

## PRIMER EXAMEN PARCIAL

**Instrucciones:** Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos necesarios o procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas, además, cada paso debe contar con su respectiva justificación. Trabaje en forma ordenada, clara y utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes la apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni de teléfono móvil.

1. Si se sabe que la proposición  $(R \vee S) \rightarrow T$  es falsa, determine el valor de verdad de la proposición (3 puntos)

$$\left[ (\neg R \wedge T) \rightarrow S \right] \longleftrightarrow \neg(R \vee S)$$

2. Simbolice y demuestre la validez del siguiente argumento:

*“Si no hace frío entonces, voy al cine o voy al teatro. Si hay mucha humedad en el ambiente entonces no hace frío. No es cierto que: voy a la playa o voy al cine. Por lo tanto, si hay humedad en el ambiente entonces voy al teatro”.* (5 puntos)

3. Simplifique la siguiente proposición (5 puntos)

$$R \wedge \left[ \left( (P \rightarrow Q) \wedge \neg R \right) \vee T \vee \neg R \right]$$

4. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- (a)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} [2x - 5y = -3]$ . (1 punto)  
(b)  $\exists y \in \mathbb{N} \forall x \in \mathbb{N} [x < y]$ . (1 punto)

5. Si  $A = \{1, \{3\}, 2\}$ ,  $B = \{\emptyset, \{2\}, \{1, 2\}\}$ ,  $C = \{\emptyset, 1, 3, \{\emptyset\}\}$  y el conjunto universo es  $\mathcal{U} = \{\emptyset, 1, 2, 3, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ . Calcule el conjunto  $(A - \overline{B \cup C}) \times P(A \cap C)$  **(4 puntos)**

6. Si  $A = \{\emptyset, \{2\}, \{2, \emptyset\}\}$ ,  $B = \{\{2\}, 2, \{3\}\}$ . Determine el valor de verdad de la proposición

$$\left\{ \left( \{3\}, \{\{2\}, \emptyset\} \right), \left( 2, \{\emptyset\} \right) \right\} \subseteq (B - A) \times P(A)$$

**(2 puntos)**

7. Sean  $A$  y  $B$  conjuntos arbitrarios que satisfacen las condiciones:  $|A| = 5$ ,  $|A \cap B| = 2$ ,  $|P(B - A)| = 16$ . Determine la cardinalidad del conjunto  $P(B) \times (A \cup B)$ .

**(3 puntos)**

8. Sean  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  conjuntos arbitrarios. Demuestre la validez de las siguientes proposiciones:

(a)  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  **(3 puntos)**

(b)  $\left( C \subseteq \overline{A \cup B} \wedge D \subseteq A \cap B \right) \Rightarrow C \cap D = \emptyset$  **(4 puntos)**

(c)  $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$  **(4 puntos)**