

Práctica sobre Pruebas de Hipótesis

Giovanni Sanabria Brenes

1. Una muestra aleatoria de doce estudiantes de secundaria dio las siguientes cifras en horas para el tiempo semanal que dedican a jugar video juegos (Play Station, Nintendo,...):

25, 53, 39, 30, 15, 39, 29, 32, 55, 39, 53, 38.

El promedio de los datos recolectados es $\frac{149}{4}$ horas con una desviación estándar de 12.114 horas. Un psicólogo señala que el tiempo semanal que dedica un estudiante a jugar video juegos es perjudicial si es de por lo menos 40 horas.

- (a) Un investigador afirma que en promedio el tiempo semanal que dedica un estudiante a jugar video juegos es perjudicial. Pruebe esta afirmación con un nivel de significancia de 0.05, determinando las regiones de aceptación y rechazo. $R/$ Hay evidencia que respalde la afirmación
 - (b) Por otro lado, un sociólogo indica que hoy en día más de la tercera parte de los estudiantes de secundaria dedican un tiempo semanal **perjudicial** a jugar video juegos. ¿Existe evidencia en contra de esta afirmación? $R/$ Hay fuerte evidencia en contra de la afirmación
 - (c) ¿De qué tamaño debería ser una muestra para probar la hipótesis en (b) con un nivel de significancia de 5% y un potencia de 90% cuando realmente una cuarta parte de los estudiantes de de secundaria dedican un tiempo semanal perjudicial a jugar video juegos? $R/$ 255
2. Un ingeniero de computación, se ha quejado ante la Oficina de Trabajo por las grandes diferencias salariales que se le paga a un ingeniero en computación de un empresa a otra. Ante esto, el presidente de la Cámara de Empresas ha señalado que la desviación estándar del salario mensual de un ingeniero en computación es menor a 100 dólares. Para analizar esta afirmación, la Oficina de Trabajo en una muestra de 40 ingenieros observó un salario promedio de 2000 dólares con una desviación estándar de 90 dólares. Se quiere contrastar la afirmación a un nivel de significancia del 10%.
 - (a) Determine las regiones de aceptación y rechazo de la prueba para el estadístico S^2 . $R/$ $A =]7229.69, +\infty[$, $R =]0, 7229.69[$.
 - (b) ¿Es razonable la afirmación del presidente de la Cámara de Empresas? $R/$ NO, hay evidencia en contra.

(c) Acote la probabilidad del error tipo II de la prueba si $\sigma = 95$ dólares. $R/ \quad]0.8, 0.9[.$

3. Suponga que las marcas de disco DVD para grabar con capacidad nominal de 4.7 gb son A y B. Los disco A son más baratos que los disco B, razón por la cuál un vendedor de accesorios para computadoras afirma que la capacidad promedio de los discos A es menor en por lo menos 70 mb a la capacidad promedio de los discos B. Se tomaron muestras de capacidades de ambos tipos de discos en mb, la información se resume en la siguiente tabla

Disco	tamaño de muestra	\bar{x}	s
tipo A	21	4698 mb	15 mb
tipo B	17	4752 mb	27 mb

- (a) Un estudiante X del TEC, realizó la prueba de hipótesis para la afirmación del vendedor suponiendo que las desviaciones estándar de las capacidades, de ambos tipos de discos, son iguales. ¿Aceptó X la afirmación del vendedor? $R/$ hay fuerte evidencia en contra de la afirmación.
- (b) El estudiante X considera que la suposición que las desviaciones estándar de las capacidades, de ambos tipos de discos, son iguales, es evidente. Con un nivel de significancia de 5%, ¿considera que la suposición de X es correcta? $R/$ No.
- (c) Considere la afirmación: el estudiante X reprobó Estadística, ¿Aceptaría esta afirmación? Responda según su intuición. $R/$ Se acepta.

4. El pueblo C tiene problemas con el fumado en adolescentes. En una muestra de 60 hombres adolescentes se observó que 40 fuman, y en una muestra de n_2 mujeres adolescentes se observó una proporción \hat{p}_2 de fumadoras, con $n_2\hat{p}_2 \geq 5$ y $n_2\hat{q}_2 \geq 5$. Con estos datos se tiene que un IC del 95% para la diferencia de la proporciones, proporción de hombres adolescentes que fuman menos la proporción de mujeres adolescentes, es

$$I =] -0.355219, -0.0447808 [$$

- (a) Determine el centro del IC y el valor aproximado de \hat{p}_2 $R/ \quad 0.866667.$
- (b) Halle el valor aproximado de n_2 . $R/ \quad n_2 \approx 45.$
- (c) El sacerdote del pueblo afirma que en esto tiempos son más las mujeres adolescentes que fuman que hombres adolescentes. Utilizando el IC, ¿Los datos apoyan la afirmación del sacerdote? $R/$ Si.

5. Un médico afirma que la edad promedio de personas con sobrepeso en cierta ciudad es de 35 años. Para investigar dicha afirmación se tomó una muestra de 20 personas con sobrepeso de dicha ciudad y se observó un edad promedio de 36.7 años con una desviación de 4.5. Al realizar contraste de hipótesis se obtuvo que uno de los promedios críticos es $u_c = 33.1389$.

- (a) Determine aproximadamente el nivel de significancia utilizado en el contraste de hipótesis realizado. $R/$ 0.08.
- (b) ¿Existe evidencia en contra de la afirmación del médico? $R/$ No, se acepta la afirmación del médico.
6. Un profesor de la Universidad Futuro Garantizado cree que más de la mitad de los estudiantes matriculados se retiran de al menos una materia. En una muestra de 80 estudiantes, se observó que 45 se habían retirado de al menos una materia.
- (a) Determine el valor P de la prueba de hipótesis para contrastar la creencia del profesor. $R/$ 0.131357.
- (b) ¿Considere aceptable la creencia del profesor? $R/$ Hay evidencia en contra de la afirmación del profesor.
- (c) ¿De qué tamaño debe ser una muestra para que la prueba tenga una significancia de 2% y una potencia de 90% cuando el verdadero porcentaje de estudiantes que se retiran de al menos una materia es del 60% ? $R/$ 273.
7. La compañía SERVICIO COMPLETO ofrecerá servicios de telecomunicaciones en nuestro país a penas le aprueben su proyecto, y afirma que más del 30% de los hogares del país pasarán a ser sus clientes. De 80 hogares encuestados, 25 mencionaron que efectivamente se suscribirán a la compañía
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de error tipo II si la verdadera proporción es de 40%, el tamaño de la muestra es 120 y el nivel de significancia de 0.025? $R/$ 0.345.
- (b) Según el valor obtenido en la parte (b), ¿cuál es el valor de la potencia y qué significa? $R/$ 0.655.
8. Se estima que el tiempo que llenado de embases de la compañía BUEN SABOR se distribuye normalmente con una desviación estándar de 5 minutos. Si en una muestra de 25 embases dio una desviación estándar de 3 minutos, ¿hay evidencia de que en realidad la desviación es menor que 5 minutos? Utilice $\alpha = 10\%$. $R/$ Si.
9. Las carreras de Electrónica y Computación tiene gran demanda laboral, esto hace que muchos estudiantes ingresen al mundo laboral antes de graduarse. Sin embargo, el profesor afirma que, para estudiantes de último de carrera, es mayor la proporción de estudiantes de Computación que laboran que la de estudiantes de Electrónica. En una pequeña encuesta se obtuvo la siguiente información

Estudiantes de último año	# de encuestados	Laboran
Computación	20	12
Electrónica	30	14

- (a) Determine el Valor P para contrastar la afirmación del profesor. $R/$ 0.178786.
- (b) ¿Hay evidencia que respalde la afirmación realizada por el profesor ? $R/$ Hay evidencia en contra de la afirmación del profesor.
- (c) Suponga que se quiere determinar un intervalo de confianza para la diferencia de proporciones entre los estudiantes de último año de Computación y de Electrónica que laboran. ¿De qué tamaño debe ser las muestras si se desea un IC con una confianza de al menos el 95% de que el error estimado al estimar la diferencia en las dos proporciones sea menor que 0.1? $R/$ 188.
10. Una muestra de jugadores de fútbol de la primera división actual dieron los siguientes resultados, donde n es el número jugadores, \bar{x} el promedio de los años de experiencia y s la desviación estándar de los años de experiencia (en centímetros):
- | Equipos | n | \bar{x} | s |
|---------|-----|-----------|------|
| A | 15 | 3.2 | 2.85 |
| B | 21 | 5.7 | 1.94 |
- (a) Suponiendo que los años de experiencia se distribuyen normalmente, con un nivel de significancia de 5%, pruebe la hipótesis de que las varianzas entre los años de experiencia de ambos equipos son iguales $R/$ se puede suponer que las varianzas son iguales.
- (b) ¿Considera que el promedio de años de experiencia en los jugadores de B es superior a el de los jugadores de A más de 9 meses?
11. Un modelo de automóvil ha registrado durante varios años un rendimiento de combustible promedio de 15 km por litro de gasolina y una desviación estándar de 3 km. Para el modelo de este año se mantuvo la desviación estándar y se quiere probar si el rendimiento promedio cambió, usando un nivel de significancia de 4% y una potencia de 90% si el nuevo promedio es 17 km/L.
- (a) ¿De qué tamaño debe ser la muestra a tomar? $R/$ 30.
- (b) Si se toma una muestra del tamaño escogido en el punto anterior, ¿cuál debe ser la región de aceptación para \bar{X} ? $R/$ $\mu_{c1} = 13.8772, \mu_{c2} 16.1228$.
12. La resistencia a la rotura de los cables producidos por un fabricante sigue una distribución normal con una media de 1800 libras y una desviación estándar de 100 libras. Mediante una nueva técnica en el proceso de fabricación, la desviación estándar se mantiene y se espera que la resistencia promedio se incremente. Para ensayar esta aspiración el Departamento de Ingeniería toma una muestra de cables fabricados utilizando la nueva técnica y encuentra que su resistencia media es de 1850 libras. Para determinar efectivamente si hay un aumento de resistencia, dicho departamento realizó una prueba de hipótesis con un nivel de significancia de 0.01. Al normalizar y estandarizar la media observada obtuvieron un valor observado de $z = 3.5$. Con estos datos,

- (a) Enuncie las hipótesis nula y alternativa que debió escribir el Departamento. $R/ \quad H_1 : u > 1800.$
- (b) ¿De qué tamaño fue la muestra que tomó el Departamento de Ingeniería? $R/ \quad 49.$
- (c) ¿Existe evidencia a favor de que la resistencia se incrementó? $R/ \quad \text{Si}.$
13. En una fábrica de tornillos, se estima que al menos 98% de las unidades producidas son satisfactorias. En una muestra de 50 unidades se encuentran dos defectuosas. ¿Es esto evidencia en contra de la estimación? $R/ \quad \text{No hay evidencia en contra de la afirmación.}$
14. Una empacadora de papas tostadas, cuando está bien ajustada, llena las bolsas con un contenido promedio de 500 gramos y una desviación estándar de no más de 5 gramos. Se toma una muestra de 21 bolsas para probar, con un nivel de significancia de 5%, si la máquina está bien ajustada. ¿Cuáles son los extremos del intervalo de aceptación para la desviación estándar muestral? $R/ \quad A = [0, 6.26602].$
15. En un país se quiere investigar si la proporción de adultos con título universitario es la misma en sus regiones Pacífica y Atlántica. Para eso se encuesta a cien adultos de cada región, y se encuentra que 17 del Pacífico y 13 del Atlántico tienen título universitario. ¿Hay evidencia para concluir que las proporciones son distintas? $R/ \quad 0.429528.$
16. Se quiere analizar la capacidad de dos tipos de tarjetas de memorias *SD* con capacidad nominal de 16 gb, pues un estudiante del TEC afirma que la capacidad promedio de las tarjetas *A* es mayor en por lo menos 0.25 gb a la capacidad promedio de las tarjetas *B*. Se tomaron muestras de capacidades de ambos tipos de tarjetas, la información se resume en la siguiente tabla
- | Tarjeta | tamaño de muestra | \bar{x} | s |
|---------|-------------------|-----------|---------|
| tipo A | 31 | 15.8 gb | 0.25 gb |
| tipo B | 31 | 15.63 gb | 0.17 gb |
- (a) Escoja un nivel de significancia apropiado para que se puede aceptar que las varianzas poblacionales son iguales. $R/ \quad \alpha = 0.02 \text{ o menor.}$
- (b) Con un nivel de significancia de 5%, ¿aceptaría la afirmación del estudiante del TEC? $R/ \quad \text{Si}.$
17. Se han registrado los siguientes tiempos de un proceso: 3.3 s, 2.6s, 2.7s, 3.5s, 3.2s y 2.7s. ¿Hay evidencia de que la desviación estándar de los tiempos es menor que un segundo? $R/ \quad \text{Si}.$

18. Se quiere investigar si la duración promedio de los bombillos A excede a la duración promedio de los bombillos B en al menos 150 horas. Se supone que ambas poblaciones se distribuyen normalmente con desviaciones estándar respectivas $\sigma_A = 60$ horas y $\sigma_B = 50$ horas. ¿De qué tamaño deben ser las muestras para un nivel de significancia de 10% y una potencia de 85% cuando la verdadera diferencia es de 120 horas? $R/ \quad 37.$
19. En una encuesta sobre práctica de deportes se encontró que, de 120 personas solteras encuestadas, 21 practican ciclismo al menos una vez por semana, y que de 80 personas casadas, 12 lo practican. ¿Hay evidencia para creer que la proporción de personas que practican ciclismo varía entre los solteros y los casados? $R/ \quad No, Valor P = 0.638356.$
20. Una pequeña tienda para su funcionamiento requiere de una venta promedio diaria de por lo menos 50 mil colones para cubrir sus gastos. En 90 días de estudio se obtuvo una venta promedio de 49 500 colones, con una desviación de 5700 colones.
- (a) Plantee las hipótesis nula y alternativa para esta prueba y halle las regiones de aceptación y rechazo con un nivel de significancia de 0.05. $R/ \quad u_c = 49.2344.$
- (b) Determine si la tienda debería dejar de funcionar con un nivel de significancia de 0.05.