Estudo de Caso 01: Comparação do IMC médio de alunos do PPGEE-UFMG ao longo de dois semestres

Diego Pontes, Elias Vieira, Matheus Bitarães

Janeiro, 2021

Descrição do problema

Neste estudo, deseja-se comparar o Índice de Massa Corpórea (IMC) médio de duas populações de alunos da pós-graduação da Engenharia Elétrica (PPGEE) da UFMG do segundo semestre de 2016 e do segundo semestre de 2017. Para isso, foram disponibilizadas duas amostras, sendo uma para cada semestre em questão, onde serão feitas as análises para o estudo mencionado.

Introdução

Reconhecido internacionalmente pela Organização Mundial da Saúde (OMS), o IMC indica o peso adequado para cada pessoa, fazendo uma relação entre sua massa corpórea (em kg) e sua altura (em m) [1], conforme a Equação 1.

$$IMC = \frac{peso}{altura * altura} \tag{1}$$

Pode-se classificar o valor do IMC conforme apresentado abaixo [1]:

- IMC abaixo de 18,5: Peso abaixo do normal;
- IMC entre 18,5 e 24,9: São pesos considerados normais pela OMS;
- IMC entre 25 e 29,9: Peso em pré-obesidade ou acima do peso;
- IMC entre 30 e 34,9: Este índice indica obesidade grau um;
- IMC acima 35 e 39,9: Indica obesidade grau dois
- IMC acima de 40: Indica obesidade grau três ou mórbida

Design do Experimento

Como já mencionado, deseja-se comparar o IMC dos alunos do PPGEE-UFMG de dois semestres distintos, utilizando as amostras fornecidas. Para tal estudo, serão feitas duas análises, além de testes estatísticos independentes, considerando duas subpopulações distintas, sendo uma somente do sexo masculino e outra somente do sexo feminino.

As seguintes hipóteses estatísticas foram definidas:

1) Há evidências estatísticas de que a média (μ) do IMC dos alunos do PPGEE-UFMG de 2/2016 é diferente da média do IMC dos alunos do PPGEE-UFMG de 2/2017? (subpopulação masculina)

2) Há evidências estatísticas de que a mediana (med) do IMC das alunas do PPGEE-UFMG de 2/2016 é diferente da mediana do IMC das alunas do PPGEE-UFMG de 2/2017? (subpopulação feminina)

No decorrer do estudo ficará claro o motivo pelo qual foi utilizado média e mediana para a subpopulação masculina e feminina, respectivamente.

Dadas as hipóteses estatísticas descritas acima, podem-se definir as seguintes hipóteses de testes, em função da média e mediana do IMC dos alunos do sexo masculino e do sexo feminino, respectivamente:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_{m2016} = \mu_{m2017} \\ H_1 : \mu_{m2016} \neq \mu_{m2017} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0 : med_{f2016} = med_{f2017} \\ H_1 : med_{f2016} \neq med_{f2017} \end{cases}$$

Além das hipóteses estatísticas acima, tem-se as seguintes definições:

1) Nível de significância (α) de 0,05. O nível de significância é a probabilidade de ocorrência de um falso positivo em qualquer procedimento de teste de hipótese [2].
2) Potência do Teste (π) = 1 - (β) = 0,80. Onde β é a probabilidade de ocorrência de um falso negativo em qualquer procedimento de teste de hipótese [2] e, portanto, a potência de teste quantifica a sensibilidade do teste a efeitos que violam sua hipótese nula [2].

Análise Estatística

Importação dos dados

Foram importados os arquivos *imc_20162.csv* e *CS01_20172.csv* para o estudo proposto.

```
# importação dos dados
raw_data_2016 <- read.csv(file = 'imc_20162.csv')
raw_data_2017 <- read.csv(file = 'CS01_20172.csv', sep=';')

head(raw_data_2016)
```

```
##   ID Course Gender Height.m Weight.kg
## 1  1  PPGEE      F     1.57      45.5
## 2  2  PPGEE      F     1.62      53.0
## 3  3  PPGEE      F     1.70      57.0
## 4  4  PPGEE      F     1.62      59.0
## 5  5  PPGEE      F     1.67      63.0
## 6  6  PPGEE      F     1.76      78.0
```

```
head(raw_data_2017)
```

```
##   Weight.kg height.m Sex Age.years
## 1      89.0     1.73   M        23
## 2      72.5     1.64   M        28
## 3      84.0     1.70   M        34
## 4      90.0     1.72   M        27
## 5      60.0     1.70   M        33
## 6      79.0     1.80   M        27
```

Tratamento dos dados

Como pode ser visto, há diferenças estruturais entre os arquivos, como colunas com nomes diferentes, além de dados de alunos que não pertencem ao PPGEE-UFMG no arquivo de dados de 2016. Portanto, estes dados foram tratados para que ficassem com mesma estrutura, conforme códigos abaixo.

```r
# Filtra dados apenas de estudantes do ppgee (necessario apenas em 2016)
raw_data_2016 <- subset(raw_data_2016, Course=="PPGEE")

# renomeia coluna de 2016
names(raw_data_2016)[names(raw_data_2016) == "Gender"] <- "Sex"

# renomeia coluna de 2017
names(raw_data_2017)[names(raw_data_2017) == "height.m"] <- "Height.m"
```

Na sequência, deve-se criar uma nova coluna com o calculo do IMC e separar os dados entre masculino e feminino, conforme códigos abaixo.

```r
# cria coluna com calculo do IMC
raw_data_2016$IMC = raw_data_2016$Weight.kg / (raw_data_2016$Height.m * raw_data_2016$Height.m)
raw_data_2017$IMC = raw_data_2017$Weight.kg / (raw_data_2017$Height.m * raw_data_2017$Height.m)

# separa entre masculino e feminino e armazena apenas o IMC
imc_m_2016 <- subset(raw_data_2016, Sex=="M")$IMC
imc_f_2016 <- subset(raw_data_2016, Sex=="F")$IMC
imc_m_2017 <- subset(raw_data_2017, Sex=="M")$IMC
imc_f_2017 <- subset(raw_data_2017, Sex=="F")$IMC
```

Dados estatísticos

Com as amostras tratadas e separadas conforme proposta inicial e em posse do IMC destas subpopulações, tem-se os seguintes dados estatísticos:

```r
# imprime um sumario com as principais informações estatisticas dos IMCs
summary(imc_m_2016)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   17.58   22.47   24.36   24.94   27.14   37.55
```

```r
summary(imc_m_2017)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   17.72   22.41   23.75   24.29   26.22   30.42
```

```r
summary(imc_f_2016)
```

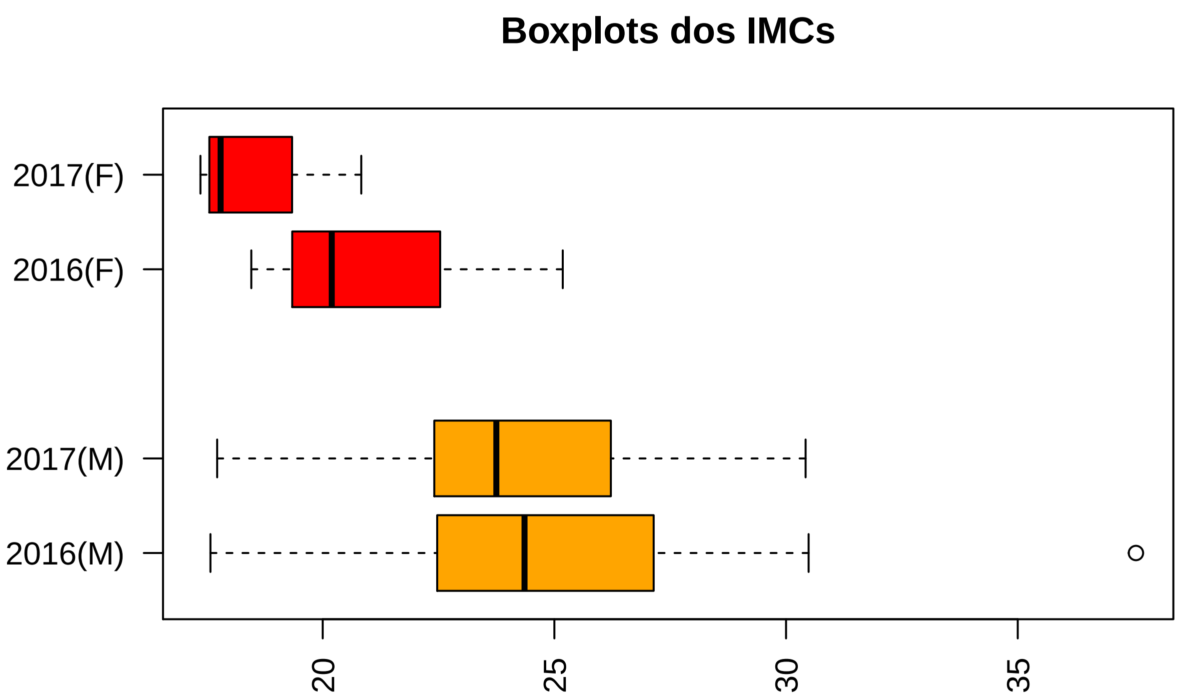
```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   18.46   19.34   20.20   21.08   22.54   25.18
```

```
summary(imc_f_2017)
```

```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   17.36   17.65   17.80   18.45   18.59   20.83
```

A fim de avaliar a distribuição dos dados obtidos, foi feita uma análise gráfica a partir do boxplot das subpopulações separadas pelo ano.

```
# boxplot
boxplot(imc_m_2016, imc_m_2017, imc_f_2016, imc_f_2017,
main = "Boxplots dos IMCs",
at = c(1,2,4,5),
names = c("2016(M)", "2017(M)", "2016(F)", "2017(F)"),
las = 2,
col = c("orange","orange", "red", "red"),
horizontal = TRUE,
notch = FALSE
)
```



Através da análise gráfica é possível perceber alguns traços que serão avaliados por testes estatísticos posteriormente. Nota-se que o IMC das subpopulações femininas são bastante distintos de um ano para outro, inclusive o máximo do ano de 2017 é muito próximo do mínimo de 2016 o que sugere uma diferença grande entre as populações. Em contra partida, as subpopulações masculinas apresentam uma distribuição dos valores do IMC mais semelhantes, o que sugere pouca distinção entre elas.

Em posse dos dados iniciais, o estudo será dividido em duas partes (masculino e feminino), devido às diferenças no processamento dos dados que ocorrerão.

1. Subpopulação masculina

a. Verificação das premissas para o teste de hipóteses

A intenção inicial é realizar o Teste T para a comparação destas amostras. Para isso, precisamos validar que as amostras apresentam uma distribuição normal e que suas variâncias possam ser consideradas iguais (homocedasticidade).

Verificação de Normalidade: Para uma avaliação estatística sobre a validação da hipótese de uma distribuição normal para as amostras, pode-se usar o teste Shapiro-Wilk, onde tem-se as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{A amostra provém de uma população com distribuição normal} \\ H_1 : \text{A amostra não provém de uma população com distribuição normal} \end{cases}$$

```r
# teste de Shapiro-Wilk
shapiro.test(imc_m_2016)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  imc_m_2016
## W = 0.92833, p-value = 0.1275
```

```r
shapiro.test(imc_m_2017)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  imc_m_2017
## W = 0.96494, p-value = 0.6206
```

Como interpretação do teste, temos que se p-valor < 0.05 (α), deve-se rejeitar a hipótese nula, ou seja, os dados não possuem distribuição normal [3], caso contrário, não há evidências para se rejeitar a hipótese nula. Portanto, analisando os resultados dos testes dispostos acima, podemos considerar que as amostras masculinas dos dois anos seguem uma distribuição normal.

Verificação de homocedasticidade: Para a análise da variância dos dados, pode-se usar o Teste F, cuja premissa é a distribuição normal [4], onde tem-se as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

```r
# Teste F
var.test(imc_m_2016, imc_m_2017, alternative = "two.sided")
```

```
##
##  F test to compare two variances
##
## data:  imc_m_2016 and imc_m_2017
## F = 1.5839, num df = 20, denom df = 20, p-value = 0.3119
## alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
```

```
## 95 percent confidence interval:
##  0.6426853 3.9034665
## sample estimates:
## ratio of variances
##          1.583888
```

Analisando o p-valor, temos que p-valor $>$ 0,05 (α) e, portanto, não há evidência estatística para que seja rejeitada a hipótese nula e, portanto, será considerada a homocedasticidade entre as subpopulações.

Teste de hipóteses: Para a hipótese estatística proposta para as médias do IMC masculino, pode-se usar o Teste T visto que a distribuição normal dos valores já foi validada, assim como a variância constante dos erros experimentais para observações distintas. Neste teste, tem-se as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu 1 = \mu 2 \\ H_1 : \mu 1 \neq \mu 2 \end{cases}$$

```r
# teste t de student
t.test(imc_m_2016, imc_m_2017, var.equal=TRUE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  imc_m_2016 and imc_m_2017
## t = 0.53979, df = 40, p-value = 0.5923
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -1.784943  3.085836
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  24.93595  24.28551
```

Como pode ser visto, o Teste T retornou um p-valor igual a 0,5923, cujo valor é maior que o nível de significâcia adotado (0,05). Portanto, com 95% de confiança não é possível rejeitar a hipótese nula do estudo proposto de que as médias das populações masculinas dos dois anos são iguais. Sendo a hipótese alternativa H1 bilateral, o intervalo de confiança para a diferença das médias é [-1.784943 3.085836].

Um outro teste pode ser feito para validação do resultado que é o Teste T de Welch. Percebe-se que ele também falhou em rejeitar a hipótese nula do estudo.

```r
# teste t de Welch
t.test(imc_m_2016, imc_m_2017, "two.sided", mu=0, conf.level = 0.95)
```

```
##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  imc_m_2016 and imc_m_2017
## t = 0.53979, df = 38.057, p-value = 0.5925
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -1.788823  3.089716
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  24.93595  24.28551
```

b. Tamanho de efeito

Embora o nível de significância tenha sido definido inicialmente, é interessante encontrar o tamanho de efeito, sendo este a medida da importância prática dos resultados de eventuais diferenças encontradas entre duas ou mais médias ou variâncias [4]. Existem várias maneiras de se fazer isto tais como: o Teste de Cohen, Teste de Glass, Teste de Hedges, Teste Psi, dentre outros [4]. O Teste de Cohen, por exemplo, foi desenhado para ser utilizado quando os escores das duas populações que estão sendo comparadas são contínuos e de distribuição normal[5]. Dada a distribução normal e a igualdade de variâncias assumidas de acordo com os testes de Shapiro-Wilk e F, respectivamente, pode-se usar o d de Cohen como estimativa do tamanho de efeito dos dados masculinos.

```
# d de Cohen
library(effsize)
cohen.d(imc_m_2016, imc_m_2017)
```

```
##
## Cohen's d
##
## d estimate: 0.1665831 (negligible)
## 95 percent confidence interval:
##      lower      upper
## -0.4582151  0.7913813
```

O tamanho de efeito retornado pela função foi de d = 0,1665.

c. Potência do Teste

Para se calcular a Potência do Teste, pode-se utilizar a função power.t.test. Nela deve ser inserido o parâmetro do número de observações por grupo (n = 21), delta (d de cohen = 0,1665831), desvio padrão conjugado (sd = 3,9046368). O desvio padrão conjugado pode ser calculado pela Equação 2, onde s_1 e s_2 podem ser obtidos pela função sd.

```
# Desvio padrão
sd(imc_m_2016)
```

```
## [1] 4.323356
```

```
sd(imc_m_2017)
```

```
## [1] 3.435254
```

$$sd = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \tag{2}$$

```
# Potência do Teste
power.t.test(21, 0.1665831, 3.9046368, sig.level = 0.05)
```

```
##
##      Two-sample t test power calculation
##
##               n = 21
##           delta = 0.1665831
##              sd = 3.904637
##       sig.level = 0.05
##           power = 0.03400076
##     alternative = two.sided
##
## NOTE: n is number in *each* group
```

Observa-se que a potência de teste obtida foi de 3,4% que é muito menor que a potência desejada (80%). Isso significa que, para conseguirmos identificar diferenças de 0,1665831 nas médias padronizadas, com uma potência de 0,80, iremos precisar de um número maior de amostras (considerando o mesmo desvio padrão).

Mantendo o tamanho de efeito calculado, para que a Potência do Teste fosse a desejada, seriam necessárias 8626 amostras para cada ano, conforme descrito abaixo. Como não é possivel matricular mais alunos nas classes, a possibilidade de maior número de amostras é infactível.

```
# Número de amostras para o Potência do Teste de 80%
power.t.test(NULL, 0.1665831, 3.9046, sig.level = 0.05, power = 0.80)
```

```
##
##      Two-sample t test power calculation
##
##               n = 8625.36
##           delta = 0.1665831
##              sd = 3.9046
##       sig.level = 0.05
##           power = 0.8
##     alternative = two.sided
##
## NOTE: n is number in *each* group
```

2. Subpopulação feminina

a. Verificação de premissas para o teste de hipóteses

Assim como foi feito com a subpopulação masculina, a intenção inicial é realizar o Teste T para a comparação das amostras da subpopulação feminina. Para isso, precisamos validar que as amostras apresentam uma distribuição normal e que suas variâncias possam ser consideradas iguais (homocedasticidade), como já mencionado.

Verificação de Normalidade: Assim como na análise da subpopulação masculina, será usado o teste Shapiro-Wilk.

```
# teste de Shapiro-Wilk
shapiro.test(imc_f_2016)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
```

```
## data:  imc_f_2016
## W = 0.91974, p-value = 0.4674
```

```
shapiro.test(imc_f_2017)
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  imc_f_2017
## W = 0.7475, p-value = 0.03659
```

Pode-se observar o p-valor retornado pelo teste para a subpopulação feminina de 2/2017 é menor que 0.05 (α) e, portanto, há evidências estatísticas para se rejeitar a hipótese nula de que há uma distrbuição normal dos dados. Desta forma, não é possível seguir com o Teste T para comparação destas amostras.

Será necessario utilizar um método não paramétrico de comparação de amostras. Para este trabalho, foi escolhido o Teste de Wilcoxon.

Teste de hipóteses: Para a análise da proposta estatística da população feminina, será utilizado o teste não-paramétrico de Wilcoxon com as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \text{As medianas das populações são iguais} \\ H_1 : \text{As medianas das populações não são iguais} \end{cases}$$

```
# teste de Wilcoxon
wilcox.test(imc_f_2016, imc_f_2017, alternative = "two.sided",conf.int = TRUE)
```

```
##
##  Wilcoxon rank sum test
##
## data:  imc_f_2016 and imc_f_2017
## W = 24, p-value = 0.07273
## alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -0.6374374  5.2284403
## sample estimates:
## difference in location
##               2.162763
```

Como pode ser visto, o teste de Wilcoxon retornou um p-valor igual a 0,07273, cujo valor é maior que o nível de significância adotado (0,05). Portanto, com 95% de confiança não é possível rejeitar a hipótese nula do estudo proposto de que as médias das populações femininas dos dois anos são iguais. Sendo a hipótese alternativa H1 bilateral, o intervalo de confiança para a diferença das médias é [-0, 6374374; 5, 22844].

b. Tamanho de efeito

Uma forma de se calcular o tamanho de efeito neste caso é utilizar a Medida A, de Vargha-Delaney. Esta é uma forma de se medir o tamanho de efeito sem levar em conta o tipo da distruibuição dos dados.

```
# Tamanho de efeito
(vd_a <- VD.A(na.omit(imc_f_2016), na.omit(imc_f_2017)))
```

```
##
## Vargha and Delaney A
##
## A estimate: 0.8571429 (large)
```

```
cat('Valor da Magnitude:', vd_a$magnitude)
```

```
## Valor da Magnitude: 4
```

A medida A é um valor entre 0 e 1 com as seguintes características [6]:

- Quanto mais a medida A se aproxima de 0,5, menor a diferença entre os dados estatísticos em análise;
- Quanto mais a medida A se afasta de 0,5, maior a diferença entre os dados estatísticos em análise.

Ou seja, a medida A representa a probabilidade de um valor aleatório da primeira amostra ser numericamente maior que um valor aleatório de uma segunda amostra. Assim, pode-se concluir que 85% das vezes as alunas de 2/2016 possuem maior mediana do IMC do que as alunas do 2/2017, podendo encontrar diferenças maiores ou iguais a 4 (Magnitude).

c. Potência do Teste

Existem algumas maneiras de calcular a potência de um teste não parmétrico. Uma delas é a abordagem de Shieh [7], que está dentro do pacote `wmwpow` do R [8]. Esta abordagem utiliza simulações de Monte Carlo, com amostragens aleatórias massivas para determinar a potência. Por existirem estas amostrages, este metodo requer uma definição da distribuição das amostras para o cálculo da potência. O que podemos fazer é verificar o teste para duas subpopulações de distribuição normal com o mesmo tamanho de amostras das subpopulações reais e mesmo tamanho de efeito.

```
# potencia do teste de wilcoxon

# install.packages("wmwpow")
library(wmwpow)
shiehpow(n = 7, m = 4, p = 0.8571429, alpha = 0.05, dist = "norm", sides = "two.sided")
```

```
## Distribution: norm
## Sample sizes: 7 and 4
## p: 0.8571429
## WMW odds: 6
## sides: Two-sided
## alpha: 0.05
##
## Shieh Power: 0.457
```

Apesar de não termos evidências para assumirmos que a distribuição de 2017 é normal, podemos utilizar este valor de potência (considerando as distribuições normais) de 0,45 como uma aproximação da real potência do teste, para que ao menos tenhamos um direcionamento.

Discussão e Conclusão

Com o intuito de seguir o mesmo fluxo apresentado nas seções anteriores, as conclusões serão apresentadas de forma separada para cada uma das subpopulações, sendo uma somente do sexo masculino e outra somente do sexo feminino.

Antes de iniciarmos as conclusões para cada subpopulação, é importante retomar algumas definições que foram feitas neste estudo e que são comuns para ambas subpopulações. Foi definido, portanto, um Nivel de Significância (α) de 0,05 e uma Potência do Teste (π) de 0,80. Além disso, foi efetuado um tratamento nos dados das amostras para ficarem com um formato uniforme.

a. Subpopulação masculina

Para a subpopulação masculina foram elaboradas as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_{m2016} = \mu_{m2017} \\ H_1 : \mu_{m2016} \neq \mu_{m2017} \end{cases}$$

Com base nas amostras fornecidas, nos estudos realizados e nos testes apresentados neste documento foi possível concluir que as amostras das subpopulações masculinas apresentaram distribuição normal através do teste de Shapiro-Wilk. Além disso, foi possível considerar que as subpopulações possuem homocedasticidade entre si através do Teste F.

Por fim, foi possível utilizar o Teste T, que dependia de uma distribuição normal e também da homocedasticidade entre as subpopulações para ser empregado, e concluir através de seus resultados que com 95% de confiança nao foi possível rejeitar a hipótese de que as médias das populações masculinas dos dois anos são iguais.

Posteriormente, foi utilizado o Teste de Cohen que nos permitiu concluir um tamanho de efeito de d = 0,1665. Por último, foi utilizada a função `power.t.test` que retornou o valor de 3,4% para a Potência de Teste. Destes dados, foi possível inferir que para a Potência de Teste alcançar o valor de 80% conforme definido, seriam necessárias 8626 amostras.

b. Subpopulação feminina

Para a subpopulação feminina foram elaboradas as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : med_{f2016} = med_{f2017} \\ H_1 : med_{f2016} \neq med_{f2017} \end{cases}$$

Com base nas amostras fornecidas, nos estudos realizados e nos testes apresentados neste documento foi possível concluir que as amostras das subpopulações femininas não apresentaram distribuição normal através do teste de Shapiro-Wilk, o que impossibilita de prosseguir com o Teste T.

Por este motivo, foi necessário utilizar um método não paramétrico de comparação de amostras. O método utilizado foi o Teste de Wilcoxon e através de seu resultado pôde-se concluir com 95% de confiança que não foi possível rejeitar a hipótese de que as medianas das populações femininas dos dois anos são iguais.

Posteriormente, foi utilizada a Medida A, de Vargha-Delaney, que nos permitiu concluir que em 85% das vezes as alunas de 2/2016 possuem maior mediana do IMC do que as alunas do 2/2017.

Para a Potência de Teste no caso das subpopulações femininas é importante mencionar que a ausência de normalidade da distribuição feminina do segundo semestre de 2017 impossibilita a aplicação da função `power.t.test`.

c. Conclusão Geral

Por fim, é importante ressaltar que a quantidade de amostras fornecida de um modo geral foi baixa. Para as subpopulações masculinas, nas quais os dados seguiram distribuição normal, ainda foi possível determinar a Potência de Teste, mas notou-se um valor muito baixo, sendo necessário aumentar significativamente o número de amostras caso deseje-se uma Potência de Teste maior. Para as subpopulações femininas, as amostras não seguiram distribuição normal e, portanto, foi necessário empregar uma análise não paramétrica. Este tipo de análise tem menos poder e isto somado ao baixo número de amostras impossibilitou de se chegar a um valor da Potência de Teste para esta subpopulação de maneira confiável.

Atividades dos membros

...

Referências Bibliográficas

[1] Aline André Mesquita Holanda. Aprenda agora a calcular o imc e descubra seu peso ideal. http://www.unimedfortaleza.com.br/blog/cuidar-de-voce/como-calcular-imc. Acesso em 18 de Janeiro de 2021.

[2] Felipe Campelo. Lecture Notes on Design and Analysis of Experiments. http://git.io/v3Kh8, 2018. Version 2.12; Creative Commons BY-NC-SA 4.0.

[3] Como realizar teste de normalidade no r? https://rpubs.com/paternogbc/46768. Acesso em 18 de Janeiro de 2021.

[4] Relação de testes de hipóteses. https://edisciplinas.usp.br/. Acesso em 19 de Janeiro de 2021.

[5] Juliana Dal-Ri Lindenau and Luciano Santos Pinto Guimarães. Calculando o tamanho de efeito no SPSS. *Revista HCPA*, 2012.

[6] Measuring effect size with the vargha-delaney a measure. http://doofussoftware.blogspot.com/2012/07/measuring-effect-size-with-vargha.html. Acesso em 21 de Janeiro de 2021.

[7] Gwowen Shieh, Show-li Jan, and Ronald H Randles. On Power and Sample Size Determinations for the Wilcoxon–Mann–Whitney test. *Journal of Nonparametric Statistics*, 18(1):33–43, 2006.

[8] Camden Bay Ilana Trumble, Orlando Ferrer. Package wmwpow. https://cran.r-project.org/web/packages/wmwpow/wmwpow.pdf. Acesso em 20 de Agosto de 2020.