

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA

Puntaje total: 32 puntos
Tiempo máximo: 2 horas, 15 minutos

Tercer examen parcial

MA-0101 Matemática General
II Semestre de 2005

Instrucciones generales:

Esta es una prueba de desarrollo por lo que debe presentar todo el procedimiento mediante el cual obtiene sus respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice un cuaderno de examen u hojas grapadas. No se aceptarán reclamos en exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el intercambio de materiales ni el uso de calculadora programable o teléfono.

1. Sea f la función con criterio $f(x) = \ln(1 - x)$. (6 puntos)

- (a) Determine el dominio de la función f .
- (b) Realice la gráfica de la función f .
- (c) Determine el dominio y el criterio de la función inversa de f , denotada f^{-1} .
- (d) Realice la gráfica de la función f^{-1} en el mismo sistema de coordenadas cartesianas de la función f .

2. Resuelva en \mathbb{R} las siguientes ecuaciones.

(a) $\frac{16^{x-3}4^x}{2^x} - 2 = 0$ (4 puntos)

(b) $\log \left[\sqrt{\frac{x+6}{1-x}} \right] - \log 2 = 0$ (4 puntos)

(c) $\cos^2 x = \frac{3(1 - \operatorname{sen} x)}{2}$ (4 puntos)

(continúa en la siguiente página)

3. Verifique la siguiente identidad $\forall \alpha \in \mathbb{R} - \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$. (4 puntos)

$$\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{1}{\csc^2 \alpha}$$

4. Plantee y resuelva los siguientes problemas.

- (a) Para hallar la altura de un risco se localizan dos puntos A y B , con una distancia entre si de 153 metros, en la llanura del risco. Desde el punto B el ángulo de elevación a la cima del risco es de $\frac{\pi}{4}$ y desde el punto A el ángulo de elevación a la cima del risco es de $\frac{\pi}{6}$. Determine la altura del risco sobre la llanura. (5 puntos)
- (b) Un poste de 6 metros de largo se encuentra clavado en la cima de una colina de 10 metros de altura. Debido a un cable que se extiende desde la base de la colina hasta la parte superior del poste, éste se inclina 5 grados respecto a la vertical. Si se sabe que el ángulo de elevación de la colina con respecto a la horizontal es de 35 grados, determine la longitud del cable. (ver Figura 1) (5 puntos)

