

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
ESCUELA DE MATEMÁTICA
MA-1404 CÁLCULO
PROFESOR FÉLIX NÚÑEZ V.

Práctica Número 2
Límites

1. Utilizando la definición formal de límite, demostrar que

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x-2)^2} = \infty$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{|x-1|} = -\infty$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2}{3x^2+2} = 2$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{2x+5} = -\frac{1}{2}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2-1}{x^2} = 5$

2. Hallar, si tiene, la o las asíntotas verticales de la gráfica de la función dada.

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

(b) $g(x) = \frac{1}{x^2-3x}$

(c) $h(x) = \frac{x+1}{x^2+3x+8}$

3. Determine, en cada caso, si el valor $x = a$ es asíntota vertical de la gráfica de la función dada

(a) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4} \quad x = -2$

(b) $f(x) = \frac{x}{x-4} \quad x = 4$

(c) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4} \quad x = -2$

(d) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{\ln(x-1)}} \quad x = 1$

4. Utilice el teorema de los valores intermedios para demostrar que existe una solución real para cada ecuación

(a) $e^x = 2 - x$

(b) $x^5 - x^2 + 2x = -3$

5. Si $f(x) = x^3 - x^2 + x$, demostrar que existe un número c tal que $f(c) = 10$

6. Encuentre los valores de x , si existen, para los cuales la función dada es discontinua

(a) $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x \leq -2 \\ 5x + 2 & \text{si } -2 < x < 3 \\ x^2 + 8 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

(b) $g(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x} & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

(c) $h(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(3x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{3} & \text{si } x = 0 \end{cases}$

7. Determine los valores de las constantes, de tal manera que la función dada sea continua en todo \mathbb{R} .

(a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - c^2 & \text{si } x < 3 \\ cx + 11 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

(b) $g(x) = \begin{cases} ax - b & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ 2ax + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

(c) $g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+2)}{3x+6} & \text{si } x < -2 \\ ax + 1 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

8. Calcule los siguientes límites si existen

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2+3}}{7x-2} \dots\dots\dots R/\frac{1}{7}\sqrt{2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{25x^2 + 1} - 5x) \dots\dots\dots R/0$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 1} \dots\dots\dots R/-\infty$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt[3]{x+1} - 1} \dots\dots\dots R/1$

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 7x + 1} - x) = \frac{7}{2} \dots\dots\dots R/\frac{7}{2}$

(f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 5x}) \dots\dots\dots R/\frac{-5}{2}$

(g) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{sen}(x) - \cos x}{\cos(2x)} \dots\dots\dots R/-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x + \tan x} \dots\dots\dots R/\frac{1}{2}$

- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan^2 x - \sin x}{\sin x} \dots\dots\dots \mathbb{R}/-1$
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x)}{1 - \cos(x)} = 8 \dots\dots\dots \mathbb{R}/8$