

## I Examen Parcial

18 de Diciembre, 2015

**Instrucciones:** Esta es una prueba de desarrollo, por lo que deben aparecer todos los pasos que lo llevaron a su respuesta. Trabaje en forma clara y ordenada. No son procedentes reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz (parcial o totalmente), o que presenten alguna alteración. No se permite el uso de dispositivos con memoria de texto ni conectividad a Internet, así como el uso de hojas sueltas.

1. [7 puntos] Sea  $X$  y  $Y$  dos variables aleatorias independientes tales que:

$$X \sim B\left(9\theta, \frac{1}{3}\right), \quad Y = N(2\theta, 9), \quad \theta \in \mathbb{N}$$

Considere los siguientes estimadores de un parámetro  $\theta$  de una determinada población:

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X+Y}{5}, \quad \hat{\theta}_2 = \frac{2X-Y}{4}$$

Determine cual de ellos es el mejor estimador del parámetro  $\theta$ .

2. [6 puntos] Una variable aleatoria  $X$  tiene una distribución con densidad  $f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{x}{\alpha}}$  para  $x > 0$ , con  $\alpha > 0$  constante. Dadas las observaciones  $x_1 = 0.3$ ,  $x_2 = 0.1$  y  $x_3 = 0.9$ , encuentre la estimación de máxima verosimilitud de  $\alpha$ .
3. [6 puntos] Seguidamente se presenta una muestra aleatoria de notas obtenidas por un grupo estu-  
diantes:

60, 75, 65, 35, 60, 85, 70, 45, 80, 70

Si las notas sigue una distribución normal. Determine un intervalo de confianza (IC) del 95% para la nota promedio de este curso.

4. [6 puntos] Al estimar una proporción  $p$  se toma una muestra de tamaño  $n$  y se obtiene una proporción observada  $\hat{p}$ . Si  $n\hat{p} > 5$  y  $n\hat{q} > 5$  y se halla un IC del 95% para  $p$ , igual a

$$]0,272 \quad 0,628[$$

Halle aproximadamente el valor de  $\hat{p}$  y determine aproximadamente el tamaño de la muestra utilizada para hallar el IC.

5. [8 puntos] El curso de Probabilidad es impartido tradicionalmente por 2 profesores  $A$  y  $B$ . Se tiene que 25 de los estudiantes del profesor  $A$  tienen una nota final promedio de 75.1 con una desviación estándar de 4.52, y 30 estudiantes del profesor  $B$  tienen un promedio de 71.5 con una desviación estándar de 3.02. Suponga que ambas notas siguen una distribución normal. Encuentre un intervalo de confianza de 90% para el cociente de las desviaciones estándar (profesor  $B$  entre profesor  $A$ ) de las notas obtenidas por ambos profesores y explique si hay evidencia para suponer que las varianzas son iguales.