INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Álgebra Lineal para Computación (MA-2405)

Tiempo: 2 h. 15 m.
Total: 31 puntos
Fecha: 1 de septiembre de 2014

Primer examen parcial

1. Para las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcule $A^{-1} - 2B^T C$. **(5 puntos)**

2. Encuentre la solución del siguiente sistema de ecuaciones: **(4 puntos)**
$$\begin{cases} x + 2y + z - w = 2 \\ x - y + z + 3w = 2 \\ 2x + y + 2z + 2w = 4 \end{cases}$$

3. Considere el sistema de ecuaciones en las variables x, y: **(4 puntos)**
$$\begin{cases} mx + 5y = 3 \\ 3mx + my = n \end{cases}$$
Determine los valores de m y n para que el sistema
   (a) Tenga solución única.
   (b) No tenga solución.
   (c) Tenga infinita cantidad de soluciones.

4. Sean A, $B \in M_4(\mathbb{R})$ tales que $\det(A) = -3$ y $\det(B) = 4$, calcule el valor de $\det(2A^{-1}B^T)$. **(3 puntos)**

5. Utilice la regla de Cramer para resolver el sistema: **(4 puntos)**
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = -1 \\ 2x + y + z = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

6. Sean $A \in M_{p\times q}(\mathbb{R})$, $B \in M_{r\times q}(\mathbb{R})$ y $C \in M_{q\times r}(\mathbb{R})$. Demuestre, entrada por entrada, que $A(B - 2C^T)^T = AB^T - 2AC$. **(4 puntos)**

7. Si $A \in M_n(\mathbb{R})$ es tal que $A^3 = 0_{n\times n}$, pruebe que $(I_n - A)^{-1} = I_n + A + A^2$. **(4 puntos)**

8. Una matriz M se llama antisimétrica si $M^T = -M$. Demuestre que la resta de dos matrices antisimétricas es una matriz antisimétrica. **(3 puntos)**