INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAL PARA COMPUTACIÓN

II semestre de 2009
Total: 28 puntos
Tiempo: 2 h. 30 m.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

1. Halle el valor de x, utilizando Cramer, en el siguiente sistema lineal no homogégeo:

   (5 puntos)

$$\begin{cases} 2x-3y+4z &= 3 \\ 3x-2y+2z &= 3 \\ 5x-2y+2z &= 5 \end{cases}$$

2. Sea $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) : a+d=0, b+c=0 \right\}$

   (a) Pruebe que W es subespacio vectorial de $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$. **(5 puntos)**

   (b) Halle A, $B \in W$ tales que $\text{gen}\{A, B\} = W$. **(2 puntos)**

3. Sea $W \subset \mathbb{R}^5$ el espacio solución del siguiente sistema lineal homogéneo:

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3 + x_5 &= 0 \\ -x_1-x_2+2x_3-3x_4+x_5 &= 0 \\ x_1+x_2-2x_3 - x_5 &= 0 \\ x_3+x_4+x_5 &= 0 \end{cases}$$

   (a) Encuentre una base para W y concluya que $\dim(W) = 2$. **(4 puntos)**

   (b) Encuentre una base para el espacio de filas de la matriz de coeficientes del sistema homogéneo anterior. **(2 puntos)**

4. Sea $S = \{u, v, w\}$ una base para el espacio vectorial V. Pruebe que:

   (a) El conjunto $S_1 = \{u-v, v-w, w-u\}$ no es base de V. **(2 puntos)**

   (b) El conjunto $S_2 = \{u-v, v-w, v\}$ sí es base de V. **(4 puntos)**

5. Sea B una matriz invertible en $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$. Suponga que $\{A_1, \ldots, A_9\}$ es un conjunto linealmente independiente en $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$. Pruebe que $\{A_1B, \ldots, A_9B\}$ es también un conjunto linealmente independiente. **(4 puntos)**