

PARCIAL III

INSTRUCCIONES: Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. No son procedentes las apelaciones sobre preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con ténpera (corrector). Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. Sólo puede disponer de las tablas de distribuciones acumuladas aprobadas para el curso.

1. Un fabricante de aparatos de televisión a color ofrece una garantía de un año, en la que se compromete a reemplazar, sin ningún costo adicional, el cinescopio si este falla. El fabricante estima que el tiempo T , en meses, transcurrido hasta la falla es una variable aleatoria con la siguiente distribución de probabilidad:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{-k^2t} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- (a) Determine el o los valores de k . (3 puntos)
- (b) ¿A qué porcentaje de televisores tendrá que proporcionarles el servicio de reparación ese fabricante? (3 puntos)
- (c) Determine la función generadora de momentos de la variable T . (4 puntos)
2. Se sabe que el tiempo de espera al hacer fila para almorzar en el comedor de la universidad CET sigue una distribución Gamma con $\alpha = 4$. La probabilidad de que una persona, elegida al azar, espere menos de 15 minutos es de 0.353. Determine el tiempo promedio de espera al hacer fila para almorzar en esta universidad. (4 puntos)
3. El peso de una barra de chocolate sigue una distribución normal con media 100 gramos y desviación estándar 10 gramos.
- (a) La promoción el *estafado feliz* premia las barras que pesan cierta cantidad menos de lo que se indica en el empaque. ¿Cuál debe ser el peso indicado en el empaque si se desea que el total de barras a premiar sea inferior a 5%? (3 puntos)
- (b) En una caja se colocan 100 barras de chocolate y se indica en su envoltura que el peso promedio de la caja está entre 99 y 101 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que esa afirmación sea verdadera? (3 puntos)

4. El tiempo en minutos que tarda cierto componente electrónico en funcionamiento sigue una distribución de probabilidad

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x^{11}} & \text{si } x \geq 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- (a) Pruebe que $E(X) = \frac{10}{9}$ y $Var(X) = \frac{5}{324}$. (4 puntos)
- (b) Si 40 componentes eléctricos se ponen a funcionar, ¿cuál es la probabilidad de que su duración promedio sea superior a 1.1 minutos? (3 puntos)
- (c) Si varios componentes se ponen en funcionamiento en serie (cuando el primero deja de funcionar comienza a funcionar el segundo, y al dejar de funcionar entra en funcionamiento el tercero,...). ¿Cuántos componentes es necesario unir para tener una probabilidad superior al 95% de que el tiempo total de funcionamiento sea superior a una hora? (5 puntos)
5. Una canasta tiene 50 bolas blancas y cierta cantidad de bolas rojas. Se realizan 200 extracciones al azar con reposición de la canasta. Si se sabe que la probabilidad de obtener a lo sumo 75 bolas rojas en las doscientas extracciones es de aproximadamente el 35%, determine aproximadamente la cantidad de bolas rojas que hay en la canasta. (5 puntos)