INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
MA-1404 CÁLCULO
PROFESOR FÉLIX NÚÑEZ V.

Práctica Número 4
Derivadas, gráficas y problemas de optimización.

1. Calcule $\frac{dy}{dx}$ utilizando las reglas de derivación.

   (a)
   $y = \frac{\sqrt{4x+2}}{5}$
   $y = \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$
   $y = sen^2(7x)\tan^3(5x-2)$
   $y = \ln^5\left(x+\frac{1}{x}\right)$
   $y = \cos^4(-5x+senx)$
   $y = \cos(arcsen\,(e^x-4^x))$
   $y = (senx)^{\arctan x}$
   $y = 3^{-x^2}\log_3\left(4x^2-3\right)$
   $y = (3x+2)^{\ln x}$
   $y = \sec(\arctan x + 3x^2)$
   $y = (\tan x1 + \cot x)^3$
   $y = x^x \ln x$
   $y = \sqrt{e^x1+e^{2x}}$
   $y = x^{\cos x} + x^3$

2. Calcule la derivada que se le solicita en cada caso

$y = x^3 - 4x^2$	y''
$y = \frac{2}{x+3}$	$y^{(5)}$
$f(x) = \ln\left(\frac{5x-2}{3x}\right)$	$f''(x)$
$g(x) = \arctan(x)$	$g''(x)$
$y = e^{-5x}$	$\frac{d^5y}{dx^5}$
$y = \ln(2x+1)$	y"'
$3x^2 + 2y^2 = 5$	$\frac{d^2y}{dx^2}$
$cos(xy) = x - y^2$	$\frac{dy}{dx}$
$y = \frac{\left(5x^3+2\right)\sqrt[5]{x+7}}{(4x-2)^3 senx}$	y'

3. Hacer el estudio completo y luego trace la gráfica para cada una de las funciones dadas a continuación

   (a) $q(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

   (b) $f(x) = \frac{2x^3}{x^2-1}$

(c) $g(x) = \frac{x}{x^2+1}$

(d) $h(x) = \frac{x^2-5x+2}{x-2}$

4. Problemas de optimización

(a) Se pretende fabricar una lata de conserva cilíndrica (con tapa) de 1 litro de capacidad. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones para que se utilice el mínimo posible de metal?

(b) Se tiene un alambre de $1m$ de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con uno de ellos un círculo y con el otro un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima. R/

(c) Hallar las dimensiones del mayor rectángulo inscrito en un triángulo isósceles que tiene por base 10 cm y por altura 15 cm. R/base del rectángulo=5 altura $\frac{15}{2}$

(d) Hallar las dimensiones que hacen mínimo el costo de un contenedor que tiene forma de paralelepípedo rectangular sabiendo que su volumen ha de ser 9 m^3 , su altura $1m$ y el costo de su construcción por m^2 es de 50 dólares para la base; 60 para la tapa y 40 para cada pared lateral. R/$3m$ largo por $3m$ de ancho por $1m$

(e) Recortando convenientemente en cada esquina de una lámina de cartón de dimensiones 80 cm x 50 cm un cuadrado de lado x y doblando convenientemente, se construye una caja. Calcular x para que volumen de dicha caja sea máximo. R/10cm

(f) Una hoja de papel debe tener 18 cm^2 de texto impreso, márgenes superior e inferior de $2cm$ de altura y márgenes laterales de $1cm$ de anchura. Obtener razonadamente las dimensiones que minimizan la superficie del papel. R/$5cmx10cm$

(g) Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular:

- La producción actual de la huerta. R/15.000 frutos
- La producción que se obtendría de cada árbol si se plantan x árboles más. R/$600 - 15x$
- La producción a la que ascendería el total de la huerta si se plantan x árboles más. R/$P(x) = (25 + x)(600 - 15x)$
- ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para qué la producción sea R/La producción será máxima si la huerta tiene$25 + 7 = 32$ ó $25 + 8 = 33$ árboles