

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
PROBABILIDADES

TIEMPO 2 HORAS 30 MIN
VALOR 50 PTS

EXAMEN DE REPOSICIÓN, II-2011

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con tempera (corrector) no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas.

1. Se desea distribuir 10 entradas generales al partido Costa Rica vs Holanda y 9 celulares distintos entre los 4 ganadores de un concurso: Sara, Kendal, Anthony y Yahaira. De cuántas maneras se pueden repartir los obsequios si:

(a) A cada ganador le corresponde al menos una entrada y al menos 2 ^{celulares} ~~viajes~~. (5 puntos)

(b) A Sara y Kendal se le deben dar exactamente 4 celulares y a cada ganador a lo sumo 4 entradas. (5 puntos)

2. En una bolsa se tiene 10 bolas blancas, 6 bolas verdes y 4 bolas rojas. Considere el experimento en que se extrae una bola al azar, se anota su color y se devuelve la bola extraída con 3 bolas del mismo color al de las bola extraída. Suponga que el experimento se repite hasta obtener 2 bolas rojas. ¿Determine la probabilidad de que se realicen exactamente 3 extracciones? (6 puntos)

3. Sea X una variable aleatoria discreta que sigue la distribución

$$f_X(k) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^k \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots$$

Determine $E(e^{2x})$. (5 puntos)

4. El juego TRES BLANCAS consiste en una canasta en la que hay 4 bolas blancas y 5 bolas negras. El jugador elige cuatro bolas al azar sin reposición, si obtiene al menos tres blancas gana el juego.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar el juego? (5 puntos)

- (b) Si Don Juan juega 10 partidas de TRES BLANCAS. ¿Cuál es la probabilidad de que gane al menos 3 partidas? (4 puntos)

5. Si X es una variable aleatoria continua con distribución de probabilidad

$$f_X(x) = \begin{cases} kx^3 & \text{si } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 3 & \text{si } 1 < x \leq k \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Determine el valor de k .

(5 puntos)

6. Un técnico de la empresa ECI señala que las llamadas telefónicas en cierta localidad tienen una distribución normal con media de 180 segundos y una desviación estándar de 300 segundos.

- (a) De las llamadas que se encuentran en el 10% de las largas, ¿Cuál es la duración de la llamada más breve? (5 puntos)

- (b) En 15 llamadas, ¿Cuál es la probabilidad de que su duración promedio sea menor a 160 segundos? (5 puntos)

7. Un pequeño agricultor Juan se dedica a la producción de cierto tipo de sandías. Estas sandías tiene un peso promedio de 850 gramos con una desviación estándar de 100 gramos. Juan empaca las sandías en cajones de 40 sandías para llevarlas a la feria del agricultor, donde las vende a 1000 colones el kilogramo. ¿Cuál la probabilidad de que don Juan tenga un ingreso superior a 35000 colones por la venta de todas las sandías de un cajón? (5 puntos)