INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICAS

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Estudiaremos en este capítulo los sistemas de ecuaciones lineales. El término *lineal* está relacionado con que todos las incógnitas están elevadas a la primera potencia. Suponemos además que todos los números son reales.

Un sistema de m ecuaciones con n incógnitas es un sistema de la forma:

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + ... + a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + ... + a_{2n}x_n & = & b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + ... + a_{3n}x_n & = & b_3 \\ \multicolumn{3}{l}{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots} \\ \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + ... + a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}$$

Se llama solución del sistema a los números $k_1, k_2, k_3, ..., k_n$ tales que las ser sustituidos correpondientemente en cada una de las ecuaciones , éstas se convierten en una identidad.

Si el sistema tiene solución decimos que es compatible, en caso contrario incompatible. Si tiene solución única se llama compatible definido, si tiene más de una solución se llama compatible indefinido.

Hagamos:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & ... & a_{2n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & ... & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ ... \\ x_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ ... \\ b_m \end{pmatrix}$$

Con esta notación el sitema de ecuaciones lo podemos escribir ahora en forma matricial:

$$AX = B$$

Si $B = 0$ decimos que el sistema es homogéneo. Este sistema es compatible pues siempre tiene la solución trivial: $x_1 = x_2 = x_3 = ... = x_n = 0$ En la prática para sistemas homogéneos, muchas veces se necesita solución diferente de la trivial, si es que la tiene.

A la matriz A, agregando la columna B, se le llama matriz aumentada.

Para resolver el sistema $AX = B$ usamos el método de $Gauss$, el cual consiste en llevar la matriz aumentada a una matriz escalonada y luego hacer una sutitución hacia atrás. (Puede utilizarse también el método de Gauss-Jordan , que requiere llevar la matriz aumentada a una forma escalona reducida.)