

III Examen parcial

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo por lo que deben aparecer todos los pasos que lo conducen a su respuesta. No son procedentes reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz. Mantenga el celular apagado durante la prueba. No se permite el uso de hojas sueltas, el intercambio de instrumentos de trabajo ni calculadora programable.

1. 5 pts Considere la función f con criterio $f(x) = \log_2(2-x)$. Determine el dominio máximo de f , las intersecciones con los ejes coordenados y trace su gráfica.
2. 3 pts Sea f una función biyectiva tal que $f(x) = 5 - 3 \cdot 2^{1-7x}$. Determine el criterio de f^{-1} .
3. Resuelva en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones:
 - a) 5 pts $(e^{2x} - e^{-2x}) \ln(x + e) = 0$
 - b) 4 pts $2 \cos^2(3\theta) + \sin(3\theta) = 1$
4. 2 pts Considere la función $h : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ definida por $h(x) = \sin x$. Justifique por qué h no tiene inversa.
5. 4 pts Verifique la siguiente identidad trigonométrica.

$$\frac{2}{\tan \beta + \cot \beta} = \sin(2\beta)$$

6. 3 pts Sea $\theta = \arccos\left(\frac{a}{b}\right)$, con $0 < a < b$. Verifique que:

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}$$

7. 4 pts Resuelva el siguiente problema:

Dos personas situadas en puntos opuestos de una ciudad ubicada en un terreno plano, observan que sobre la ciudad hay una torre. Los ángulos de elevación del punto de observación de cada persona con respecto al punto más alto de la torre son de 25° y 30° . Si la distancia entre las dos personas es de 2 km , ¿cuál es la altura de la torre?