

EXAMEN POR SUFICIENCIA

1. Calcule los siguientes límites:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x^2 + 1} - 1}{\sin^2 3x}$ (5 puntos)

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \sin \left(\frac{\pi x}{x+1} \right)$ (5 puntos)

2. Para cada caso, determine $D_x y$, (la derivada de y respecto a x)

a. $y = e^{3x} g(\ln^2 x)$, donde g es una función derivable (4 puntos)

b. $1 + \arctan(y/x) = x^2 + y^2$ (4 puntos)

3. Plantee y resuelva los siguientes problemas:

a. Considere un triángulo rectángulo de catetos “a” y “b”. Si el cateto “a” decrece a razón de 0.5cm/min y el cateto “b” crece a razón de 2cm/min, determine la variación del área cuando “a” mide 16 cm y “b” mide 12 cm. (4 puntos)

b. Encuentre las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en un cono de 12 cm de altura y 4 cm de radio. (6 puntos)

4. Haga el estudio completo (dominio, puntos críticos, sentido de crecimiento, concavidad, puntos de inflexión, asíntotas, cuadro de variación y gráfica de la función. (10 puntos)

$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x+1)^2}$, sabiendo que

$f'(x) = \frac{4x-2}{(x+1)^3}$ y $f''(x) = \frac{10-8x}{(x+1)^4}$

5. Determine el valor del área limitada por las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) y la recta $x = e$

(4 puntos)

6. Calcule las siguientes integrales:

a. $\int \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{\operatorname{sen}^2 x} dx$ (6 puntos)

b. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$ (6 puntos)

c. $\int \frac{x-5}{(x-1)(x^2+3)} dx$ 6 puntos)

7. Analice la convergencia de la integral:

$\int_2^{+\infty} \frac{x^2}{(x^3-1)^{2/3}} dx$ (4 puntos)