

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA  
ESCUELA DE MATEMÁTICA

Puntaje total: 34 puntos  
Tiempo máximo: 2 horas, 10 minutos

## Primer examen parcial

MA-0101 Matemática General  
II Semestre de 2005

### Instrucciones generales:

Esta es una prueba de desarrollo por lo que debe presentar todo el procedimiento mediante el cual obtiene sus respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. Utilice un cuaderno de examen u hojas grapadas. No se aceptarán reclamos en exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el intercambio de materiales ni el uso de calculadora programable o teléfono. Entregue este enunciado junto con su examen resuelto.

- Supongamos que la siguiente expresión está bien definida para  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . Utilizando propiedades de los números reales, realice las operaciones indicadas y exprese el resultado en forma simplificada. (4 puntos)

$$\left[ \left( \frac{a^{b+d}}{a^{b-d}} \right)^b \cdot (a^{b+d})^{(b-d)} \cdot \left( \frac{a^d}{a^b} \right)^d \right]^{\frac{1}{b}}$$

- Racionalice el numerador en la siguiente expresión. Simplifique al máximo el resultado obtenido. (4 puntos)

$$\frac{2 - \sqrt{x^2 - 3x}}{16 - x^2}$$

- Factorice la siguiente expresión. (5 puntos)

$$x^m - x^{m+2} - x^{3m} + x^{2+3m}$$

(continúa en la siguiente página)

4. Considere el siguiente razonamiento en el que  $x \neq 0$  y  $y \neq 0$ . Indique las propiedades de los números reales que se utilizan en cada paso. (3 puntos)

$$\begin{aligned}
 & xy[x^{-1} + y^{-1}] + (-x) \\
 &= (xy)x^{-1} + (xy)y^{-1} + (-x) \\
 &= (yx)x^{-1} + (xy)y^{-1} + (-x) \\
 &= y(xx^{-1}) + x(yy^{-1}) + (-x) \\
 &= y \cdot 1 + x \cdot 1 + (-x) \\
 &= y + x + (-x) \\
 &= y
 \end{aligned}$$

5. Considere el polinomio  $A(x) = 4x^4 + 7x^3 + 6x^2 + 2x - 1$ . Represente  $A$  como un producto de factores irreducibles, sabiendo que  $(x+1)$  es uno de ellos. (5 puntos)

6. Determine el conjunto solución de cada una de las siguientes ecuaciones.

(a)  $\frac{5x+2}{3x+4} + \frac{3x-4}{5x-2} = \frac{24x^2-11x-14}{(3x+4)(5x-2)}$  (5 puntos)

(b)  $x = \sqrt{143-2x} + 22$  (4 puntos)

7. Plantee y resuelva el siguiente problema. (4 puntos)

- (a) Un comerciante vende dos clases de café, ambas a distinto precio. Cuando realiza una mezcla con 2 kg de la primer clase y 3 kg de la segunda clase, el costo al venderla es de ₡3750. Cuando prepara otra mezcla, con 3 kg de la primer clase y 2 kg de la segunda clase, su costo es de ₡4000. Determine ¿cuál es el precio, por kilogramo, de cada una de las clases de café utilizadas?