

EXAMEN DE REPOSICIÓN

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con tempera (corrector) no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas.

1. Se tiene una baraja de naipes (52 cartas: 13 espadas, 13 corazones, 13 tréboles y 13 diamantes). Cada grupo de 13 cartas tiene la siguiente numeración: $As, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K$. Se eligen 5 cartas,
 - (a) ¿De cuántas maneras se puede obtener "full" (este consiste en tres cartas con igual número y las otras dos cartas con igual número)? (5 puntos)
 - (b) ¿De cuántas maneras se puede obtener "color" (esto consiste en todas las cartas del mismo palo, es decir sólo corazones, sólo espadas, sólo tréboles o sólo diamantes)? (3 puntos)
2. Se elige una familia al azar con tres exactamente hijos (mujeres u hombres), considere los eventos:
 $A = \{\text{tener hijos de ambos sexos}\}$
 $B = \{\text{tener al menos un hijo (varón) después del primer varón}\}$
Pruebe que los eventos A y B son independientes (6 puntos)
3. La probabilidad para una mujer de tener cáncer de mama sin haber presentado síntomas es de 0.8%. Si tiene cáncer y se realiza la mamografía, la probabilidad de salir positiva es del 90%, pero el 7% de mujeres sanas dan positivo en este examen. Suponga que una mujer decide hacerse una mamografía y el resultado es positivo, ¿cuál es la probabilidad de que la mujer tenga cáncer? (5 puntos)
4. Un grupo de 9 estudiantes van a un bar, pero 4 de ellos son menores de edad. Si el mesero les pide la cédula a cinco de ellos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que descubra al menos dos de los menores? (5 puntos)

5. Sea X una variable aleatoria discreta con función de probabilidad f_X definida por

$$f_X(x) = \frac{2^{x+1}}{4^x} \text{ para } x = 2, 3, 4, \dots$$

- (a) Pruebe que la función generadora de momentos de X es

$$m_X(t) = \frac{e^{2t}}{2 - e^t} \text{ si } t < \ln 2$$

(6 puntos)

- (b) Determine la esperanza de X .

(3 puntos)

6. Se ha determinado que el tiempo en minutos que tarda un filólogo, llamado Juan, en revisar una página de un libro de matemáticas sigue una distribución exponencial con media de 2 minutos.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan tarde más de 4 minutos revisando una página?

(4 puntos)

- (b) Si el filólogo empieza a revisar un libro de matemáticas, determine la probabilidad de que la sexta página revisada sea la primera en la cual Juan tarde más de cuatro minutos revisándola.

(4 puntos)

7. Un pequeño agricultor Hernán se dedica a la producción de cierto tipo de sandías. Estas sandías tienen un peso promedio de 850 gramos con una desviación estándar de 100 gramos. Hernán empaca las sandías en cajones de 40 sandías para llevarlas a la feria del agricultor, donde las vende a 1000 colones el kilogramo.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que el peso medio de las sandías es un cajón sea superior a 900 gramos?

(5 puntos)

- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que don Hernán tenga un ingreso superior a 35 000 colones por la venta de todas las sandías del cajón?

(5 puntos)

8. Sea p la probabilidad de que un estudiante del TEC no realice el examen final de un curso de inglés. Para determinar esta probabilidad, se observó que en una muestra de 1000 estudiantes, la probabilidad de que por lo menos 100 estudiantes realicen el examen final de un curso de inglés es de 15%. Con base en esta estimación, halle la probabilidad aproximada de p .

(7 puntos)