

Sen-D cos
cos -> -sen

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
PROBABILIDADES
II semestre 2015

2 horas y 30 minutos
Puntaje: 35 puntos

III EXAMEN PARCIAL

INSTRUCCIONES: Este es un examen de desarrollo, por eso deben aparecer en forma clara y ordenada, todos los pasos que le conducen a sus respuestas. No se permite el uso de hojas sueltas, calculadoras programables ni ningún dispositivo electrónico de comunicación. No proceden los reclamos sobre exámenes resueltos con lápiz (total o parcialmente).

Las hojas con la tablas de la distribución normal y función Gamma deben estar debidamente engrapadas.

1. En un curso de Álgebra la nota promedio fue de 75 y la varianza fue de 64. Para ganar el curso se necesita una nota de 70. Suponiendo que las calificaciones siguen una distribución normal, y el grupo es de 32 estudiantes, calcule:

- a) El número de estudiantes que aprueban el curso. (3 puntos)
b) El número de estudiantes con notas entre 72 y 82. (3 puntos)

2. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2k \cos(x) & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Encuentre el valor de k (3 puntos)

3. El tiempo (en horas) en el que un usuario de un supermercado dure en el establecimiento sigue una distribución $\gamma(2, 4)$. Si gasta ₡ 20000 por hora, ¿cuál es la probabilidad de que en una visita un usuario no gaste más de ₡ 120000? *Dist* (4 puntos)

Nota: La función de densidad de la función Gamma es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a^p x^{p-1} e^{-ax}}{\Gamma(p)} & \text{si } x \geq 0, a, p > 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

4. El consumo mensual de agua en un condominio sigue una distribución continua uniforme con media 40 000 litros. Si se sabe que el consumo mínimo de agua por mes en el condominio es de 30 000 litros, determine: *maximo*

- a) El consumo de agua por mes en el condominio. (4 puntos)
b) La probabilidad de que en un mes se consuman entre 45 000 y 55 000 litros de agua en el condominio. (4 puntos)

5. Un celular tiene una vida media de 4 años y una desviación típica de 0,7. Calcule la probabilidad de que un celular tenga una duración mayor de 5 años. (3 puntos)

Sigue →

$$E(X) = 40000$$
$$E(X) = \frac{b+a}{2} = 60000$$

6. Utilice la desigualdad de Chebyshev para resolver el siguiente problema:

Para las vacaciones de fin de año, una tienda vende patinetas. La demanda es aleatoria y por experiencia conocen que la media es de 100 patinetas con desviación típica de 10.

¿De cuántas patinetas debe contar la tienda para satisfacer la demanda estas vacaciones con una probabilidad de al menos el 80 %? (4 puntos)

Desigualdad de Chebyshev:

$$P[|X - E(X)| < k\sigma] \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

7. Una variable aleatoria tiene función de densidad $f(x)$ donde

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & \text{si } x \geq 0, \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a) Calcule la función generadora de momentos de X (4 puntos)

b) Utilice la función generadora obtenida en el punto a) para calcular $E(x)$ (3 puntos)