

SEGUNDO PARCIAL, I-2006

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con tempera (corrector) no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas.

1. Sea X una variable aleatoria discreta cuya función de distribución de probabilidad es

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2k}{9} & \text{si } x = -1 \\ \frac{k}{9} + \frac{1}{81} & \text{si } x = 0 \\ k^3 - \frac{1}{81} & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

Determine el valor de k .

(5 puntos)

2. Todas las semanas Don Juan participa en una rifa comprando 10 números de 100. De estos 100 números hay 5 premiados.

(a) ¿Cual es la probabilidad de que en una semana, Don Juan gane al menos un premio?

(4 puntos)

(b) Determine la probabilidad de que en 7 semanas, a lo sumo en 2 de estas obtenga don Juan al menos un premio?

(5 puntos)

3. El número de personas que llaman por hora a la Radio Mundialista para participar en la rifa de viajes al mundial sigue una distribución de Poisson con un promedio de 6 llamadas por hora.

(a) ¿Cuál es la probabilidad de recibir más de 13 llamadas en 2 horas?

(3 puntos)

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se reciba llamadas en un período de 30 min?

(3 puntos)

- (c) (**OPCIONAL**) La Radio Mundialista ha definido la hora TATA del día como la primer hora de las 7 a.m. a las 9 p.m., en la cual se obtengan más de 10 llamadas. ¿Determine la probabilidad de que para mañana, la hora TATA sea de 5 p.m. a 6 p.m.? (3 puntos)
4. Las entradas mensuales en millones de colones de la empresa TEC de producción software están dadas por una v.a.c. X , donde $R_x = [2, 3]$, y su función de distribución es
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{5}x - 2 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa TEC, el próximo mes, tenga una entrada entre 2300000 y 2500000 colones? (4 puntos)
- (b) Determine la entrada mensual esperada por la empresa TEC. Además determine $Var(X)$. (6 puntos)
5. Las capacidades, en gigas, de un disco duro fabricado por TECN se distribuyen normalmente con media desconocida y desviación estándar igual a 0.15 gigas. Si solo el 6% de los discos tienen capacidades inferiores a 80 gigas, determine la media de las capacidades de estos discos. (5 puntos)
6. Un experimento se repite hasta obtener un fracaso y un éxito consecutivos sin importar el orden. Si la variable aleatoria X es el total de intentos que deben hacerse y la probabilidad de éxito es p y la de fracaso es q . Por ejemplo si $X = 4$ significa que se obtuvieron 3 éxitos y luego un fracaso, o 3 fracasos y luego un éxito. Determine:
- (a) El rango de X (1 punto)
- (b) La Función de distribución de probabilidad para X . (4 puntos)