

Probabilidad

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Primer Examen Parcial

Escuela de Matemática
Tiempo 2 horas 30 minutos

Este es un examen de desarrollo, por eso cada respuesta debe incluir los procedimientos que le permitieron obtenerla y serán calificados. No se admiten apelaciones sobre respuestas tachadas o borradas ni tampoco respuestas escritas en lápiz. Las respuestas pueden quedar expresadas sin necesidad de completar cálculos. No se permite el uso de dispositivos electrónicos.

1. El administrador de una empresa ha realizado estudios sobre los procesos de ocupación de las dos líneas de atención al público y ha detectado la siguiente información. La línea uno pasa ocupada el 70 % del tiempo, la línea 2 el 50 % del tiempo.

Si se tiene que la probabilidad de que alguna de las líneas esté en uso es de .80 determine la probabilidad de que la línea dos esté en uso dado que la uno lo está. [4 Puntos] Sea A la línea 1 ocupada y B la línea 2 ocupada.

Dado que

$$0,80 = P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,7 + 0,5 - P[A \cap B]$$

entonces $P[A \cap B] = 0,4$ y

$$P[B \setminus A] = \frac{0,4}{0,7}$$

Sugerencia, usa inclusión y exclusión 1.5 puntos, saber el concepto de probabilidad condicional 1.5 Puntos, completarlo bien 1 Punto

2. Si se sabe que $P[A] = ,3$, $P[B] = ,53$ y que A, B son independientes. Determine $P[A \cap \overline{B}]$ [4 Puntos]

Puede usar directamente la propiedad de que si A, B son independientes entonces también lo son A, \overline{B} y $P[A \cap \overline{B}] = (0,3)(0,47)$

Si no recuerda eso entonces debe hacer algo mas largo

$$P[A] = P[A \cap \Omega] = P[A \cap (B \cup \overline{B})] = P[A \cap B] + P[A \cap \overline{B}]$$

de donde

$$0,3 = (0,3)(0,53) + P[A \cap \overline{B}]$$

Y despeja.

Sugerencia. Solución 1 0 o 4.

Solución 2, si usa la idea descomponer el espacio involucrando a B y \overline{B} dos Puntos, los otros dos puntos si logra concluir correctamente.

3. Estudios realizados indican que hay un 10 % de fumadores y un 90 % de no fumadores, estos mismos estudios revelan que el 20 % de los no fumadores desarrollan molestias respiratorias por inhalación de humo mientras que entre los fumadores este porcentaje es del 85 %.

Determine la probabilidad de que una persona que presente molestias sea realmente un fumador. [4 Puntos]

Si F denota fumador y M presentar las molestias entonces

$$P[F \setminus M] = \frac{(.9)(.85)}{(.9)(.85) + (.1)(.2)}$$

Sugerencia. Si 1.5 punto por saber bayes, 1.5 por la total, el resto por aplicarlo bien.

4. En una sala hay 54 personas y se va a votar por una propuesta. Al hacer el conteo se detecta que 43 personas votaron a favor, 8 en contra y 3 se abstuvieron.

Determine el total de maneras en que se pueden distribuir las personas en esta votación. [4 puntos]

$$\binom{54}{43} \binom{11}{8}$$

Sugerencia, 2 Puntos si descubre que se trata de usar combinaciones, 2 puntos por hacerlo correctamente.

5. resuelva los problemas siguientes

- Las letras de la palabra *anagramas*, se van a reordenar, de cuántas maneras puede ocurrir esto si las vocales deben quedar separadas, es decir no quedan dos vocales una a la par de la otra. [5 Puntos]

$$5! \binom{6}{4}$$

Sugerencia Si se descubre que tiene una estrategia razonable y que lleve a la respuesta 3 puntos, si la completa bien 5 puntos.

- Luis tiene 4 libros idénticos de proba, uno de álgebra, uno de combinatoria, uno de teoría de números, uno de estadística y otro de cálculo y quiere colocarlos en una sola fila en su librero. El quiere que sus libros de proba no queden juntos. De cuántas maneras puede colocar sus libros. [3 Puntos]

Sugerencia. Si se da cuenta que se trata de la misma pregunta 3 puntos independientemente de que la haya resuelto mal antes, sino usar los mismos criterios de antes, proporsionales.

6. 30 Personas se van a colocar en tres hileras (filas), cada hilera con 10 personas. Marco y Mario son amigos y quieren quedar en la misma hilera y juntos (uno a la par del otro). Determine el total de maneras en que ocurre esta situación. [5 Puntos]

$$3 \binom{30}{8} (2) 8! \binom{20}{10} 10! 10!$$

Sugerencia, Muestra un esquema de conteo razonable 3 puntos, lo realiza bien 2 puntos, errores menores como no multiplicar por dos o tres castigar levemente, medio punto.

7. Un maestro regala a 4 de sus estudiantes 5 libros distintos y 17 cuadernos iguales. El Maestro quiere que nadie reciba más de dos libros y además todos reciban al menos dos cuadernos. Si la distribución se hace completamente al azar determine la probabilidad de que se cumpla el deseo del Maestro. [5 Puntos]

Sugerencia, solo calificar los conteos, escribí algo que quería acomodar después y al final fuí víctima de mi propio descuido. Si ubieran revisado güebones jaja.

Distribuir los libros, dos opciones 2,2, 1,0 o bien 2,1,1,1 es decir

$$\frac{4!}{2!} \binom{5}{2} \binom{3}{2} + \frac{4!}{3!} \binom{5}{2} \binom{3}{1} \binom{2}{1}$$

Al repartir los cuadernos $\binom{12}{3}$.

Sugiero 2 puntos por hacer bien los libros, 1 puntos por hacer bien los cuadernos. Si hacen alguna proba hasta dos puntos a sabiendas de que no es sencillo.

Si apuntan que el ejercicio es muy difícil de resolver para ellos y dan una justificación razonable ponerles un 100 en el examen.