

PARCIAL III

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. No son procedentes las apelaciones sobre preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con ténpera (corrector). Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas.

1. En una reunión hay cuatro hombres y tres mujeres. Se eligen personas al azar una a una hasta completar una pareja. Si  $X$  es la variable aleatoria que indica el total de personas que se eligen, determine:

(a) El rango de la variable  $X$ . (2 puntos)

(b) La función de probabilidad de  $X$ . (4 puntos)

2. Considere la variable aleatoria continua  $X$  con función de densidad  $f_X$  definida por

$$f_X(x) = \begin{cases} 3e^{-3x+k} & \text{si } x \geq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

(a) Verifique que  $k = 6$ . (4 puntos)

(b) Demuestre que la función generadora de momentos de la variable  $X$  es  $m_X(t) = -\frac{e^{2t}}{t-3}$  si  $t < 3$ . (6 puntos)

3. Se ha determinado que el tiempo en minutos que tarda una gasolinera, llamada Fast Station, en llenar un tanque de gasolina sigue una distribución exponencial con media de 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que Fast Station tarde más de 6 minutos en llenar un tanque? (4 puntos)

4. La cantidad de agua en las botellas Manantial Puro sigue una distribución Normal con un promedio de 1005 ml por botella y una desviación estándar de 50 ml. Las botellas, antes de ser distribuidas a los puntos de venta, pasan por una inspección donde son desechadas aquellas que tienen una cantidad inferior a 950 ml.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que una botella sea desechada? (3 puntos)

(b) Se quiere empacar las botellas en cajas, ¿cuántas botellas como mínimo deben ponerse en cada caja para que la cantidad total de agua en la caja sea mayor a 10 000 ml, con una probabilidad superior al 95%? (6 puntos)

5. En una canasta hay solo bolas rojas y blancas. Sea  $p$  la probabilidad de extraer una bola blanca de la canasta. De 100 extracciones con reposición se sabe que la probabilidad de obtener a lo sumo 30 bolas blancas es aproximadamente del 40%. Determine el valor aproximado de  $p$ . (5 puntos)
6. El tiempo que tarda una persona en contestar una encuesta telefónica sobre las próximas elecciones de la empresa UNI es, en promedio, 200 segundos con una desviación promedio de 20 segundos. La empresa contrató encuestadores para tal fin.
- (a) Si un encuestador realiza 30 encuestas, ¿cuál es la probabilidad de que tarde en promedio al menos 190 segundos en cada encuesta? (4 puntos)
- (b) Si un encuestador realiza 55 encuestas, ¿cuál es la probabilidad de que tarde más de tres horas en realizarlas? (4 puntos)