

# ENSAYO NACIONAL

## MATEMÁTICA M2



## INTRODUCCIÓN

Esta prueba contiene 55 preguntas, 50 de las cuales serán consideradas para el cálculo del puntaje final de la prueba. Hay preguntas de 4 opciones de respuesta

(A, B, C y D) y de 5 opciones (A, B, C, D y E). **En ambos casos, solo una de las opciones es correcta.**

Las respuestas a las preguntas se marcan en la hoja de respuestas que se encuentra al final del ensayo. Marca tu respuesta en la fila de celdillas que corresponda al número de la pregunta que estás contestando. Ennegrece completamente la celdilla, tratando de no salirte de sus márgenes. En este ensayo puedes utilizar el lápiz que consideres correcto, pero recuerda que en la PAES debes hacerlo exclusivamente con lápiz de grafito N° 2 o portaminas HB.

Contesta directamente en la hoja de respuesta. Puedes usar el resto del ensayo como borrador, pero deberás traspasar tus respuestas a la hoja de respuestas. Ten presente que para la PAES se considerarán exclusivamente las respuestas marcadas en la hoja de respuestas.

**En esta prueba se considera lo siguiente:**

1) Las figuras son solo indicativas.

2) Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares, cuyo origen es el punto  $(0, 0)$ .

3) El intervalo  $[a, b]$  es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que  $a$  y menores o iguales que  $b$ ; el intervalo  $]a, b]$  es el conjunto de todos los números reales mayores que  $a$  y menores o iguales que  $b$ ; el intervalo  $[a, b[$  es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que  $a$  y menores que  $b$ ; y el intervalo  $]a, b[$  es el conjunto de todos los números reales mayores que  $a$  y menores que  $b$ .

4)  $\vec{v} = (a, b)$  es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su punto final en el punto  $(a, b)$ , a menos que se indique lo contrario.

5) Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al 6, y en el experimento de lanzarlo, todas sus caras son equiprobables de salir.

6) En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.

## INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados, tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2), se puede llegar a la solución del problema. Es así que se deberá marcar la opción:

A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,

B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,

C) **Ambas juntas, (1) y (2)**, si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente,

D) **Cada una por sí sola, (1) ó (2)**, si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,

E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

## SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que	$\sim$	es semejante con
$>$	es mayor que	$\perp$	es perpendicular a
$\leq$	es menor o igual que	$\neq$	es distinto de
$\geq$	es mayor o igual que	$//$	es paralelo a
$\text{L}$	ángulo recto	$\in$	pertenece a
$\sphericalangle$	ángulo	$\overline{AB}$	trazo AB
$\log$	logaritmo en base 10	$ x $	valor absoluto de x
$\phi$	conjunto vacío	$x!$	factorial de x
$\approx$	es aproximado a	$\cap$	intersección de conjuntos
$\cup$	unión de conjuntos	$\vec{u}$	vector u
$A^c$	complemento del conjunto A		

1. ¿Cuál es el resultado de la expresión  $\frac{8^{2m} + 8^{4m}}{8^{7m} + 8^{5m}}$  ?

A)  $2^{21m}$

B)  $2^{6m}$

C)  $2^{-6m}$

D)  $2^{-9m}$

E)  $2^{-15m}$

2. Si  $a = \sqrt{b}$ ,  $b = \sqrt[4]{c}$  y  $c = \sqrt[6]{d}$  con  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  números reales positivos, ¿cuál de las siguientes relaciones es correcta?

A)  $b = 2 \cdot a^2$

B)  $c = a^8$

C)  $d = 4 \cdot b^2$

D)  $b^6 = 6 \cdot c$

3. Se define la expresión  $M = 1 - \frac{1}{1 - \sqrt{3}} + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}$ . ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde al valor de  $M^2 - 2\sqrt{3}$ ?

A)  $4 + 2\sqrt{3}$

B)  $4 - 2\sqrt{3}$

C) 4

D) 2

4. A continuación se presentan los primeros tres términos de una secuencia  $a_n$ , con  $n$  en los números naturales y su término general:

$$a_1 = -1 + \frac{3 \cdot (1) + 1}{3 \cdot (1)}$$

$$a_2 = -1 + \frac{3 \cdot (1) + 1}{3 \cdot (1)} + \frac{3 \cdot (2) + 1}{3 \cdot (2)}$$

$$a_3 = -1 + \frac{3 \cdot (1) + 1}{3 \cdot (1)} + \frac{3 \cdot (2) + 1}{3 \cdot (2)} + \frac{3 \cdot (3) + 1}{3 \cdot (3)}$$

$$a_n = -1 + \frac{3 \cdot (1) + 1}{3 \cdot (1)} + \frac{3 \cdot (2) + 1}{3 \cdot (2)} + \frac{3 \cdot (3) + 1}{3 \cdot (3)} + \dots + \frac{3n + 1}{3n}$$

¿Cuál es el valor numérico del cuarto término de la secuencia anterior?

A)  $\frac{13}{12}$

B)  $\frac{33}{36}$

C)  $\frac{47}{18}$

D)  $\frac{133}{36}$

5. Considere que P y Q son dos números reales ubicados en la recta numérica de la figura adjunta:



¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

- A)  $PQ < 0$
  - B)  $P + Q > 1$
  - C)  $0 < PQ < Q$
  - D)  $PQ > 1$
6. ¿Cuál de los siguientes números es irracional?

- A)  $\sqrt{(\sqrt{5})^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2}$
- B)  $\sqrt{4^2 + 5^2}$
- C)  $\sqrt{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{10})^2}$
- D)  $(\sqrt{6})^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

7. Considerando que  $p$  es un número real positivo, ¿cuál de las siguientes expresiones es **siempre** un número irracional?

A)  $\sqrt{p} + \sqrt{p}$

B)  $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{p}}$

C)  $\sqrt{\frac{p}{2p}}$

D)  $\frac{\sqrt{p}}{p}$

E)  $\sqrt{p} \cdot \sqrt{p}$

8. La Carga Anual Equivalente (CAE) es un indicador porcentual que permite comparar de manera objetiva el costo que se debe pagar por pedir un crédito. Este indicador incluye los intereses, gastos y seguros asociados al crédito, expresados en forma anual.

Si el CAE(CAE) se puede modelar como un tipo de interés simple, ¿cuál será la Carga Mensual Equivalente (CME) de un crédito cuyo CAE es de un 34 %?

A) 2,83 %

B) 27,00 %

C) 39,00 %

D) 204,00 %

9. Francisco está resolviendo un ejercicio en el que necesita reducir la siguiente expresión:

$$\log \sqrt[3]{32} + \log 2$$

Para ello, realiza los siguientes pasos de resolución, pero en uno de ellos comete un error:

**Paso 1:** Transforma la raíz del argumento del logaritmo en potencia:

$$\log 32^{\frac{1}{3}} + \log 2$$

**Paso 2:** Aplica la propiedad de suma de logaritmos:

$$\log \left( 32^{\frac{1}{3}} \cdot 2 \right)$$

**Paso 3:** Aplica la propiedad del logaritmo de una potencia:

$$\frac{1}{3} \log(2^4 \cdot 2)$$

**Paso 4:** Finaliza multiplicando los números en el argumento del logaritmo:

$$\frac{1}{3} \log 2^5$$

¿En qué paso se cometió el error?

- A) Paso 1
- B) Paso 2
- C) Paso 3
- D) Paso 4



10. Si se considera que  $\log(2) \approx 0,3$  y que  $\log(3) \approx 0,5$ ; ¿cuál de los siguientes valores es aproximadamente  $\log(\sqrt{6})$ ?

A) 0,4

B) 0,65

C)  $\sqrt{0,8}$

D)  $\sqrt{0,15}$

11. La intensidad del sonido se puede medir de varias maneras. Una de ellas es utilizando la "intensidad sonora" ( $\beta$ ) que se mide en decibels ( $\text{dB}$ ), mientras que otra manera es la "intensidad acústica" ( $I$ ) la cual corresponde a la energía que transporta la onda por unidad de superficie y su unidad de medida es watt sobre metro cuadrado  $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$ .

Estas intensidades se relacionan mediante la siguiente expresión:

$$\beta = 10 \cdot \log(I) + 120$$

¿Cuál de los siguientes sonidos, considerando la intensidad sonora que indica cada uno, tiene una intensidad acústica igual a  $10^{-7} \left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$ ?

A) Helicóptero (100  $\text{dB}$ )

B) Secador de Pelo (90  $\text{dB}$ )

C) Lluvia moderada (50  $\text{dB}$ )

D) Susurro (30  $\text{dB}$ )

E) Respiración (10  $\text{dB}$ )

12. Un trabajador desea verificar que su empleador esté cumpliendo con sus obligaciones e ingresa a su portal de la AFP a revisar si los últimos meses se ha pagado su cotización.

El trabajador observa en su cartola, que el mes de agosto su empleador pagó un monto de \$110 500, que corresponde al 13 % de su sueldo bruto. Según esta información, ¿qué monto de sueldo bruto debiese observar el trabajador en su liquidación del mes de agosto?

- A) \$110 500
- B) \$260 500
- C) \$850 000
- D) \$960 500

13. En un electivo artístico de 36 estudiantes, la razón entre quienes prefieren Música y quienes prefieren Artes Visuales es 1 : 8. En relación al total del grupo de estudiantes, ¿qué porcentaje elige Música?

- A) 10 %
- B)  $11,\overline{1}$  %
- C) 20 %
- D)  $22,\overline{2}$  %

14. Durante el lanzamiento de una colección primavera-verano, el precio de un vestido de diseñador aumentó un 40 % por alta demanda. Tres meses después, la tienda aplicó un 25 % de descuento en la temporada de liquidación para deshacerse del stock restante.

¿Cuál fue el cambio porcentual final en el precio del vestido respecto al valor original?

- A) Aumentó un 15 %
- B) Disminuyó un 5 %
- C) Aumentó un 5 %
- D) Permaneció igual

15. Se sabe que el área de un rectángulo viene dada por la expresión  $(7x^2 - 12x + 5)$ .

Si la medida de uno de sus lados se expresa por  $(x - 1)$ , ¿cuál es la expresión para la medida del otro lado del rectángulo?

- A)  $(7x + 5)$
- B)  $7(x + 1)$
- C)  $7(x - 1)$
- D)  $(7x - 5)$

16. Si  $n$  y  $p$  son números enteros distintos de cero. Al simplificar la expresión:

$$\frac{4^{2n+p}}{4^{n+p} - 4^p} - 16$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El resultado solo depende de  $n$ .
- B) El resultado solo depende de  $p$ .
- C) El resultado es constante para todo  $n$  y  $p$ .
- D) El resultado es  $(n + p) - 16$ .

17. Un diseñador gráfico debe crear un marco para un cartel rectangular de una exposición. Se sabe que el largo del cartel es  $(x + 3)$  cm y su perímetro está dado por la expresión  $(x + 4)^2 - (x - 2)^2$  cm. ¿Cuál es el ancho del cartel, en cm?

- A)  $6x + 6$
- B)  $5x + 3$
- C)  $4x + 4$
- D)  $x + 9$

18. ¿Qué expresión se obtiene al simplificar  $(a + b)^2 - (a - b)^2$ ?

- A) 0
- B)  $2a^2 + 2b^2$
- C)  $4ab$
- D)  $2ab$

19. En un curso, la razón entre la cantidad de estudiantes zurdos y diestros es de 2 es a 5. Después de que 3 estudiantes diestros se cambian de curso y se integran 2 estudiantes nuevos, que son zurdos, la nueva razón entre zurdos y diestros pasa a ser de 1 es a 2.

¿Cuántos estudiantes había originalmente en el curso?

- A) 42
- B) 48
- C) 49
- D) 54
- E) 56

20. En la siguiente ecuación:

$$\frac{2}{3} \left[ x - \left( 4 - \frac{3x}{2} \right) \right] + 5 = \frac{1}{2} (3x + 2)$$

¿Cuál es el valor de  $x$ ?

A)  $-8$

B)  $-6$

C)  $-\frac{5}{2}$

D)  $0$

E)  $8$

21. Camila va a una librería a comprar un libro y un cuaderno. El vendedor le comenta que el precio del libro que quiere comprar corresponde al doble del valor del cuaderno. Sin embargo, Camila nota que ese día la librería está ofreciendo un 25 % de descuento sobre el precio total de las compras. Si ese día, finalmente, Camila paga \$4500 en total , ¿cuál era el precio original del cuaderno?

A) \$1500

B) \$2000

C) \$2250

D) \$3000

E) \$4500

22. Martina es una emprendedora que realiza productos personalizados. Para la próxima feria en la que participará vendiendo sus productos, recibe la siguiente información:



Martina cuenta con un presupuesto máximo de \$180 000 para dicha feria y ella puede fabricar tazas personalizadas, que tienen un costo de \$2500 cada una, y poleras estampadas, que cuestan \$5500 cada una. Si decide llevar 60 artículos en total, que es el máximo permitido por stand en la feria, entonces, ¿cuál es la mayor cantidad de poleras personalizadas que puede producir, sin superar su presupuesto?

- A) 10
- B) 15
- C) 32
- D) 45

23. ¿Cuál es el conjunto solución de la inecuación  $\frac{3x - 4}{2} - \frac{x + 1}{3} > \frac{2x + 5}{6}$  ?

- A)  $x > 2$
- B)  $x > 3,8$
- C)  $x < 2$
- D)  $x < 3,8$

24. En una juguetería hay un canasto con dos tipos de peluches que se muestran a continuación:



**Peluche A**



**Peluche B**

La persona encargada del orden de la tienda cuenta el total de cabezas y extremidades (patas o tentáculos) que hay en el canasto, obteniendo un total de 78 cabezas y 210 extremidades.

¿Cuántos peluches del tipo A hay en el canasto?

- A) 24
- B) 38
- C) 40
- D) 54
- E) 60

25. Considera el siguiente sistema de ecuaciones en  $x$  e  $y$ :

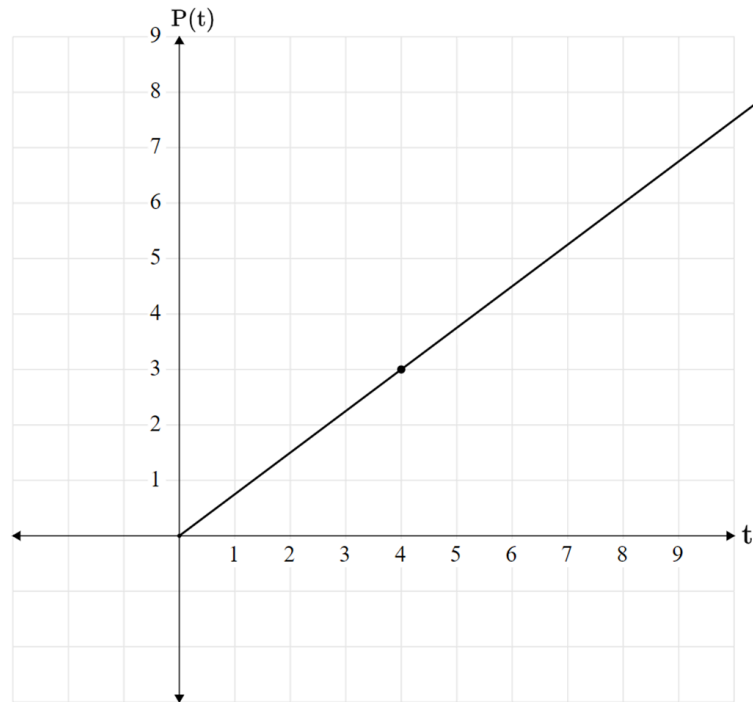
$$\begin{cases} 3x - 2y = 20 \\ -ax + 2y = 0 \end{cases}$$

¿Qué se puede afirmar correctamente sobre este sistema?

- A) Si  $a = 3$ , el sistema no tiene solución.
- B) Si  $a = 3$ , el sistema tiene infinitas soluciones.
- C) El sistema tiene solución única para cualquier valor de  $a$ .
- D) El sistema tiene infinitas soluciones para cualquier valor de  $a$ .



26. La siguiente gráfica representa cómo cambia, en el tiempo, la posición de un objeto A que viaja con velocidad constante y en línea recta y cuyo movimiento se puede modelar usando una función lineal de la forma  $P(t) = v \cdot t + P_0$ , de modo que  $v$  es la velocidad del objeto y  $P_0$  su posición inicial.



Si se considera un cuerpo B que se mueve, también en línea recta, en el mismo sistema de referencia y de unidades que A, ¿cuál de las siguientes funciones representa el movimiento del objeto B que nunca se cruza con el cuerpo A?

A)  $q(t) = \frac{4}{3}t$

B)  $r(t) = \frac{4}{3}t + 3$

C)  $s(t) = \frac{3}{4}t$

D)  $u(t) = \frac{3}{4}t + 3$

27. Considera la función de la forma  $f(x) = mx + n$ , con  $m$  y  $n$  números reales.

¿Qué se puede afirmar correctamente esta sobre esta función?

- A) Si  $m > 0$  la función es siempre positiva, ya que la función es creciente.
- B) Si  $n > 0$  la función es siempre positiva, ya que su coeficiente de posición es positivo.
- C) Si  $n = 0$  la función pasa por el origen, ya que se cumple que  $f(0) = n = 0$ .
- D) Si  $m = 1$  la función es constante, ya que se cumple que  $f(1) = 1 + n$ .

28. En una empresa están analizando la efectividad de un fertilizante y para ello estudian cómo cambia su concentración, en el tiempo, luego de aplicarlo sobre un cultivo.

A continuación, se muestran algunos de los datos registrados en un estudio de laboratorio:

Tiempos (días)	Concentración de fertilizante $\left(\frac{\text{gr}}{\text{cm}^2}\right)$
0	200
6	182
10	150

Si se sabe que la función que modela la concentración de fertilizante según el paso del tiempo  $t$ , medido en días, tiene la forma  $f(t) = at^2 + bt + c$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales, ¿después de cuántos días la concentración de fertilizante sobre el cultivo es cero?

- A) 18
- B) 19
- C) 20
- D) 21
- E) 22

29. En una empresa están haciendo un análisis de los ingresos ( $I$ ) que podría aportar la venta de un determinado producto. Los ingresos se calculan usando la expresión:

$$I = P \cdot Q$$

en la cual  $P$  es el precio unitario de venta y  $Q$  es la cantidad de productos fabricados. A su vez, el precio del producto depende de la cantidad fabricada según la siguiente relación:

$$P = (100 - 5Q)$$

¿Para qué valores de  $Q$  los ingresos percibidos por la venta de este producto son nulos?

- A)  $Q = -20$  y  $Q = 0$ .
  - B)  $Q = -10$  y  $Q = 10$ .
  - C)  $Q = 0$  y  $Q = 20$ .
  - D)  $Q = -10$  y  $Q = 20$ .
30. Las raíces de una función cuadrática  $f(x)$  son  $x_1 = m$  y  $x_2 = n$ , de modo que  $m$  y  $n$  son números reales distintos y positivos.

¿Cuál de las siguientes coordenadas corresponde al vértice de la función  $f$ ?

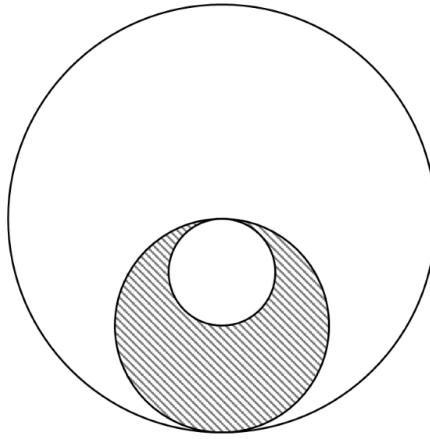
- A)  $\left(\frac{m+n}{2}, 0\right)$
- B)  $\left(\frac{m+n}{2}, -5\right)$
- C)  $\left(3, \frac{m+n}{2}\right)$
- D)  $\left(0, \frac{m+n}{2}\right)$

31. Una diseñadora está tratando de optimizar los espacios de su taller y ha optado por poner una mesa cuya cubierta tenga forma de triángulo rectángulo de manera que, visto desde arriba, los catetos de la mesa coincidan con los muros contiguos que forman una de las esquinas del taller.

Si las dimensiones de dichos muros son de 1,5 m y 2 m, ¿cuál será el perímetro máximo de la mesa?

- A) 6 m
- B) 5 m
- C) 3,5 m
- D) 2,5 m

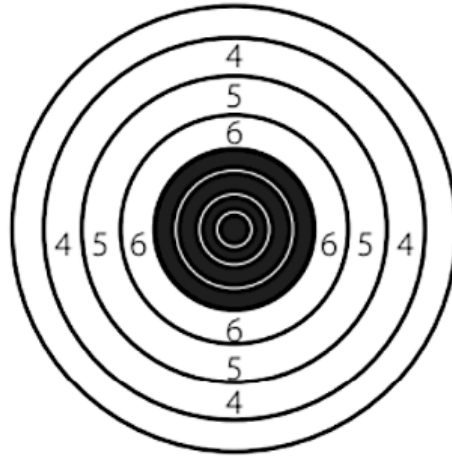
32. La siguiente figura modela un ojo formado por tres círculos, tal que sus radios están en razón  $1 : 2 : 4$ .



Si el radio mayor mide  $R$  cm y las circunferencias son tangentes entre sí como se muestra en la figura, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el área achurada?

- A)  $\frac{\pi R^2}{16}$
- B)  $\frac{3\pi R^2}{16}$
- C)  $\frac{\pi R^2}{4}$
- D)  $\frac{3\pi R^2}{4}$

33. La siguiente figura representa un tiro al blanco formado por circunferencias concéntricas (es decir, que tienen el mismo centro). La circunferencia menor tiene un radio de 10 cm y la distancia que hay entre una circunferencia y otra es de 10 cm.



¿Cuál es el área de la zona oscura del tiro al blanco?

- A)  $80\pi \text{ cm}^2$
- B)  $1225\pi \text{ cm}^2$
- C)  $1600\pi \text{ cm}^2$
- D)  $1800\pi \text{ cm}^2$

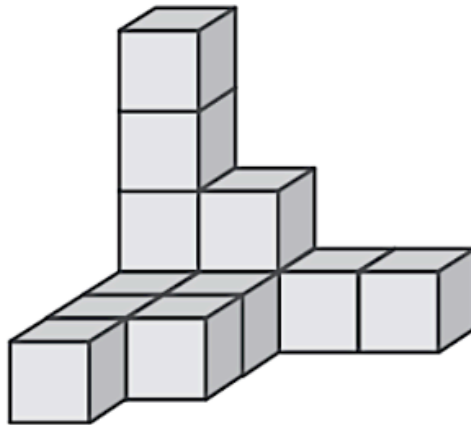
34. Un estudiante desea enmarcar una ilustración redonda en un marco cuadrado, tal como se muestra en la figura.



Si el marco tiene un lado interno de 45 cm y la ilustración un diámetro de 15 cm, ¿cuál debe ser el área de paspartú del cuadro, es decir, la zona enmarcada que no corresponde a la ilustración?

- A)  $(45 - 15\pi)^2 \text{ cm}^2$
- B)  $(45^2 - 15^2\pi)^2 \text{ cm}^2$
- C)  $\left(45 - \frac{15}{2}\pi\right)^2 \text{ cm}^2$
- D)  $\left(45^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 \pi\right) \text{ cm}^2$

35. Fernando apila una serie de cajas cúbicas formando una estructura tal como muestra la siguiente figura:

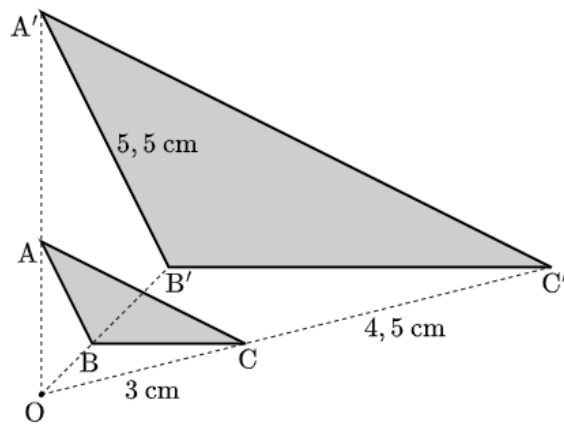


¿Cuál es el volumen de la estructura si el área de cada cara de las cajas mide  $4 \text{ cm}^2$ ?

- A)  $96 \text{ cm}^3$
- B)  $104 \text{ cm}^3$
- C)  $264 \text{ cm}^3$
- D)  $312 \text{ cm}^3$



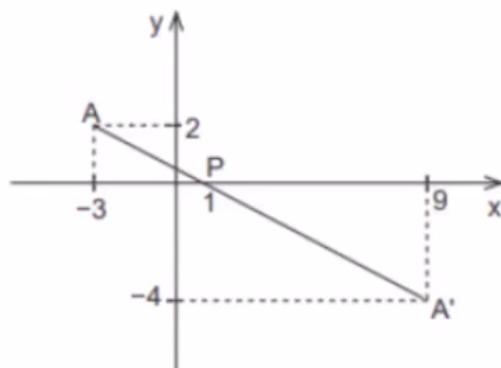
36. En el figura se muestra una homotecia aplicada al triángulo  $ABC$  con centro el punto  $O$  obteniéndose el triángulo  $A'B'C'$ .



Si  $OC = 3\text{ cm}$ ,  $CC' = 4,5\text{ cm}$  y  $A'B' = 5,5\text{ cm}$ , ¿cuál es la medida de  $\overline{AB}$ ?

- A)  $2,2\text{ cm}$
- B)  $2,5\text{ cm}$
- C)  $7,5\text{ cm}$
- D)  $8,8\text{ cm}$

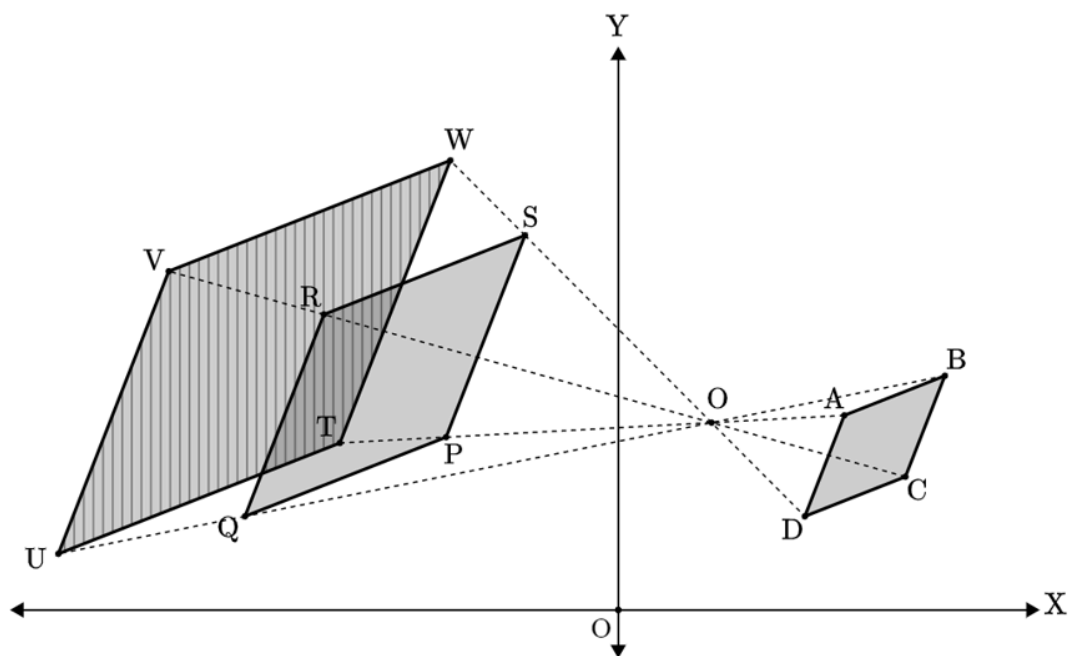
37. En la figura se muestra una homotecia aplicada al punto  $A$  con centro el punto  $P$ , obteniéndose el punto  $A'$ .



Si la misma homotecia se aplica al punto  $B(0, 4)$ , ¿cuál es el punto imagen de  $B$ ?

- A)  $(2, -8)$
- B)  $(3, -8)$
- C)  $(6, -8)$
- D)  $(3, -4)$
- E)  $(2, -6)$

38. En la figura se muestra dos homotecias que fueron aplicadas al polígono ABCD con centro el punto O. La primera homotecia de razón  $-2$  genera el polígono PQRS, mientras que la segunda de razón  $-2,8$  genera el polígono TUVW:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) Para obtener el polígono TUVW a partir de una homotecia de centro O aplicada al polígono PQRS es necesario que la razón de homotecia sea igual a  $-0,8$ .
- B) Para obtener el polígono ABCD a partir de una homotecia de centro O aplicada al polígono TUVW es necesario que la razón de homotecia sea igual a  $2,8$ .
- C) El perímetro de TUVW es  $0,8$  veces mayor que el perímetro de ABCD.
- D) El área de TUVW es  $(2,8)^2$  veces mayor que el área de ABCD.

39. Considere el triángulo  $ABC$  en el plano cartesiano, donde las coordenadas de sus vértices son  $A(3, 7)$ ,  $B(3, 12)$  y  $C(-3, 12)$ .

Si  $\alpha$  es el menor ángulo interior de este triángulo, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el valor de  $\cos(\alpha)$ ?

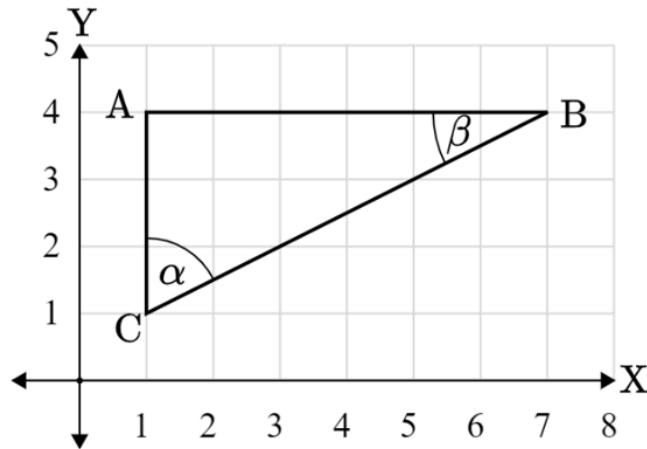
A)  $\frac{5}{\sqrt{36 + 25}}$

B)  $\frac{6}{\sqrt{36 + 25}}$

C)  $\frac{5}{11}$

D)  $\frac{6}{11}$

40. Considere el triángulo ABC que se muestra en la siguiente figura:



¿Cuál de las siguientes igualdades es correcta?

A)  $\sin(\alpha) + \cos(\beta) = \frac{2}{\sqrt{5}}$

B)  $\tan(\alpha) - \tan(\beta) = -\frac{3}{2}$

C)  $\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \tan(\beta) = \frac{2}{5}$

D)  $(\sin(\alpha) + \sin(\beta))^{-1} = \sqrt{5}$

41. Considere los siguientes vectores:  $\vec{a} = (-3, 2m)$  y  $\vec{b} = (m, -4)$  con  $m$  un número real negativo.

¿Cuál de los siguientes valores puede tomar  $m$  para que el módulo de  $(\vec{a} + \vec{b})$  sea igual a  $3|m|$ ?

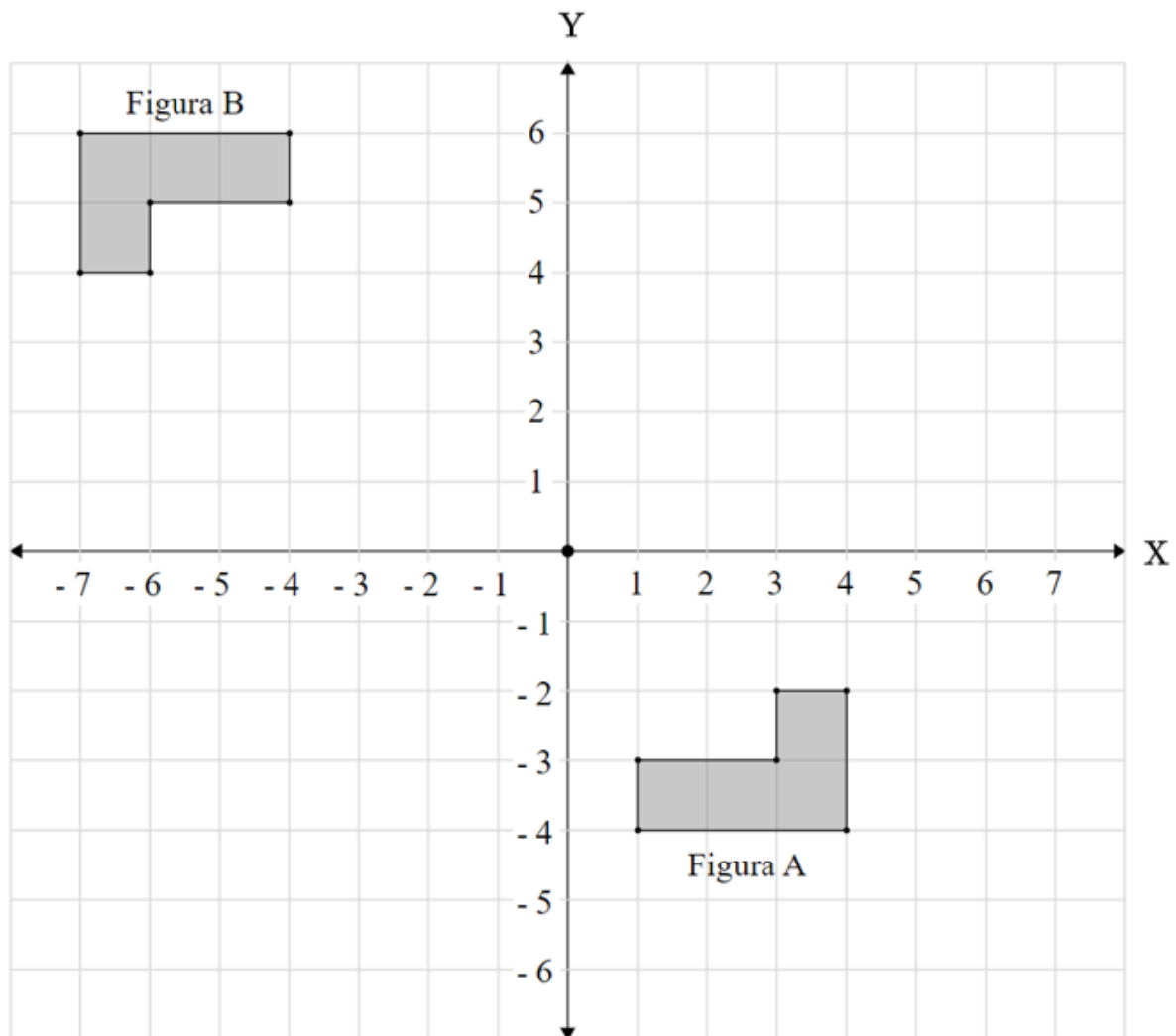
A)  $\frac{-11 + \sqrt{221}}{4}$

B)  $\frac{-11 - \sqrt{221}}{4}$

C)  $-44 - \sqrt{221}$

D)  $-44 + \sqrt{221}$

42. Considere las figuras A y B que se muestran en el siguiente plano cartesiano:



¿Cuál de las siguientes series de transformaciones isométricas permiten obtener la figura B a partir de la figura A?

- A) Una simetría con respecto al eje  $X$ , seguida de una simetría con respecto a la recta  $x = -2$ .
- B) Una rotación en un ángulo de  $180^\circ$  con respecto al punto  $(1, -2)$ , seguida de una traslación mediante el vector  $(-5, 6)$ .
- C) Una simetría central con respecto al origen, seguida de una traslación mediante el vector  $(2, -3)$ .
- D) Una reflexión con respecto al eje  $X$ , seguida de una reflexión con respecto al eje  $Y$  y finalmente una traslación mediante el vector  $(3, 2)$ .

43. La siguiente tabla muestra la distribución de frecuencias de los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes que rindieron una prueba de Anatomía:

Puntaje	Frecuencia
10	15
15	8
20	20
25	15
30	42

¿Cuál de las siguientes **argumentos** es correcto?

- A) Al menos el 50 % de los estudiantes obtuvieron un puntaje menor o igual a 25 puntos ya que 25 es la mediana de los puntajes.
- B) La moda de los puntajes es igual a 30 ya que este es el mayor valor de la variable puntajes.
- C) La media aritmética de los puntajes es igual a 20 puntos ya que se obtiene al sumar  $10 + 15 + 20 + 25 + 30$  y el resultado dividirlo entre 5.
- D) Menos de un 15 % de los estudiantes que rinden la prueba obtuvieron 10 puntos en la prueba ya que su frecuencia absoluta es igual a 15.



44. Daniel celebra su cumpleaños y registra la edad de sus 8 invitados presentes, en años, en la siguiente tabla:

Invitada/o	Edad (años)
Virginia	35
Lidia	36
Camila	21
Carla	30
Valentina	19
Montserrat	25
Juan	35
Samuel	30

Considere que  $Q_3$  representa el valor del tercer cuartil de las edades de estos invitados. Si Daniel sabe que en un auto vienen 4 invitados más, de 16 que faltan por asistir, ¿cuál de los siguientes grupos de invitados debería llegar a la celebración para el tercer cuartil de las edades del nuevo grupo de invitados presentes disminuya en 0,5 años con respecto a  $Q_3$ ?

A)

Invitada/o	Julia	Amelia	Jorge	Camilo
Edad (años)	37	40	37	31

B)

Invitada/o	Alexandro	Héctor	Vicente	Alan
Edad (años)	18	24	22	18

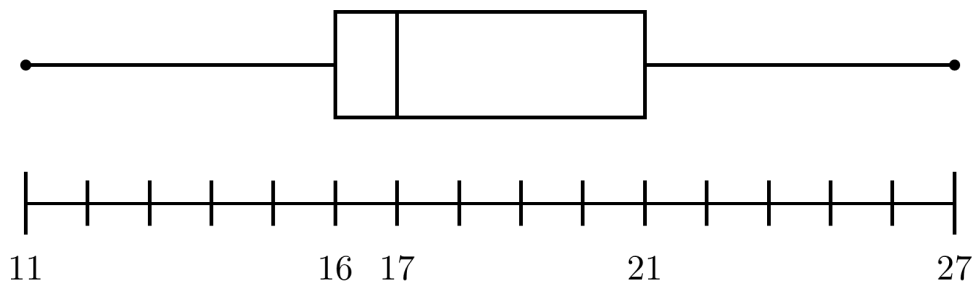
C)

Invitada/o	Pablo	Amanda	Thiare	Benjamín
Edad (años)	38	38	24	40

D)

Invitada/o	Juan Antonio	Michelle	Gladys	Susana
Edad (años)	22	31	34	32

45. El diagrama de cajón adjunto representa la distribución de las edades, de un grupo de invitados que asisten a una fiesta:



Edades (en años)

A partir de la información entregada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** correcta?

- A) El valor del rango intercuartil de las edades es menor que la diferencia, en este orden, entre los valores del primer cuartil y el mínimo de los datos.
- B) Si el total de invitados fue de 60 personas, entonces al menos dos invitados que asistieron tenían 16 años.
- C) Si el total de invitados fue de 101 personas, entonces al menos uno de los invitados tenía una edad igual a 17 años.
- D) Las personas mayores de 16 años y menores de 21 años conforman exactamente el 50 % del total de invitados.

46. La siguiente tabla muestra las masas de diversos compuestos químicos utilizados en el proceso de fabricación de un medicamento:

Masa (g)	Frecuencia
20	5
30	12
40	23
50	10

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la desviación estándar, en gramos, de la masa de los compuestos?

A)  $\sqrt{\frac{(37,6 - 20)^2 + (37,6 - 30)^2 + (37,6 - 40)^2 + (37,6 - 50)^2}{50}}$

B)  $\sqrt{\frac{5 \cdot (20 - 37,6)^2 + 12 \cdot (30 - 37,6)^2 + 23 \cdot (40 - 37,6)^2 + 10 \cdot (50 - 37,6)^2}{50}}$

C)  $\sqrt{\frac{5 \cdot (20 - 35)^2 + 12 \cdot (30 - 35)^2 + 23 \cdot (40 - 35)^2 + 10 \cdot (50 - 35)^2}{50}}$

D)  $\sqrt{\frac{5 \cdot (20 - 37,6)^2 + 12 \cdot (30 - 37,6)^2 + 23 \cdot (40 - 37,6)^2 + 10 \cdot (50 - 37,6)^2}{4}}$

E)  $\sqrt{\frac{(20 - 35)^2 + (30 - 35)^2 + (40 - 35)^2 + (50 - 35)^2}{4}}$

47. Durante un semestre Camilo obtiene las siguientes notas en una asignatura:

4, 5; 6, 2; 3, 4; 5, 6 y 4, 1.

Gracias a bonificaciones que tenía reservadas, aumentó cada una de sus notas obteniendo finalmente:

4, 8; 6, 5; 3, 7; 5, 9 y 4, 4.

¿Cuál de los siguientes **argumentos** es válido con respecto a la situación anterior?

- A) El rango de las notas obtenidas luego de aplicar las bonificación es igual al rango inicial de las notas ya que la nueva media aritmética de las notas es mayor que la inicial.
- B) La desviación estándar de las notas obtenidas luego de aplicar las bonificaciones es positiva ya que las notas son números decimales no enteros.
- C) La varianza de las notas, antes y después de aplicar las bonificaciones, es la misma porque sus notas aumentaron en una cantidad menor que 1.
- D) La desviación estándar de las notas, antes y después de aplicar las bonificaciones, es la misma porque cada nota aumentó en 0, 3.

48. Dos tómbolas contienen 5 bolitas cada una. En cada una de las tómbolas, las bolitas están numeradas del uno al cinco.

Si se extrae una bolita de cada tómbola, ¿cuál será la probabilidad de que ambas bolitas muestren el mismo número, si se sabe que la suma de los números es menor que 7?

- A)  $\frac{2}{25}$
- B)  $\frac{3}{25}$
- C)  $\frac{1}{5}$
- D)  $\frac{15}{25}$

49. La Señora Marta dispone de 5 libros distintos de gastronomía francesa y 3 libros distintos de gastronomía italiana. ¿De cuántas maneras diferentes los puede ordenar en su estante, si los libros de gastronomía francesa deben permanecer juntos?

- A)  $9!$
- B)  $5! \cdot 4! \cdot 3!$
- C)  $3! \cdot 5! \cdot 4$
- D)  $2! \cdot 5! \cdot 4$

50. Una empresa de tecnología se dedica a la fábrica de discos duros. Durante este proceso, se detecta que el 10 % de la producción mensual resultó defectuosa mientras que el resto no tuvo problemas.

Si se elige al azar una muestra de 50 de estos dispositivos, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde a la probabilidad de que exactamente 15 de los dispositivos elegidos sean defectuosos?

- A)  $\binom{50}{15} \cdot (0,1)^{15} \cdot (0,9)^{35}$
- B)  $\binom{50}{15} \cdot (0,9)^{15} \cdot (0,1)^{35}$
- C)  $\binom{50}{35} \cdot (0,1)^{15} \cdot (0,9)^{35}$
- D)  $\binom{50}{35} \cdot (0,9)^{15} \cdot (0,1)^{35}$

51. En una empresa hay 3 supervisores que revisan un mismo formato de trabajo. El supervisor 1 revisa el 45 % de los formatos, el supervisor 2 revisa el 30 % y el supervisor 3 el 25 % restante. Se sabe que la probabilidad de que un formato sea aprobado depende del supervisor que lo corrija, siendo las probabilidades 0,9; 0,8 y 0,7, respectivamente.

Si se elige un formato al azar entre todos los revisados, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido aprobada?

- A) 0,79
- B) 0,82
- C) 0,85
- D) 0,87
- E) 0,89

52. Se puede conocer el valor numérico de la expresión:

$$\frac{(a^2)^{x+1}}{(a^{\frac{x}{2}})^2}$$

si sabemos que:

(1)  $x = 1$

(2)  $a = 2$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

53. Sea la ecuación cuadrática en  $x$ :

$$k(x - 1)^2 + t = 5, \text{ con } k \neq 0.$$

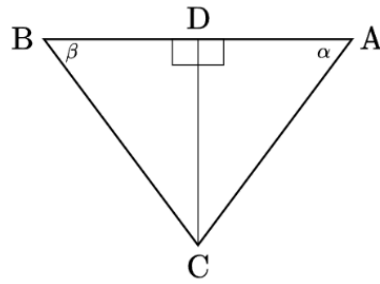
Se puede determinar que las soluciones de esta ecuación son reales e iguales si:

$$(1) \ t = 5$$

$$(2) \ -4kt + 20k = 0$$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

54. Considere el triángulo  $ABC$  isósceles en  $C$  de la figura tal que  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ :



Entonces se podría determinar el valor de  $\text{sen}(\beta)$  si se sabe que:

(1)  $\text{sen}(\alpha) = 0,6$

(2)  $AB = 25 \text{ cm}$  y  $CD = 12 \text{ cm}$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola (1) ó (2).
- E) Se requiere información adicional.



55. Considere un experimento aleatorio y dos eventos  $A$  y  $B$  de este experimento. Se puede asegurar que  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  si se sabe que:

(1) Los eventos  $A$  y  $B$  son mutuamente excluyentes.

(2) La probabilidad de que ocurra  $A$  es mayor a la probabilidad de que ocurra  $B$ .

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.