

Probabilidades 1S 2015

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
II Examen Parcial
Tiempo máximo: 2 horas, 15 minutos
Cartago, Costa Rica

Valor 31 puntos

Probabilidades
4 de Mayo

INSTRUCCIONES GENERALES

Esta es una prueba de desarrollo, por tanto debe presentar TODOS los pasos necesarios que le permitieron obtener su respuesta. No se aceptan reclamos de exámenes resueltos con lápiz o donde se utilizó corrector. Use un cuaderno de examen para presentar las soluciones. No se permite el uso de teléfono celular ni el préstamo de materiales durante la prueba (lapiceros, borrador, etc).

1. Un extraño virus se propaga con mucha rapidez en un país. Cuando una persona infectada entra en contacto con una no infectada la probabilidad de contagio es de 0.02. Si un infectado entra en contacto con 100 personas al día, ¿cuál es la probabilidad de que infecte a más de diez personas? (3 puntos)
2. A un centro hospitalario llegan 100 personas con síntomas de influenza porcina. Por limitaciones de espacio y médicos sólo se pueden evaluar a 30 de ellos al azar. Si en total 25 de los 100 pacientes tienen en realidad la influenza. Determine
 - (a) El rango y la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X que representa el total de personas con influenza en la muestra. (4 puntos)
 - (b) La probabilidad de que en ese día se detecten más de 12 casos con influenza. (2 puntos)
3. Sea X una variable aleatoria discreta que sigue una distribución Geométrica con función de probabilidad $f(x) = (1-p)^x p$ donde $x = 0, 1, 2, \dots$ y p la probabilidad de éxito. Probar que la esperanza de X está dada por $E(x) = \frac{1-p}{p}$ (4 puntos)
4. La probabilidad de obtener un número par al lanzar un dado es de $\frac{2}{3}$. Un participante en un concurso se considera ganador si al lanzar este dado sucesivamente obtiene un número par hasta después del segundo lanzamiento. De siete participantes que asistirán un día al concurso, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos de los participantes sean ganadores? (4 puntos)
5. Un experimento cuyos resultados son éxito (p) y fracaso ($1-p$) se repiten varias veces hasta que se de alguna de las siguientes condiciones:
 - * Se acumulan dos éxitos ó
 - * haya dos fracasos consecutivos
 - (a) Determine el espacio muestral y la distribución de probabilidad para la variable aleatoria X que representa el total de repeticiones que se debe hacer el experimento. Asuma que la probabilidad de éxito es p . (4 puntos)
 - (b) ¿Cuál es la media para el total de lanzamientos en términos de p ? (2 puntos)

6. Se ha publicado que la razón de personas que se infectan de influenza porcina en México sigue aproximadamente una distribución de Poisson, con un promedio de 15 personas infectadas por día.
- (a) Determine la probabilidad de que menos de 10 personas sean infectas mañana en el país mexicano. (2 puntos)
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que se presenten más de 25 personas infectas por influenza en el siguiente fin de semana (sábado y domingo)? (2 puntos)
7. Una persona llena un formulario en un tiempo T (en horas) que se distribuye de acuerdo a la distribución de probabilidad continua

$$f_T(t) = \begin{cases} \frac{k}{t+1} & \text{si } 0 < t \leq 2 \\ 0 & \text{para cualquier otro } t \end{cases}$$

- (a) Determine el valor que debe tomar k para que $f_T(t)$ sea en realidad una distribución de probabilidad. (2 puntos)
- (b) Calcule el porcentaje de personas que entregarán este formulario en la última media hora. (2 puntos)