

III EXAMEN PARCIAL

INSTRUCCIONES: Este es un examen de desarrollo, por eso deben aparecer en forma clara y ordenada, todos los pasos que le conducen a sus respuestas. No se permite el uso de hojas sueltas, calculadoras programables ni ningún dispositivo electrónico de comunicación. No proceden los reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz (total o parcialmente).

1. Plantee y resuelva el siguiente problema.

De todos los triángulos rectángulos cuya hipotenusa mide 4 cm hallar las dimensiones del que tenga área máxima.

$$2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$$

(5 puntos)

2. Calcule las siguientes integrales.

a) $\int \frac{dx}{x(4 + \ln^2(x))} = \frac{1}{4} \arctan\left(\frac{\ln x}{2}\right) + C$ (3 puntos)

b) $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + C$ (4 puntos)

c) $\int \frac{x - \sqrt[3]{\arctan(2x)}}{4x^2 + 1} dx = \frac{1}{4} \left(\int \tan t dt - \frac{3 \arctan(2x)}{4} \right) + C$ (4 puntos)

3. Si $\int_0^a x e^{x^2} dx = \frac{1}{2}$, $a > 0$, determine el valor de a . $\sqrt{1.37}$ (5 puntos)

4. Usando sumas de Riemann, calcule la siguiente integral.

$$\int_{-1}^2 (1 - 4x) dx = -18$$

(4 puntos)

5. Sea f una función definida en $[-a, a]$ donde f una función par (es decir $f(x) = f(-x)$)

Demuestre que

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

(4 puntos)

6. Calcule el área encerrada por la gráfica de las curvas de ecuaciones: $f(x) = x^2$ y $g(x) = \sqrt{x}$

(5 puntos)