

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA  
ESCUELA DE MATEMÁTICA  
PROBABILIDADES

TIEMPO: 2:15  
PUNTAJE: 42

TERCER EXAMEN PARCIAL, II SEMESTRE-2011

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a cada una de sus respuestas.

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^5} & \text{si } x \geq 1, \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- (a) Verifique que, efectivamente,  $f$  cumple las condiciones para ser una función de densidad de probabilidad para  $X$  (4 puntos):
- (b) Determine la función acumulativa de probabilidad para  $X$  (3 puntos):
- (c) Calcule  $P(X > 2)$  (2 puntos)
- (d) Calcule la esperanza  $X$  (3 puntos)
2. La ganancia diaria, en miles de colones, que obtiene la tienda *El Buen Precio* está dada por una variable aleatoria continua  $X$ , donde  $E(X) = 100$ ,  $Var(X) = 400$ . Don Juan, el dueño de la tienda, necesita obtener un préstamo de un banco. Este banco tiene la siguiente política: "Se presta una cantidad  $c$  de colones, si el negocio que pretende obtenerlo tiene un 90% o más de probabilidad de que la ganancia total mensual (30 días) sea mayor que  $\frac{c}{12}$ ". Determine la cantidad máxima de dinero que Don Juan puede solicitar al banco, de acuerdo con dicha política. (5 puntos)
3. La probabilidad de que un estudiante de Administración realice ejercicio físico regularmente es de un 9%. Determine cuál es la probabilidad aproximada de que en una muestra de 1000 estudiantes de Administración, por lo menos 100 estudiantes realicen ejercicio físico regularmente (6 puntos)

4. Se ha determinado que el tiempo, en minutos, que tarda un cajero en cierto banco atendiendo a un cliente, sigue una distribución exponencial con una media de 5 minutos ( y una desviación estándar de 5 minutos).
- (a) Para un cliente elegido al azar, cuál es la probabilidad de que un cajero tarde más de 10 minutos atendiendo a dicho cliente? (4 puntos)
- (b) Un cajero es considerado como *ineficiente*, si el tiempo promedio que tarda atendiendo a 50 clientes es superior a 7 minutos. Determine la probabilidad de que un cliente sea ineficiente. (5 puntos)
5. Suponga que la estatura de una mujer adulta de cierta región sigue una distribución normal con una media de 173 cm y con una desviación estándar de 12 cm. Por lo menos cuántas mujeres adultas de dicha región deberían escogerse para tener una probabilidad menor a un 10% de que el promedio de las estaturas de dichas mujeres sea mayor que 177 cm.? (6 puntos)
6. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-3x} & \text{si } x \in ]0, 3[ \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde  $k = \frac{3e^9}{e^9 - 1}$ .

Determine la función generadora de momentos de  $X$  (4 puntos)