INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
CÁLCULO
18 de octubre de 2014

Tiempo 2 horas y 15 m
Puntaje: 39 puntos

II EXAMEN PARCIAL

INSTRUCCIONES: Este es un examen de desarrollo, por eso deben aparecer en forma clara y ordenada, todos los pasos que le conducen a sus respuestas. No se permite el uso de hojas sueltas, calculadoras programables ni ningún dispositivo electrónico de comunicación. No proceden los reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz (total o parcialmente).

1. Para cada una de las siguientes funciones, calcule la primera derivada.

   a) $g(x) = 5^{\arctan\sqrt{x}} + \ln^4(\tan(x))$ (5 puntos)

   b) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(h(3x))}{e^{2x}} + \pi^2,$ donde h es una función derivable. (4 puntos)

2. Sea C la curva de ecuación $C : y = x^2 + 4$

   Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva C que pasan por el origen. (5 puntos)

3. Considere la función $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$

   a) Verifique que esta función satisface las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[0, 1]$ (3 puntos)

   b) Encuentre el número c garantizado por la conclusión del teorema. (2 puntos)

4. Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{3}{x}\right)$$

(4 puntos)

5. Para cada una de las siguientes proposiciones determine si es verdadera o falsa. Justifique cada una de sus respuestas.

   a) Si $[f(2x)]' = x^2$ entonces $f'(x) = \dfrac{x^2}{2}$ (2 puntos)

   b) Sea f una función definida en $\mathbb{R}$

   Si $f'(x) = \dfrac{3x-1}{\sqrt[3]{x^2(x-1)}}$, entonces $x = 1$ es un punto crítico de la función f.

   (2 puntos)

   c) Sea f una función derivable en $\mathbb{R}$ y $f'(0) = 0$ entonces podemos asegurar que el punto $(0, 0)$ es un extremo. (2 puntos)

(Continúa ↦)

6. Realice al análisis completo y trace la gráfica de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x^3 - 27}{8 - x^3}$$

(10 puntos)

Sabiendo que:

$$f'(x) = \frac{-57x^2}{(x^3 - 8)^2}$$

$$f''(x) = \frac{228x(x^3 + 4)}{(x^3 - 8)^3}$$