

Proyecto de curso

El Problema de Minimizar el extremismo presente en una Población (MinExt)

Análisis de Algoritmos II
Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación

Profesor Jesús Alexander Aranda

Monitor Mauricio Muñoz

Julio de 2025

1. Introducción

El presente proyecto tiene por objeto verificar que los estudiantes han adquirido el siguiente resultado de aprendizaje:

Construye modelos de optimización en términos de parámetros, variables, restricciones y función objetivo, a partir de un problema determinado, para explorar soluciones prácticas utilizando herramientas computacionales de modelamiento y solvers existentes.

Para ello, los estudiantes deben demostrar que logran:

- Utilizar el método branch and bound para resolver problemas de programación binaria, entera y mixta.
- Usa técnicas de programación lineal para modelar/solucionar problemas de programación lineal en términos de parámetros, variables, restricciones y función objetivo.
- Usa técnicas de programación entera para modelar/solucionar problemas de programación entera en términos de parámetros, variables, restricciones y función objetivo.
- Usa técnicas de programación entera mixta para modelar/solucionar problemas de programación entera mixta en términos de

parámetros, variables, restricciones y función objetivo.

- Usa un lenguaje de modelamiento para escribir y probar modelos de programación lineal, entera y entera mixta.

Para ello el estudiante:

- Desarrolla un programa utilizando tecnologías de programación adecuadas para resolver en grupo un proyecto de programación planteado por el profesor.
- Escribe un informe de proyecto, presentando los aspectos más relevantes del desarrollo realizado, para que un lector pueda evaluar el proyecto.
- Desarrolla una presentación digital, con los aspectos más relevantes del desarrollo realizado, para sustentar el trabajo ante los compañeros y el profesor.

2. El Problema de Minimizar el extremismo presente en una población: MinExt

2.1. Contexto del problema

El extremismo, es un fenómeno que se presenta cada vez de forma más frecuente en nuestra socie-

dad, este fenómeno se agudiza cuando las sociedades se tienden a dividir en dos grandes bandos, de tamaños similares, donde la opinión de cada bando es totalmente opuesta a la del otro.

El nivel de extremismo presente en una sociedad se puede medir de diversas maneras, una forma de hacerlo es considerando el esfuerzo requerido para llevar a toda la población a una posición central. Donde con una posición central o moderada se refiere a que todas las personas han alcanzando una opinión en un rango que se considera como moderado o central con respecto a un tema.

Entendiendo que un alto nivel de extremismo, al menos en algunos casos, tiene un potencial efecto corrosivo y perjudicial en el funcionamiento de comunidades, sociedades y democracias, es interesante estudiar estrategias que permitan reducir el extremismo. Sin embargo, los esfuerzos para reducir el extremismo tienen un costo que puede ser muy alto, por ende la toma de decisiones que se tomen en pro de reducir el extremismo constituye un problema bastante relevante y es el tema central de este proyecto.

En este miniproyecto, partiendo de las opiniones iniciales de una población, se determinará que esfuerzos se harán para cambiar la opinión de algunos con el fin de alcanzar el menor nivel de extremismo, entendiendo que los esfuerzos tienen un costo y que este no puede ser más elevado de un umbral definido.

2.2. El problema

El problema de minimizar el extremismo en una población consiste en decidir qué esfuerzos se harán para cambiar la opinión de un grupo de personas y hacia donde, teniendo en cuenta que cada esfuerzo cuesta y que hay recursos limitados, de tal forma que la población termine lo menos extremista posible.

En un ejemplo simplificado, imagine que en una población de tamaño 10, donde tenemos tres posibles opiniones: opinión 1 (con extremismo 1), opinión 2 (con extremismo 0) y opinión 3 (con extremismo 1); las opiniones iniciales de la población sobre una propuesta son las siguientes:

- 8 personas comparten la opinión 1.
- 0 personas comparten la opinión 2.

- 2 personas comparten la opinión 3.

El esfuerzo para mover una persona de una opinión a otra se muestra en la siguiente tabla:

Costo esfuerzo	opinión 1	opinión 2	opinión 3
opinión 1	0	3	5
opinión 2	2	0	3
opinión 3	4	3	0

Adicionalmente, el costo máximo permitido de los esfuerzos es 9.

¿Cuáles serían los esfuerzos o acciones que se harían para lograr minimizar el extremismo, si las acciones permitidas sólo consisten en pasar x personas de una opinión i a una opinión j ?

Ahora cual sería el extremismo de la población original, en este caso sumamos los productos del extremismo de cada opinión por el número de personas que la tienen, es decir, $8 * 1 + 0 * 0 + 2 * 1 = 10$, 10 sería el extremismo de la población original. Si movieramos una persona de la opinión 1 a la opinión 2, el extremismo de la población sería: $7 * 1 + 1 * 0 + 2 * 1 = 9$, es decir, el extremismo se reduciría.

Por otro lado, ¿qué ocurre cuando no se alcanza a eliminar el extremismo, porque el esfuerzo para ello es superior al umbral permitido? El objetivo sería llegar a una configuración donde el extremismo sea mínimo. ¿Cómo se mide el extremismo? Para medir el extremismo en general, usaremos la siguiente fórmula:

$$Ext(p, v) = \sum_{i=1}^m p_i * ext_i$$

donde m es el número de posibles opiniones, p es el vector con la distribución de personas por opinión, p_i es el número de personas con opinión i , ext es el vector con los valores de extremismo las opiniones, es decir, ext_i corresponde al valor o nivel de extremismo de la opinión i .

2.3. Formalización

Sea $n \in \mathbb{N}$ el número total de personas. Sea $m \in \mathbb{N}$ el número de opiniones posibles que pueden tener las personas.

Sea $p_i \in 0..n$ el número de personas que tienen como opinión inicial la opinión $i \in 1..m$

Sea $ext_i \in [0, 1]$ el valor real correspondiente al valor de extremismo de la opinión $i \in 1..m$

Sea $c_{i,j} \in \mathbb{R}^+$ el costo del esfuerzo de mover una persona de opinión i a la opinión j , donde $i, j \in 1..m$. Obviamente $c_{i,i} = 0, i \in 1..m$.

Sea $ce_i \in \mathbb{R}^+$ el costo extra de mover una persona a la posición i si dicha posición estaba inicialmente sin personas $i \in 1..m$.

Sea $ct \in \mathbb{R}^+$ el costo total máximo permitido de todos los esfuerzos.

Sea $maxM \in \mathbb{N}^+$ el número máximo de movimientos permitidos.

El problema consiste en decidir qué esfuerzos (donde cada esfuerzo consiste en mover un determinado número de personas de una opinión i a una opinión j) se harán tal que el costo total permitido para todos los esfuerzos no sea superado y que se minimice el extremismo de la población.

Naturalmente, el número de personas que se mueven de una opinión a otras, no puede ser mayor que el número de personas que tenían inicialmente esa opinión.

Además, el número de movimientos total va a estar limitado por un número máximo de movimientos posibles. Mover una persona de la opinión i a la opinión j se contabilizará como $|j - i|$ movimientos.

Y obviamente, cada persona tiene una y sólo una opinión, tanto en la distribución original, como en la resultante.

Ahora, ¿cuánto cuesta una solución? El costo de una solución es la suma de los costos de cada movimiento. El costo de un movimiento de x personas de la opinión i a la opinión j está dado por $c_{i,j}(1 + p_i/n) * x$, si $p_j > 0$. En el caso en que $p_j = 0$, a ese costo se le suma $ce_j * x$.

El Problema de Minimizar el extremismo presente en una Población: MinExt

Entrada: $n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}, ext_i \in [0, 1], p_i \in 1..n, ce_i \in \mathbb{R}^+, c_{i,j} \in \mathbb{R}^+, i, j \in 1..m, ct \in \mathbb{R}^+, maxM \in \mathbb{N}^+$

Salida: $x_{i,j} \in \mathbb{N}, i \in 1..m, j \in 1..m$ son el número de personas que pasarán de tener una opinión i a una opinión j . Tal que se minimice el extremismo, respetando las restricciones propias del problema.

2.4. ¿Entendimos el problema?

Una población formada por 20 personas, considerando 5 posibles diferentes opiniones, se distribuyen como se muestra en el cuadro 2.4

Núm. personas por opinión	Opiniones
12	1
4	2
0	3
4	4
0	5

Cuadro 1: Distribución de población por opinión.

Los valores de extremismo se aprecian en el Cuadro 2.

Opinion	Valor de extremismo
1	0.4
2	0.25
3	0.5
4	1
5	0.15

Cuadro 2: Valor de extremismo por opinion.

El costo individual de ir de una opinión a otra se describe en el Cuadro 3.

Costo	op. 1	op. 2	op. 3	op. 4	op. 5
op. 1	0	2	4	5	7
op. 2	1	0	3	4	6
op. 3	3	2	0	2	4
op. 4	4	2	1	0	2
op. 5	8	5	3	2	0

Cuadro 3: Costos individuales de los cambios de opinión.

Adicionalmente en el Cuadro 4 se muestra el costo extra del esfuerzo inicial de pasar a una opinión de llegada cuando esta opinión inicialmente no era compartida por ninguna persona. Este costo extra sólo se aplicará bajo el cumplimiento de la condición anterior.

El costo total máximo requerido es 20, y el número máximo de movimientos es 18.

Opinion de llegada	Costo extra
1	1
2	2
3	1
4	1
5	3

Cuadro 4: Costos extra de desplazamiento a opiniones inicialmente no compartidas por ninguno.

Entrada: $n = 20$, $m = 5$, $p_i \in \mathbb{N}$, $i \in 1..m$ segun el Cuadro 1, $ext_i \in [0, 1]$, $i \in 1..m$ segun el Cuadro 2, $c_{i,j} \in \mathbb{R}^+$, $i, j \in 1..m$ segun el Cuadro 3, $ce_i \in \mathbb{R}^+$, $i \in 1..m$ segun el Cuadro 4, $ct = 22$, $maxM = 18$.

2.4.1. Ejemplo

Consideremos mover tres personas de la opinión 4 a la opinión 5 y una de la opinión 4 a la opinión 2. En ese sentido, $x_{4,5} = 3$ y $x_{4,2} = 1$, para los demás i, j , $x_{i,j} = 0$.

Los costos de mover las tres personas de la opinión 4 a la opinión 5 cuesta $2(1 + 4/20) * 3 = 7,2$, dado que no habian personas en la opinión 5 se debe incluir el costo extra $7,2 + 3 * 3 = 18,2$. Para mover una persona de la opinión 4 a la opinión 2 el costo es $2(1 + 4/20) * 1 = 2,4$. Por lo tanto el costo total de esta solución es $18,2 + 2,4 = 20,6$.

En cuanto a los movimientos, mover las tres personas de la opinión 4 a la 5 toma $|5 - 4| * 3 = 3$ movimientos, y de la opinión 4 a la opinión 2 cuesta $|2 - 4| * 1 = 2$ movimientos. La cantidad de movimientos de esta solución es $3 + 2 = 5$.

Dado que para el costos $20,6 \leq 22$ y para los movimientos $5 \leq 18$, la solución es factible. El extremismo de esta solución es $12 * 0,4 + 5 * 0,25 + 0 * 0,5 + 0 * 1 + 3 * 0,15 = 6,5$. ¿Existe alguna solución factible donde se tenga menor extremismo? ¿Habrà soluciones no aplicables?

3. El proyecto: Modelamiento e Implementación

Usted como ingeniero ha sido contratado para resolver el problema y debe:

Proponer un modelo genérico para solucionar el problema. El modelo debe ser incluido en formato pdf y debe contener: parámetros, variables, restricciones, función objetivo. El modelo debe utilizar notación formal para que soporte cualquier instancia con la entrada definida en la Sección 3.1.

Generar 5 instancias para retar a otros proyectos. Para cada instancia debe incluir la entrada y la salida esperada (el valor del óptimo, o por lo menos el valor de la mejor solución que su grupo haya encontrado)

Implementar el modelo genérico en MiniZinc (**Proyecto.mzn**).

Incluir una tabla con pruebas realizadas sobre las instancias que se proveen con el proyecto y las 5 instancias creadas por su grupo de trabajo. Realice un análisis sobre los resultados obtenidos (incluya el análisis en el informe con el modelo).

Desarrollar una interfaz gráfica con la tecnología de su predilección que permita configurar o leer una entrada para el problema (la entrada deberá convertirse a formato dzn para poder ser ejecutada por el modelo cumpliendo con las características de la entrada definida en la Sección 3.1) y visualizar la salida. Esta interfaz junto con el modelo sería el entregable para el cliente y será utilizada por algún operario. La interfaz debe incluir un botón que al presionarlo:

- Cree un archivo **DatosProyecto.dzn** con los datos proporcionados en la interfaz
- Ejecute el modelo genérico **Proyecto.mzn** sobre los datos proporcionados
- Despliegue los resultados de la solución

Incluya los archivos fuente de su implementación gráfica en un directorio llamado **ProyectoGUI-Fuentes**

Para mayor información sobre la forma de ejecutar un modelo MiniZinc a través de línea de comandos visite:

- Modelamiento básico en MiniZinc: <https://www.minizinc.org/doc-2.2.3/en/modelling.html>
- Modelos más complejos: <https://www.minizinc.org/doc-2.2.3/en/modelling2.html>

Hacer un vídeo de máximo 15 minutos donde muestre su modelo y aplicación funcionando. Este videos servirá como sustentación de este proyecto, por lo tanto todos los miembros del grupo deben participar en el mismo. Más información sobre el video se encuentra en la sección 4.3.

Se debe incluir un enlace al video en el archivo pdf del informe.

3.1. Entrada

La entrada se leerá de un archivo de texto *.mext con la siguiente información:

1. La primera línea contiene un entero indicando el número de personas (es decir, conteniendo n).
2. La segunda línea contiene un entero indicando el número de posibles opiniones (es decir, conteniendo m).
3. La siguiente línea contiene, una lista de m valores correspondientes a la distribución de las personas según su opinión inicial, separados por comas, $p_i, i \in 1..m$.
4. La siguiente línea contiene, una lista de m valores correspondientes a los valores de extremismo de las opiniones separados por comas, correspondientes, en su orden, a $ext_i, i \in 1..m$.
5. La siguiente línea contiene, una lista de m valores separados por comas, correspondientes, en su orden, a los valores de los costos extras de las opiniones posibles, es decir a $ce_i, i \in 1..m$.
6. Las siguientes m líneas, contienen, cada una, una lista de m valores separados por comas, correspondientes, en su orden, a los costos del desplazamiento de cada opinión a las m opiniones posibles; es decir, cada línea contiene $c_{i,j}, i, j \in 1..m$.
7. La siguiente línea contiene, un valor correspondiente al costo total máximo permitido (es decir, conteniendo ct).
8. Por ultimo, la ultima linea corresponde a la cantidad máxima de movimientos permitido (es decir, conteniendo $maxM$).

En el campus se compartirán ejemplos de entradas con sus respectivas salidas (Nota: es posible que en algunos casos haya varias soluciones que tengan el mismo valor para la función objetivo)

3.2. Sobre el Informe...

El grupo deberá entregar un informe del proyecto, en formato pdf, que contenga, al menos, los siguientes aspectos:

- El modelo: una descripción del modelo y una justificación de su adecuación al problema planteado.

- Detalles importantes de implementación: lo más relevante de la implementación, sin incluir código.
- El análisis de los árboles generados por su modelo para el ejemplo, y explicar sobre él cómo funcionó el mecanismo de *Branch and Bound*.
- Pruebas: descripción de las pruebas realizadas a su implementación.
- Análisis: de los resultados de las pruebas realizadas, buscando responder a los diferentes criterios de evaluación definidos en la rúbrica. Desarrolle y soporte su análisis utilizando los métodos apropiados (tablas, gráficos, indicadores estadísticos), donde puedan apreciarse las variaciones de acuerdo al tamaño y naturaleza de los datos de entrada. Explique claramente el significado de sus datos y cómo se analizaron.
- Un enlace al video que sirva como sustentación del proyecto y donde se pueda observar la interfaz funcionando.
- Conclusiones: Esta es una de las partes más interesantes del trabajo (pero no por ello la que más vale). En ella se espera que usted analice los resultados obtenidos y **justifique** claramente sus afirmaciones.

3.3. Grupos de trabajo

El proyecto puede ser desarrollado por grupos de máximo 5 personas.

4. Entrega, sustentación y evaluación

4.1. Entrega

La entrega se debe realizar vía el campus virtual en las fechas previstas para ello, por uno sólo de los integrantes del grupo. **La fecha de entrega límite es el 26 de julio a las 23:59.** Se debe subir al campus virtual en el enlace correspondiente a este proyecto un

archivo comprimido **.zip** que siga la convención *CódigoEstudiante1-CódigoEstudiante2-CódigoEstudiante3-CódigoEstudiante4-CódigoEstudiante5-Proyecto2-AdaII.2025-I.zip*. El comprimido deberá contener:

1. Archivo **Readme.txt** que describa todos los archivos entregados y las instrucciones para ejecutar la aplicación.
2. Archivo **Informe.pdf** acorde a la Sección 3.2. Recuerde incluir el link al video de sustentación.
3. Archivo **Proyecto.mzn** con la implementación del modelo
4. Directorio **DatosProyecto** con los datos con que fue probado su modelo.
5. Directorio **ProyectoGUIFuentes** con los archivos fuente de la implementación de la interfaz gráfica
6. Directorio **MisInstancias** con las 5 instancias generadas por su equipo de trabajo para retar a otros proyectos que resuelvan el mismo problema.

4.2. Evaluación

La evaluación de cada proyecto se hará de acuerdo a la rúbrica publicada en el campus virtual, diseñada para observar los indicadores de logro asociados a este proyecto.

4.3. Sustentación

El trabajo debe ser sustentado por todos los autores por medio de un video de máximo 15 minutos. El video debe incluir:

- Presentación del modelo (no el código) donde se identifica con precisión y corrección: (1) los parámetros, (2) las variables y (3) las restricciones, donde se identifica claramente cuando

el modelo usa restricciones lineales, enteras o mixtas.

- La función objetivo y cómo modelaron las restricciones.
- Una descripción de las pruebas utilizadas para probar el modelo: (1) la batería de pruebas utilizada, (2) los resultados de las pruebas, (3) las bondades y falencias del modelo (aclarando funciones auxiliares y técnicas usadas para modelar restricciones implicacionales si las hay), (4) una argumentación adecuada sobre la eficiencia de la implementación y (5) una argumentación adecuada sobre la optimalidad del modelo, dejando clara la metodología usada para el análisis.
- Una explicación de la técnica branch and bound en el problema: (1) explicar claramente los árboles de búsqueda generados, (2) ilustrar claramente la técnica en un ejemplo y (3) mostrar ejemplos más grandes usando el visualizador de Minizinc, en caso de ser posible para ilustrar el mecanismo en acción. Para esto pueden usar el solver Gecode Gist de Minizinc, e intenten explicar que significa cada figura que genera el árbol (cuadros rojos, rombos verdes y naranja, etc).
- La interfaz en funcionamiento y las conclusiones finales del trabajo.

En todos los casos la sustentación será pilar fundamental de la nota individual asignada a cada integrante del grupo.

La no asistencia a la sustentación tendrá como resultado una asignación de 0.

La idea es que lo que no sea debidamente sustentado no vale así funcione muy bien!!! Y que, del trabajo en grupo, es importante que todos aprendan, no sólo algunos.

Éxitos!!!