

PRIMER EXAMEN PARCIAL

1. Considere las matrices $C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ calcule $(C - I_3)^{-1} + 3B^t B$. **(5 puntos)**

2. Determine el conjunto solución del sistema: **(5 puntos)**

$$\begin{cases} x + 3y + z - w = 1 \\ 2x + 7y + z + 2w = 2 \\ -x - 2y - 2z + 5w = -1 \end{cases}$$

3. Utilice la regla de Cramer para resolver el sistema: **(4 puntos)**

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = -1 \\ 2x + y + z = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

4. Considere el sistema de ecuaciones en la variables x, y : **(6 puntos)**

$$\begin{cases} 3mx - 4y = 1 \\ -x + 3my = 2n + 3 \end{cases}$$

Determine los valores de los parámetros m y n para que el sistema:

- (a) No tenga solución.
 - (b) Tenga solución única.
 - (c) Tenga infinita cantidad de soluciones.
5. Si A y B son matrices de 4×4 , tales que $\det(A) = -5$ y $\det(B^{-1}) = \frac{4}{3}$, calcule $\det(2B \cdot \text{Adj}(A^t))$ **(4 puntos)**
6. Sean A una matriz de tamaño $p \times q$, B y C matrices de $r \times q$. Pruebe, entrada por entrada, que $A(B - 2C)^t = AB^t - 2AC^t$. **(5 puntos)**
7. Sean B, C y D matrices de $n \times n$. Pruebe que: **(6 puntos)**
- (a) Si C es involutiva, entonces $\frac{1}{2}(C + I_n)$ es idempotente.
 - (b) Si B es idempotente, entonces $\det(B) = 1$ ó $\det(B) = 0$.
 - (c) Si D es involutiva y $\frac{1}{2}(D + I_n)$ es invertible, entonces $\det\left(\frac{1}{2}(D + I_n)\right) = 1$.