

I Examen Parcial

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje de forma clara, ordenada y utilice bolígrafo para resolver el examen. No se aceptarán reclamos de exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni teléfono celular.

1. Simbolice cada una de las siguientes proposiciones usando cuantificadores, términos y predicados:
 - a) [1 punto] No existen dos números naturales tales que $\sqrt{2}$ sea el cociente de ellos.
 - b) [1 punto] Para cualesquiera dos números reales positivos se cumple que su producto es positivo y su diferencia es negativa.
2. En un interrogatorio por el robo de un cheque, el investigador interroga a los involucrados y se obtienen las siguientes hipótesis acerca de tres posibles sospechosos:
 - Si Pedro está involucrado en el robo, entonces Carlos también está involucrado y Julia no lo está.
 - Si Carlos o Pedro están involucrados, entonces Julia también lo está.
 - Pedro está involucrado en el robo.
 - a) [2 puntos] Escriba de manera simbólica las hipótesis dadas anteriormente.
 - b) [3 puntos] Utilice reglas de inferencia y leyes de la lógica para probar que ni Carlos ni Julia están involucrados en el robo del cheque.
3. [4 puntos] Utilice tablas de verdad para demostrar que $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \rightarrow P)$ implica tautológicamente a $Q \vee R$.
4. [5 puntos] Simplifique la siguiente proposición:
$$(P \rightarrow \neg Q) \wedge [\neg(R \vee \neg P) \wedge (Q \vee P)] \vee (R \wedge P)$$
5. [3 puntos] Sean A, B y C tres conjuntos cualesquiera, utilizando diagramas de Venn, verifique la validez de la siguiente proposición:

$$A \cap B \cap C \subseteq A \triangle (B \triangle C)$$

6. [3 puntos] Determine la veracidad de la proposición $(A \cap B = A \cap C) \rightarrow (B = C)$, si es verdadera demuéstrela y si no lo es dé un contraejemplo.

7. [4 puntos] Sean A, B y C tres conjuntos cualesquiera en el universo \mathcal{U} , tal que:

▪ $|\mathcal{U}| = 7$

▪ $|C| = 4$

▪ $|A| = 3$

▪ $|A \cap B| = 2$

▪ $|B| = 5$

▪ $|C - B| = 3$

Determine la cantidad de elementos del conjunto:

$$\mathcal{P}\left((A \triangle B) \times \overline{(B \cap C)}\right)$$

8. Para A, B, C y D conjuntos cualesquiera, demuestre las siguientes proposiciones:

a) [4 puntos] $A \times \overline{(B \cap C)} \subseteq (A \times \overline{B}) \cup (A \times \overline{C})$

b) [4 puntos] $A \subseteq (B \cap D) \Rightarrow \overline{B} \subseteq (\overline{A} \cup C)$