

TERCER PARCIAL, I-2012

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con corrector no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas.

1. Sea X una variable aleatoria continua cuya distribución de probabilidad es

$$f_X(x) = \begin{cases} ke^{-x} & \text{si } 0 < x < 5 \\ \frac{1}{x^3} & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

- (a) Determine el valor de k . (6 puntos)

- (b) Calcule $P(2 < X < 7)$ (este valor puede expresarlo en términos de k) (5 puntos)

2. Sea X una variable aleatoria continua con distribución de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3e^{-3x+9}}{e^9 - 1} & \text{si } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$$

- (a) Determine la función generadora de momentos de X . (6 puntos)

- (b) Utilice (a) para determinar $E(X)$. (4 puntos)

3. El tiempo de redacción a un medicamento administrado a un niño sigue una distribución Gamma con media 4 horas y desviación estándar $\sqrt{8}$ horas.

- (a) Si la droga se aplica a un niño, determine la probabilidad de que el medicamento reaccione después de 10 horas. (4 puntos)

- (b) Si 30 niños reciben el medicamento, determine aproximadamente la probabilidad de que, en promedio, reaccionen antes de las 5 horas. (5 puntos)

4. La compañía eléctrica ECI vende bombillas a sus usuarios. Para los bombillos comprados durante este mes se aplica la oferta: si el bombillo falla antes de los 6 meses se reintegran al usuario el total del costo del bombillo. Los bombillos tienen una duración que sigue una distribución exponencial con media 12 meses.
- (a) Juan compra un bombillo durante este mes. Determine la probabilidad de que se aplique la oferta en la compra de Juan. (3 puntos)
 - (b) Si durante los días que duró la oferta se venden 1000 bombillos, ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de que por lo menos 420 bombillos de los vendidos califiquen para la oferta? (5 puntos)
5. Luis llena formularios de una encuesta en un tiempo que se distribuye normal con media 10 minutos y varianza 25 minutos al cuadrado. Luis trabaja 400 minutos al día y su jefe desea asignarle la cantidad adecuada de formularios de manera que Luis pueda terminarlos en el 90 % de los casos aproximadamente. Determine la cantidad n de encuestas que se deben asignar a Luis. (6 puntos)
6. La población de empleados de la compañía *El Trueque* tienen salarios en tres rangos: el 20% gana un millón de colones, el 30% ganan un salario de 500 000 colones y el resto de los empleados gana 200 000 colones. Un estudio de la *Defensoría del Asalariado* llega a cada empresa y elige una muestra aleatoria de 50 empleados. Si la suma de los salarios de estos empleados es inferior a 30 millones de colones la empresa es catalogada como *Deficitaria*. Determine la probabilidad de que *El Trueque* caiga en la categoría de *Deficitaria*. (6 puntos)