INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Álgebra Lineal para Computación (MA-2405)

Tiempo: 2 h. 10 m.
Total: 27 puntos
Fecha: 3 de septiembre de 2012

Primer examen parcial

1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ k & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
   Encuentre la matriz X tal que $2A + BX = C^T$ **(6 puntos)**

2. Si $\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 6$, calcule el valor del determinante $\begin{vmatrix} a+2b & 1 & b \\ x+2y & z & y \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ utilizando las propiedades de los determinantes. **(3 puntos)**

3. Calcule el determinante $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$ de orden n. **(3 puntos)**

4. Encuentre la solución del siguiente sistema de ecuaciones: **(5 puntos)**

$$\begin{cases} 2x + 2y + z + w &= 2 \\ 2x + 2y - z + 3w &= 2 \\ x + y - z + 2w &= 1 \\ 3x + 3y - z + 4w &= 3 \end{cases}$$

5. Sean A y B matrices de $n \times n$ tales que $\det(A) = 4$ y B invertible, calcule $\det(A(\operatorname{adj}(A))B^{-1})$. **(4 puntos)**

6. Encuentre dos matrices A y B de 2×2 tales que $AB = 0$ pero $BA \neq 0$. **(3 puntos)**

7. Una matriz M se llama simétrica si $M = M^T$. Demuestre que la suma de dos matrices simétricas es una matriz simétrica. **(2 puntos)**