INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
MATEMÁTICA DISCRETA

I semestre 2014
Total: 33 puntos
Tiempo: 2 h. 10 m.

PRIMER EXAMEN PARCIAL

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos necesarios o procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma ordenada, clara y utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes la apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni de teléfono móvil.

1. Sean P y Q dos proposiciones cualesquiera. Utilizando tablas de verdad, determine si la proposición: **[4 puntos]**

$$[(\neg P \to F_0) \wedge (P \wedge \neg Q)] \longleftrightarrow \neg(P \to Q)$$

es una falacia, una tautología o una contingencia.

2. Utilice las leyes de la lógica para simplificar la expresión: **[5 puntos]**

$$\neg\,[(P \to \neg Q) \vee (Q \wedge \neg(P \wedge R))]$$

3. Utilice las reglas de inferencia y las leyes de la lógica para demostrar $\neg(T \wedge \neg S)$ a partir de las premisas: $E \vee R$, $(P \to Q) \wedge (E \to \neg P)$, P, $(Q \wedge R) \to \neg T$. **[5 puntos]**

4. Considere las siguientes proposiciones abiertas:
   $P(x)$: $3x - 1$ es número par
   $Q(x)$: $x \in \{3, 5, 7, 11, 14\}$
   $R(x)$: x es número primo
   $S(x)$: x es divisible por 7

   Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   (a) $(\forall x \in \mathbb{N})\ [Q(x) \to (P(x) \wedge R(x))]$ **[2 puntos]**

   (b) $(\forall x \in \mathbb{N})(\exists y \in \mathbb{N})\ [Q(x) \to (R(y) \vee S(x))]$ **[2 puntos]**

5. Si $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 3\}$ y $C = \{1, 3, 4\}$, con $\mathcal{U} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ como el conjunto universo. Calcule:

   (a) Calcule $[(B \triangle C) \times A] \cap \left[\overline{B} \times (A \cap C)\right]$ **[3 puntos]**

   (b) Calcule $P\,[(C - A) \cup (B - A)]$ **[2 puntos]**

6. Sean A, B y D conjuntos arbitrarios que satisfacen: $|A \cup B| = 5$, $|A| = 4$, $|B| = 2$, $|A - D| = 2$, $|P(D)| = 8$, calcule la cardinalidad de $P(A \cap B) \times (A \cup D) \times P(A \cup B)$. **[4 puntos]**

7. Sean A, B y C conjuntos arbitrarios. Demuestre la validez de las proposiciones:

   (a) $P(A) \subseteq P(B) \Longrightarrow A \subseteq B$ **[3 puntos]**

   (b) $A \subseteq \overline{B} \Longrightarrow B \times C \subseteq \overline{A} \times C$ **[3 puntos]**