

TERCER PARCIAL, I-2013

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con corrector no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas.

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua cuya distribución de probabilidad es

$$f_X(x) = \begin{cases} (k+1)e^{-7x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) Determine el valor de  $k$ . (5 puntos)

(b) Calcule  $P(X < 4)$  (3 puntos)

2. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con distribución de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x}}{1 - e^{-5}} & \text{si } 0 < x < 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) Halle la función generadora de momentos de  $X : m_X(t)$  para  $t < 1$ . (4 puntos)

(b) Utilice (a) para determinar  $E(X)$ . (3 puntos)

3. El tiempo de vida útil de un televisor marca NÍTIDO sigue una distribución exponencial con una media de 9 años. Un televisor se considera duradero si tiene una vida útil mayor a 10 años.

(a) Verifique que la probabilidad de que un televisor NÍTIDO sea duradero es de aproximadamente 0.3292. (3 puntos)

(b) El Mall Paseo Feliz ha adquirido 50 televisores NÍTIDO, determine aproximadamente la probabilidad de que, en promedio, los televisores adquiridos sean duraderos. (5 puntos)

4. En cierta ciudad el consumo de energía eléctrica, en millones de kilovatios por hora, sigue una distribución Gamma, con promedio de 2 millones de kilovatios y desviación estándar  $\sqrt{2}$  millones de kilovatios. Si el consumo de energía es superior a los 4 millones de kilovatios en una hora, esa hora se considera crítica.

(a) Determine la probabilidad de que el consumo de energía supere los 4 millones de kilovatios en una hora. (3 puntos)

(b) En 24 horas, ¿Cuál es aproximadamente la probabilidad de que al menos dos horas sean críticas? (5 puntos)

5. El ingreso mensual en millones de colones de la empresa GFM es una variable aleatoria  $X$  cuya distribución de probabilidad es

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{21} & \text{si } 1 < x < 4 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

(a) Pruebe que el ingreso promedio mensual de la empresa es de  $\frac{85}{28}$  millones con una desviación estándar aproximada de 0.7262 millones. (5 puntos)

(b) El Ministerio de Economía calificará de exitosas a aquellas empresas que en el próximo quinquenio (cinco años) muestren un ingreso total superior a 200 millones. Determine aproximadamente la probabilidad de que la empresa GFM sea calificada de exitosa. (5 puntos)

6. El programa Quién Quiere ser Multimillonario, realizó un test a las personas interesadas en participar en la próxima temporada. Los resultados del test siguen una distribución normal con un promedio de 56 y una desviación estándar de 12, en escala de 1 a 100.

(a) El 40% de las personas que obtuvieron mejor resultado en el test, se consideran candidatos elegibles para participar en la próxima temporada. Determine la nota mínima necesaria que debe obtener una persona en el test, para ser considerada elegible. (4 puntos)

(b) El productor considera que la regla anterior no es atractiva pues para la popularidad del programa se necesita de todo tipo de personas. Así, considera que se deben elegir cierta cantidad al azar de personas de manera que se obtenga una probabilidad inferior al 5% de que el resultado promedio, de las personas elegidas, sea menor a 50. ¿Cuántas personas considera que se deben elegir como mínimo? (5 puntos)