los primeros años se obtiene exactamente la misma ganancia.
- B) Para una inversión con un plazo de 5 años conviene más el interés simple, ya que entrega una ganancia de \$200 000, mientras que el interés compuesto entrega una ganancia de \$175 000.
- C) Para una inversión con un plazo de 10 años conviene más el interés compuesto, ya que entrega un capital final que es aproximadamente \$150 000 mayor que el entregado por una inversión con interés simple.
- D) Para una inversión con un plazo de 12 años, conviene más el interés simple, ya que entrega un capital final que es \$500 000 mayor que el capital final entregado por una inversión con interés compuesto.

9. Considera la liquidación de sueldo que se muestra a continuación, en la cual todos los valores se entregan en pesos chilenos:

Días Trabajados:	Días Licencia	Días Ausencia	Horas Base
30	0	0	45,0
Horas Extra	Tope Imponible	Tributable	Cargas
			0
Haberes		Descuentos	
Sueldo Base	1 200 000	AFP	175 500
Gratificación Mensual	150 000	Salud 7% (Fonasa)	94 500
TOTAL IMPONIBLE	1 350 000	Seguro Cesantía Trabajador	x
		Impuestos	y
		TOTAL DESC. LEGALES	290 000
		TOTAL OTROS DESC.	0
ALCANCE LÍQUIDO: z			

A partir de esta información, ¿qué se puede afirmar correctamente?

- A) El sueldo (o alcance) líquido que recibe el trabajador es $z = \$1\,080\,000$.
- B) De la sección de descuentos legales se puede deducir que $x = y = \$10\,000$.
- C) El descuento por concepto de AFP corresponde a un 13 % del sueldo bruto (o imponible).
- D) La suma $(x + y)$ corresponde, aproximadamente, a un 15 % del sueldo bruto (o imponible).

10. ¿Cuál es el valor de $\log_{27} 0, \overline{3}$?

A) $-\frac{1}{3}$

B) $-\frac{1}{9}$

C) $\frac{1}{9}$

D) $\frac{1}{3}$

E) 3

11. Un estudiante desea reducir al máximo la siguiente expresión.

$$2 \log_5 5a + 3 \log_5 5b + 4 \log_3 3a - 5 \log_3 b$$

Para ello aplica las propiedades de los logaritmos, pero en el procedimiento comete un error. El estudiante realiza los siguientes pasos:

Paso 1: Aplica la propiedad del logaritmo de una potencia:

$$\log_5 25a^2 + \log_5 125b^3 + \log_3 81a^4 - \log_3 b^5$$

Paso 2: Aplica la propiedad de la suma logaritmos:

$$\log_5 (25a^2 \cdot 125b^3 \cdot 81a^4) - \log_3 b^5$$

Paso 3: Reescribe el argumento del primer logaritmo:

$$\log_5 (3^4 5^5 a^6 b^3) - \log_3 b^5$$

Paso 4: Vuelve a reescribir el primer término, de modo que el 5^5 queda fuera del argumento del primer logaritmo:

$$5 + \log_5 (3^4 a^6 b^3) - \log_3 b^5$$

¿En qué paso cometió en el error?

A) Paso 1

B) Paso 2

C) Paso 3

D) Paso 4

12. Sean p , q y r números reales mayores que 1, tales que se cumple que $1 < p < q$.

A partir de lo anterior, ¿cuál de las siguientes desigualdades es **siempre** verdadera?

A) $\log_q r < \log_r p$

B) $\log_r q < \log_r p$

C) $\log_p q < \log_r q$

D) $\log_q r < \log_p r$

13. En electrónica un filtro es cualquier dispositivo con la capacidad de modificar una señal que pasa a través de él. En particular interesa el estudio de "filtros activos" que, en términos simples, son capaces de inyectar energía a un circuito eléctrico.

La ganancia G de un determinado filtro activo se puede modelar usando la siguiente expresión:

$$G = 20 \cdot \log \left[\frac{V_{\text{salida}}}{V_{\text{entrada}}} \right]$$

De modo que V_{entrada} es el voltaje que ingresa al filtro y V_{salida} el voltaje que sale del filtro, ambos medidos en volts (V).

Si en un circuito la ganancia es $G = 5$ y en él ingresa una señal con $V_{\text{entrada}} = 10 \text{ V}$, ¿cuál es el voltaje, medido en V, de la señal que sale del filtro?

- A) 10^5
- B) $10^{2,5}$
- C) $10^{1,25}$
- D) $10^{-0,75}$
- E) $10^{-1,75}$

14. En la siguiente tabla se presentan los valores aproximados de algunos logaritmos con base 10.

Log 3	0,4771
Log 4	0,6020
Log 5	0,6989

Considerando los valores de la tabla, ¿cuál de las siguientes expresiones representa $\log 12 + \log 60$?

- A) $6 \cdot (0,4771 + 0,6020)$
- B) $0,4771 + 0,6020 + 0,6989$
- C) $(0,4771 + 0,6020) \cdot 0,6989$
- D) $2 \cdot (0,4771 + 0,6020) + 0,6989$
15. El área de un rectángulo está dada por la expresión $(a^4 - a^3b + ab^3 - b^4) \text{ cm}^2$, de modo que $a > b$.

Si se sabe que el ancho del rectángulo mide $(a - b) \text{ cm}$, ¿cuántos cm mide su largo?

- A) $a^3 + b^3$
- B) $a^3 - b^3$
- C) $a^2 - ab + b^2$
- D) $a^2 + ab + b^2$

16. Si m y n son números reales, ¿cuál de las siguientes igualdades es **siempre** verdadera?

A) $(m + n)^2 = m^2 + n^2$

B) $(m - n)^2 = m^2 - n^2$

C) $(m + n)^2 - 2mn = m^2 + n^2$

D) $(m - n) + 2mn = m^2 - n^2$

17. Considera la siguiente ecuación en x , en la cual p y x son números reales.

$$\frac{3x}{2} + \frac{p}{3} = -\frac{x}{4} + 2p$$

Si la solución de la ecuación es $x = -1$, ¿cuál es el valor de p ?

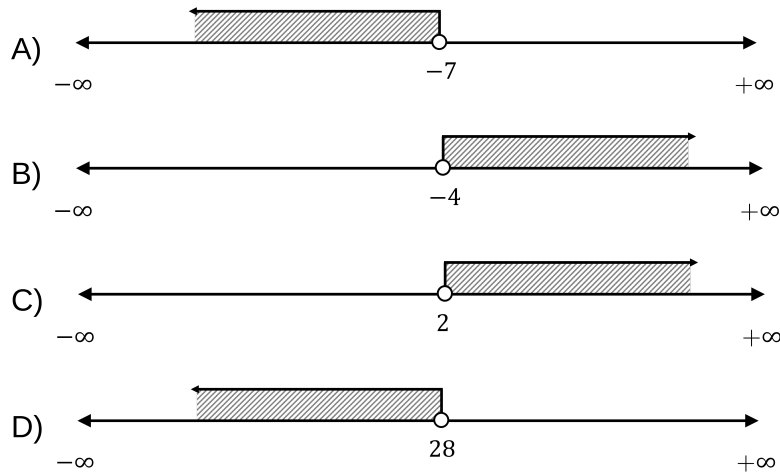
A) $-\frac{21}{20}$

B) $-\frac{5}{7}$

C) $\frac{9}{10}$

D) $\frac{3}{4}$

18. ¿Cuál de las siguientes figuras corresponde al conjunto solución de la inecuación $-3x + 6 < \frac{x}{2} + 20$?



19. Agustín tiene una alcancía con una cantidad M de monedas de dos tipos, de las cuales algunas son de \$500 y otras son de \$100. Al contar todas las monedas, Agustín se da cuenta que en su alcancía tiene un total de \$ P , situación que se modela con el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y = M \\ 100x + 500y = P \end{cases}$$

¿Qué se puede deducir correctamente sobre este sistema de ecuaciones?

- A) La primera ecuación representa el total de dinero que posee Agustín.
B) La segunda ecuación representa el total de monedas que posee Agustín.
C) La variable x representa la cantidad de monedas de \$10 que posee Agustín.
D) La variable y representa la cantidad de monedas de \$500 que posee Agustín.

20. El área comercial de una empresa está realizando un análisis de oferta y demanda para conocer la cantidad de productos Q que se deben fabricar y su precio de venta P en dólares (USD), de modo que se maximicen las ganancias.

Sobre la función de demanda se sabe que:

- Se puede modelar como una ecuación lineal de la forma $P = m_D \cdot Q + n_D$.
- Cuando el precio del producto es $P = \text{USD } 0$, el consumo es de $Q = 850$ unidades del producto.
- Cuando el precio es de $P = \text{USD } 50$, el consumo es de $Q = 50$ unidades del producto.

Sobre la función de oferta se sabe que:

- Se puede modelar como una ecuación lineal de la forma $P = m_O \cdot Q + n_O$.
- Cuando se fabrican $Q = 50$ unidades del producto, estas tienen un costo de $P = \text{USD } 6$.
- Cuando se fabrican $Q = 600$ unidades del producto el costo es de $P = \text{USD } 50$.

Si se sabe que el punto que maximiza las ganancias corresponde a la intersección entre las rectas que representan las ecuaciones de oferta y demanda, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones se debe resolver para determinar la cantidad óptima de productos que se debe fabricar?

A)
$$\begin{cases} 16P + Q = 850 \\ 25P + 2Q = 50 \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} 16P - Q = 850 \\ 25P + 2Q = 50 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 16P + Q = 850 \\ 25P - 2Q = 50 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} 16P - Q = 850 \\ 25P - 2Q = 50 \end{cases}$$

21. Considera el siguiente sistema de ecuaciones en x e y , en el cual a , b , c y d son números reales distintos de cero.

$$\begin{array}{l} ax + 2by = 3 \\ \hline 2cx + dy = 10 \end{array}$$

¿Qué se puede afirmar correctamente sobre este sistema?

- A) Si $ac = 2bd \neq \frac{3}{10}$, entonces el sistema no tiene solución.
- B) Si $ad = 4bc \neq \frac{3}{10}$, entonces el sistema no tiene solución.
- C) Si $ac = 2bd \neq \frac{3}{10}$, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
- D) Si $ad = 4bc \neq \frac{3}{10}$, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.

22. Considera el siguiente sistema de ecuaciones en x e y :

$$\begin{array}{l} 3x + 5y = 3 \\ \hline px - qy = 10 \end{array}$$

¿Para qué valores de p y q el sistema anterior tiene infinitas soluciones?

- A) $p = -10$ y $q = \frac{3}{2}$
- B) $p = -\frac{1}{10}$ y $q = -\frac{3}{50}$
- C) $p = \frac{1}{10}$ y $q = \frac{1}{3}$
- D) $p = 10$ y $q = -\frac{50}{3}$

23. Todos los cuerpos celestes del universo tienen la capacidad de atraer objetos hacia su centro, esto debido a su campo gravitatorio. La aceleración de gravedad, a_G , es justamente la aceleración con la que se mueve un objeto que es atraído por un determinado cuerpo celeste, la cual se relaciona matemáticamente con la fuerza de atracción gravitatoria, F_G , y la masa del objeto m , mediante la siguiente expresión:

$$a_G = \frac{F_G}{m}$$

Si se sabe que para cada cuerpo celeste a_G es constante, ¿qué se puede concluir correctamente a partir de esta expresión?

- A) Es posible establecer una función lineal $F_G(a_G)$ cuya pendiente es m .
 - B) Es posible establecer una función lineal $F_G(m)$ cuya pendiente es a_G .
 - C) Es posible establecer una función afín $F_G(a_G)$ cuya pendiente es m .
 - D) Es posible establecer una función afín $F_G(m)$ cuya pendiente es a_G .
24. El nivel de agua de un estanque era inicialmente de 240 cm y su contenido desciende a razón de 6 cm por minuto.

¿Cuál será el nivel del agua a los 40 minutos?

- A) 0 cm
- B) 6 cm
- C) 200 cm
- D) 234 cm

25. ¿Qué valor o valores debe tomar k para que la ecuación $x^2 + kx + 4 = 0$, en x , tenga una única solución?

- A) 4 y -4
- B) 2 y -2
- C) Solo 4
- D) Solo 16

26. Considera un trapecio cuya área es de 40 cm^2 y su altura es 7 cm menor que la medida de su base mayor.

Si b representa la medida de su base mayor, y la base menor es 5 cm menor que la base mayor, ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite encontrar el valor de b ?

- A) $2b^2 + 19b + 45 = 0$
- B) $2b^2 + 19b - 45 = 0$
- C) $2b^2 - 19b + 45 = 0$
- D) $2b^2 - 19b - 45 = 0$

27. La masa de una cría de jirafa, en kilogramos, en sus primeros años de vida, se puede modelar por la función $O(e) = \frac{e^2}{4} - e + 68$, donde e corresponde a la edad de la jirafa en meses.

¿A qué edad una cría de jirafa tiene una masa de 83 kg ?

- A) 3 meses
- B) 5 meses
- C) 6 meses
- D) 10 meses

28. Si x_1 y x_2 son las soluciones de la ecuación $12x^2 - 363 = 0$, ¿cuál es el valor de $|x_1 - x_2|$?
- A) -11
- B) $-\frac{11}{2}$
- C) $\frac{11}{2}$
- D) 11
29. Antonia es una de las competidoras de las Olimpiadas de Invierno para la prueba de lanzamiento de bala. Durante las prácticas, la función que modeló la altura alcanzada, en metros, por la bala fue $f(t) = -2t^2 + 5t$, donde t representa el tiempo transcurrido, en segundos, desde el lanzamiento. Si su desempeño en las Olimpiadas mantiene la función que modeló el lanzamiento en las prácticas, ¿cuál es la altura máxima, en metros, que alcanzará la bala?
- A) 1,250
- B) 2,500
- C) 3,125
- D) 3,750
30. Se tienen dos números enteros cuya suma es 100. Considerando el producto entre los pares de números que cumplen con esta condición, ¿con qué par de ellos el producto es máximo?
- A) 50 y -50
- B) 50 y 50
- C) 85 y 15
- D) 85 y -15

31. ¿Qué se puede afirmar correctamente sobre la función en los reales $f(x) = 5x^7$?

- A) Es una función simétrica respecto al eje Y.
- B) Es una función con dominio $f(x) > 0$.
- C) Se cumple que $f(-1) = f(1)$.
- D) Se cumple que $f(1) = -f(-1)$.

32. En la granja de Don Benito, hay gallinas y cerdos. Los cerdos se encuentran en un corral cercado con una malla, formando un círculo de radio 4 m. Este corral está inscrito dentro de un área cuadrada. Las gallinas se encuentran en un corral cuadrado, el cual se encuentra rodeado de una malla, formando un círculo de radio 4 m alrededor del corral cuadrado. Si al corral de los cerdos se le quita la malla, quedando en el área cuadrada, y a las gallinas se les quita la malla, quedando en el área circular, ¿cuántos m^2 de superficie adicional tendrían los cerdos y las gallinas?

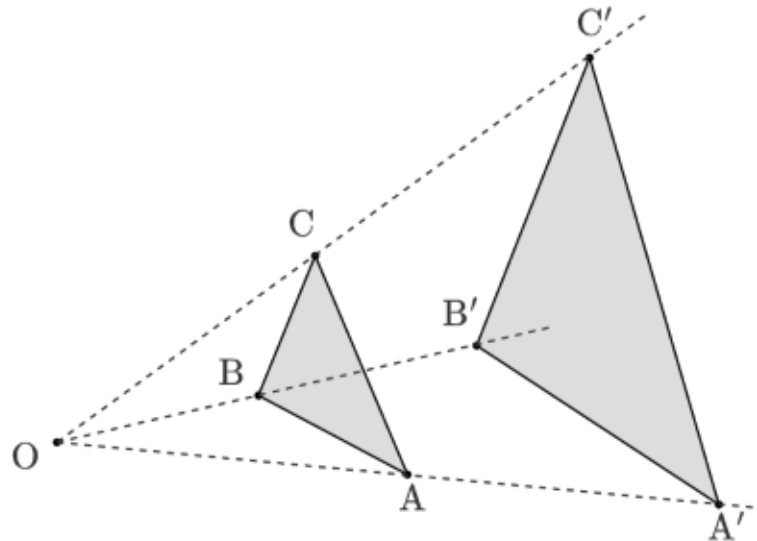
- A) 64
- B) 32
- C) $16 + 4\sqrt{2}$
- D) $16 - 4\sqrt{2}$

33. Se tiene un cuadrado de lado p. Si se construye un rombo, donde uno de sus lados es la diagonal del cuadrado de lado p y otro es construido sobre uno de los lados del cuadrado, ¿cuánto mide la diagonal menor del rombo?

- A) $\sqrt{3}p$
- B) $2p\sqrt{2}$
- C) $p\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$
- D) $p\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

34. Se traslada un cuadrado de lado 4 cm, en forma perpendicular a su plano, mediante un vector de desplazamiento de 12 cm de magnitud. ¿Cuál es el volumen del cuerpo generado?
- A) 16 cm^3
 - B) 48 cm^3
 - C) 144 cm^3
 - D) 192 cm^3
35. Sea ABCDE un pentágono regular cuyo centro es O. ¿Cuál es el ángulo en que se debe rotar el vértice D, en torno al centro O, para que el vértice D se mueva a la posición del vértice A?
- A) 72°
 - B) 144°
 - C) 156°
 - D) 180°
36. A un triángulo ABC se le aplica una homotecia de centro M (un punto fuera del triángulo) y razón -1 , seguida de una homotecia con el mismo centro y razón 3. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?
- A) La razón entre los perímetros del triángulo ABC y el obtenido posterior a la primera homotecia es 1.
 - B) La razón de homotecia entre el triángulo ABC y el obtenido posterior a las dos homotecias es 3.
 - C) La razón entre los perímetros del triángulo ABC y el obtenido posterior a las dos homotecias es 1 : 9.
 - D) La razón entre las áreas de los triángulos obtenidos en la primera homotecia y el obtenido posterior a las dos homotecias es 1 : 3.

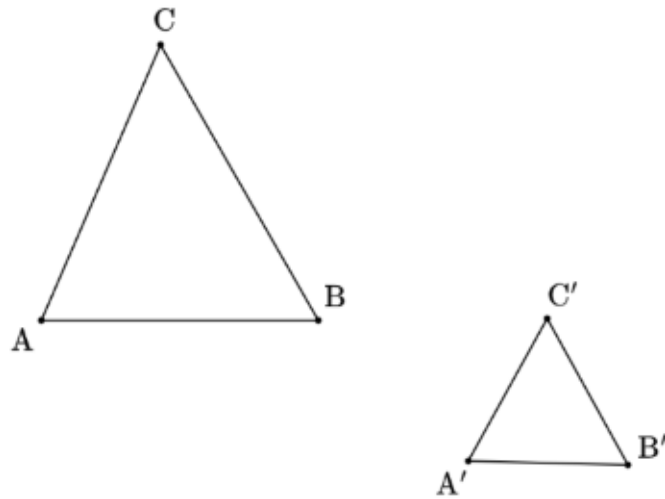
37. En la siguiente figura, el triángulo $A'B'C'$ es el triángulo homotético a ABC mediante una homotecia de centro O y razón $2,5$.



Si el perímetro del triángulo $A'B'C'$ es de 35 cm , ¿cuál es el perímetro del triángulo ABC ?

- A) 14 cm
- B) $32,5\text{ cm}$
- C) $87,5\text{ cm}$
- D) 196 cm

38. Considera una homotecia de centro O y razón k que transforma al triángulo ABC en el triángulo $A'B'C'$, como se muestra en la figura.



¿Cuál es la razón entre las alturas h_C y $h_{C'}$?

- A) k
- B) $-k$
- C) $\frac{1}{k}$
- D) $-\frac{1}{k}$

39. Samuel se encuentra en la búsqueda de su gatito perdido. Luego de unos minutos, observa que su gatito se ha subido a un árbol, y no ha podido bajar por sí solo. Para rescatarlo, apoya una escalera en el árbol con un ángulo de elevación de 60° y a 1,25 metros de separación del tronco del mismo. Al hacerlo, llega exactamente al punto en que se encontraba atrapado su gatito. Si el tronco del árbol se encuentra perpendicular al suelo, ¿a cuántos metros de altura se encontraba el gatito en el árbol?

A) 0,625

B) 0,625

C) $1,25\sqrt{3}$

D) $\frac{1,25\sqrt{3}}{3}$

40. Una persona observa desde la azotea de un edificio la colisión de un vehículo contra un poste del alumbrado público con un ángulo de depresión de 30° .

Si el auto chocado se encuentra a una distancia de $30\sqrt{3}$ metros de distancia del pie del edificio, ¿a qué altura, en metros, se encuentra el observador?

A) 30

B) 60

C) 90

D) 120

41. Si α corresponde a la medida de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo, ¿cuál de las siguientes expresiones es verdadera?

A) $\sin(\alpha) > 1$

B) $\sin(\alpha) \leq 1$

C) $0 < \sin(\alpha) < 1$

D) $0 \leq \sin(\alpha) \leq 1$

42. El consultorio de una ciudad recibe 200 pacientes a la semana. Con estos pacientes, se hace un estudio respecto a su estatura promedio. Se calcula que la estatura promedio de los pacientes es de 1,68 m. Se sabe que 75 pacientes se consideran como mujeres y la estatura promedio de ellas es de 1,63 m. Considerando la información anterior, ¿cuál será la estatura promedio de los pacientes que no se consideran como mujeres?

A) 1,67 m

B) 1,68 m

C) 1,70 m

D) 1,71 m

43. Considere los siguientes datos: 1 – 3 – 3 – 3 – 3 – 5 – 7 – 8 – 8 – 8 – 8 – 35.

Con respecto a estos datos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) El primer cuartil es igual a 3 y un 25 % de los datos son menores que él.

B) El percentil 50 es igual a 6 y un 50 % de los datos son menores que él.

C) El tercer cuartil es igual a 8 y un 75 % de los datos son menores que él.

D) El percentil 80 es igual a 8 y un 80 % de los datos son menores que él.

44. Considere el conjunto de datos positivos $P = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ cuya varianza es $\text{Var}(P)$. A este conjunto se le aplicarán tres transformaciones T_1 , T_2 , y T_3 , en este orden, generando un nuevo conjunto P' , las cuales se describen a continuación:

- T_1 : aumenta al doble cada dato.
- T_2 : aumenta en 3 unidades cada dato.
- T_3 : divide entre 2 cada dato.

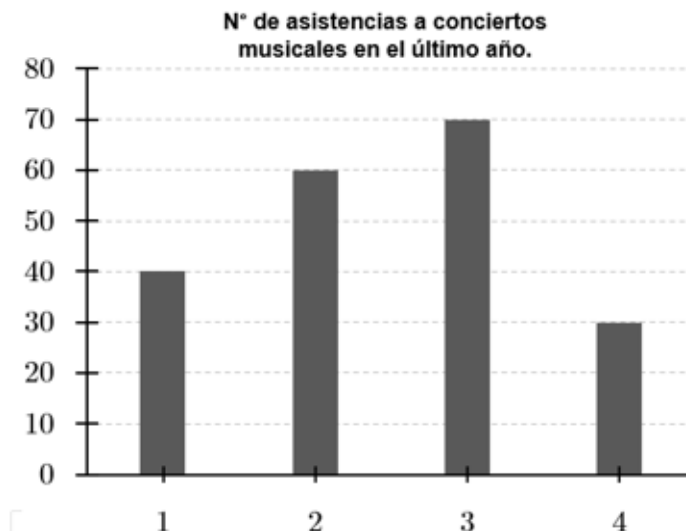
¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la varianza del conjunto P' ?

- A) $\text{Var}(P)$
- B) $2 \cdot \text{Var}(P)$
- C) $\frac{2}{3} \cdot \text{Var}(P)$
- D) $\frac{3}{2} \cdot \text{Var}(P)$
- E) $\frac{3}{2} + \text{Var}(P)$

45. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera, respecto a un conjunto cualquiera de datos numéricos ?

- A) La desviación estándar de los datos es menor al valor de la varianza.
- B) Si todos los datos son diferentes entre sí, entonces la desviación estándar es igual a cero.
- C) Si al menos uno de los datos es diferente al resto, la varianza es un número real positivo.
- D) Si todos los datos son iguales, entonces la desviación estándar de los datos coincide con su media aritmética.

46. Durante los preparativos de las fiestas de fin de año, una empresa decide regalar entradas a festivales musicales a sus trabajadores. Para tener más información respecto a la frecuencia con la que los trabajadores asisten a conciertos, se le consultó a cada uno de ellos a cuántos conciertos asistió durante el último año. Estos resultados se resumen en el siguiente gráfico.



¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la desviación estándar del número de asistencias a conciertos de este grupo de trabajadores?

A) $\sqrt{\frac{(1 - 2,45)^2 + (2 - 2,45)^2 + (3 - 2,45)^2 + (4 - 2,45)^2}{200}}$

B) $\sqrt{\frac{(1 - 50)^2 + (2 - 50)^2 + (3 - 50)^2 + (4 - 50)^2}{200}}$

C)

$$\sqrt{\frac{(1 + 2,45)^2 \cdot 40 - (2 + 2,45)^2 \cdot 60 - (3 + 2,45)^2 \cdot 70 - (4 + 2,45)^2 \cdot 30}{200}}$$

D) $\sqrt{\frac{(1 - 50)^2 \cdot 40 + (2 - 50)^2 \cdot 60 + (3 - 50)^2 \cdot 70 + (4 - 50)^2 \cdot 30}{200}}$

E)

$$\sqrt{\frac{(1 - 2,45)^2 \cdot 40 + (2 - 2,45)^2 \cdot 60 + (3 - 2,45)^2 \cdot 70 + (4 - 2,45)^2 \cdot 30}{200}}$$

47. Una prueba de conocimientos consta de 85 preguntas de selección múltiple, cada una con 5 opciones de respuesta de las cuales solo una de ellas es correcta.

Si Felipe responde esta prueba completamente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que acierte correctamente sólo en las primeras 25 preguntas?

- A) $\left(\frac{1}{5}\right)^{25} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{60}$
- B) $\left(\frac{1}{5}\right)^{60} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{25}$
- C) $\left(\frac{1}{5}\right)^{25} + \left(\frac{4}{5}\right)^{60}$
- D) $25 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{60} + 60 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{25}$
- E) $25 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{25} + 60 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{60}$

48. Durante un estudio se consultó a un grupo de personas por sus preferencias de estilo musical, entre rock (R) y soul (S), así como también sus preferencias de lugar turístico para visitar, entre mar (M) y nieve (N). Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

	R	S
M	a	b
N	c	d

De este grupo de personas se seleccionará una al azar y se definirán los siguientes eventos:

- R: la persona prefiere el rock.
- S: la persona prefiere el soul.
- M: la persona prefiere el mar.
- N: la persona prefiere la nieve.

Si se sabe que a, b, c y d son números enteros positivos, ¿cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A) $P(S|N) = \frac{b+d}{c+d}$

B) $P(N|S) = \frac{c+d}{b+d}$

C) $P(M|R) = \frac{a}{a+c}$

D) $P(M|S) = \frac{b}{a+b}$

E) $P(N|R) = \frac{c}{a+b+c+d}$

49. Se lanza al aire un dado de 8 caras, donde todas tienen la misma probabilidad de salir en un lanzamiento. Este dado está numerado con números naturales desde el 1 hasta el 8 (ambos incluidos) y sin repetirse.

Si se sabe que el resultado obtenido es múltiplo de 2, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 6?

A) $\frac{6}{8}$

B) $\frac{5}{8}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{2}$

50. En un experimento con solo dos resultados posibles, A y B, la probabilidad de que ocurra A es $\frac{1}{4}$. Si el experimento se repite 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que el evento B ocurra exactamente 3 veces ?

A) $\binom{10}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^7$

B) $\binom{10}{7} \left(\frac{3}{4}\right)^3$

C) $\binom{10}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^7 \left(\frac{3}{4}\right)^3$

D) $\binom{10}{7} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3$

51. Una máquina produce 12 000 tornillos diariamente.

Si durante un día se eligen al azar 600 tornillos y se sabe que el 3 % de la producción diaria resultó en tornillos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que 12 de los tornillos elegidos sean defectuosos?

$$\text{A) } \frac{\binom{11\,640}{588}}{\binom{12\,000}{600}}$$

$$\text{B) } \frac{\binom{360}{12}}{\binom{12\,000}{600}}$$

$$\text{C) } \frac{\binom{360}{12} \cdot \binom{11\,640}{588}}{\binom{12\,000}{600}}$$

$$\text{D) } \frac{\binom{360}{12} \cdot \binom{11\,640}{588}}{\binom{600}{588}}$$

52. Se sabe que a es un número entero positivo. Se puede determinar su valor si se sabe que:

(1) $a^2 = 1$

(2) $a - 1 = 0$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.

53. Se puede determinar la escala a la que se ha realizado una maqueta del vagón de un tren si se conoce que:

(1) La maqueta del vagón mide 15 cm de largo.

(2) El vagón real mide 25 cm de largo.

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.

54. Se puede determinar el eje de simetría de una reflexión en el plano cartesiano si se conoce:

- (1) Un punto y su respectiva imagen.
- (2) Un punto y la distancia con su imagen.

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.

55. Sean $(x + 3)$, $(x + 5)$ y $(x + 7)$ tres números naturales. Se puede determinar el valor de x si se sabe que:

- (1) La media aritmética de los números es 16.
 - (2) La mediana de los números tiene el mismo valor que la media aritmética de los números.
- A) (1) por sí sola.
 - B) (2) por sí sola.
 - C) Ambas juntas, (1) y (2).
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
 - E) Se requiere información adicional.