

EXAMEN PARCIAL I

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con tempera (corrector) no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas

1. Suponga que se utilizan 15 ratas en un estudio biomédico donde se inyecta a las ratas un medicamento contra el cáncer diseñado para aumentar su tasa de sobrevivencia, en meses, estas son 14, 17, 27, 18, 12, 8, 22, 13, 19 y 12. Suponga que se aplica la distribución exponencial, es decir,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}} & \text{para } x > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Con base en la muestra, encuentre la estimación de máxima verosimilitud de  $\beta$ .

Valor 5pts

2. Sean  $X$  y  $Y$  dos variables aleatorias tales que

$$E(X) = 2\theta, \quad E(Y) = \frac{\theta}{2}, \quad V(X) = \frac{1}{2} \text{ y } V(Y) = 1$$

Considere los siguientes estimadores puntuales de un parámetro  $\theta$  de una población

$$\hat{\theta}_1 = \frac{5X - 8Y}{6}, \hat{\theta}_2 = \frac{X - Y}{2} \text{ y } \hat{\theta}_3 = \frac{2(X + Y)}{5}$$

- (a) Determine cuáles de estos estimadores son insesgados

Valor 3pts

- (b) ¿Cuál de estos es el mejor estimador de  $\theta$ ?

Valor 3pts

3. Un artículo publicado en el Journal of Testing and Evaluation presenta las siguientes 20 mediciones del tiempo de combustión residual (en segundos) de especímenes tratados de ropa de dormir para niños:

9.85	9.93	9.75	9.77	9.67
9.87	9.67	9.94	9.85	9.75
9.83	9.62	9.74	9.99	9.88
9.95	9.95	9.93	9.92	9.89

- (a) Hallar un intervalo de confianza del 95% para el tiempo de combustión residual promedio, suponiéndose que el tiempo de combustión residual sigue una distribución normal, y que tienen una desviación estándar igual a 2s.

Valor 5pts

- (b) Encuentre un intervalo de confianza del 96% para la desviación estándar del tiempo de combustión residual. ¿Fue razonable suponer en la parte a de este ejercicio una desviación estándar de 2s? Valor 4pts

4. El administrador de un lote de autos prueba dos marcas de llantas radiales. Para ello asigna al azar una llanta de cada marca a las dos ruedas posteriores de ocho automóviles y luego corre los autos hasta que las llantas se desgantan. Los datos en kilómetros se muestran en la siguiente tabla

Autos	1	2	3	4	5	6	7	8
Marca 1	36925	45300	36240	32100	37210	48360	38200	33500
Marca 2	34318	42280	35500	31950	38015	47800	37810	33215

- (a) Suponiendo que la duración se distribuye normalmente, encuentre un intervalo de confianza del 99% para la diferencia en el tiempo promedio de duración. Valor 5pts
- (b) De acuerdo con el intervalo encontrado ¿qué llanta es la que usted preferiría? Justifique Valor 5pts
5. En cierta especie vegetal las plantas con flores blancas parecen tener mayor floración que las flores rojas. suponga que ambas poblaciones de flores se distribuyen normalmente. Se contó el número de flores en varias plantas, reuniéndose los datos siguientes:

Flor	$n$	$\sum x$	$\sum (x - \bar{x})^2$
Roja	32	2253	32462
Blaca	35	5157	58600

- (a) Determine el intervalo de confianza de 95% para la estimación de la razón de las dos variancias. Valor 5pts
- (b) Puede afirmarse que las flores blancas tienen mayor varianza que la de las flores rojas Valor 3pts
6. Se lleva a cabo un estudio para determinar la efectividad de una nueva vacuna contra la gripe. Se administra la vacuna a una muestra aleatoria de 3000 sujetos, y de este grupo 13 contraen gripe. Como grupo de control se selecciona al azar 2500 sujetos, a los cuales no se les administra la vacuna, y de este grupo 170 contraen la gripe.
- (a) Determine un intervalo de confianza del 95% para la diferencia entre la proporción de sujetos vacunados que contrajeron gripe y los no vacunados que también la contrajeron. Valor 4pts
- (b) Puede afirmarse que la vacuna es efectiva. Justifique Valor 3pts