$\mathcal{I}$nstituto $\mathcal{T}$ecnológico de $\mathcal{C}$osta $\mathcal{R}$ica
$\mathcal{E}$scuela de $\mathcal{M}$atemática
$\mathcal{A}$́lgebra $\mathcal{L}$ineal para $\mathcal{C}$omputación

$\mathcal{T}$iempo: 2 horas 20 minutos
$\mathcal{P}$untaje $\mathcal{T}$otal: 28 puntos
$\mathcal{S}$etiembre de 2 008

$\mathcal{I}$ $\mathcal{E}$xamen $\mathcal{P}$arcial

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo; por lo tanto, debe presentar **todos** los pasos necesarios que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara, ordenada y utilice bolígrafo para resolver el examen. No se aceptan reclamos de exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni de teléfono celular.

1. Considere las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   Determine la matriz X que satisface la igualdad siguiente: $BX - A = CX$ (5 pts)

2. Sean $A, B, X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Calcule $\left|(6A-3B)^{-1}X^t\right|$ si se sabe que $2AX = \mathcal{I}_3 + BX$ y $\left|2A - B\right| = 2$ (5 pts)

3. Utilizando el método de Gauss-Jordan, determine el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales siguiente: (5 pts)

$$\begin{cases} 9c - d = -9 \\ 2a - 4b + 3c - d = -1 \\ -a + 2b - 3c + d = 2 \end{cases}$$

4. Sean $a, b \in \mathbb{R}$. Considere el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} 4ax - 2y = b \\ 2x - ay = 1 \end{cases}$$

   Determine el valor o los valores (en caso de existir) que deben tomar a y b, respectivamente, para que el sistema de ecuaciones anterior: (5 pts)

   (a) no tenga solución.
   (b) tenga solución única.
   (c) posea infinito número de soluciones.

5. Sea $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$; se define la traza de A, denotada por $tr(A)$, como el número real dado por $tr(A) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \langle A \rangle_{ii}$

   (a) Determine $tr(B)$ si se tiene que $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -9 \\ -4 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ (1 pto)

   (b) Si se tiene que $C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, demuestre que $tr\left(C^t\right) = tr(C)$ (3 pts)

6. Si $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ y $\left|A\right| \neq 0$, demuestre que $\left|Adj(A)\right| = \left|A\right|^{n-1}$ (4 pts)