

Tercer Examen Parcial

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos necesarios o procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma ordenada, clara y utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes la apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni de teléfono móvil.

1. Sea $T: P_1 \rightarrow \mathbb{R}^2$ una transformación lineal que satisface que $T(x+1) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y que $T(2x+3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Determine el criterio $T(ax+b)$. **(4 puntos)**
2. Considere $T \in L(\mathbb{R}^3, \mathcal{M}_2)$ tal que $T(x, y, z) = \begin{pmatrix} y-2x & 2x-y \\ 0 & 3z \end{pmatrix}$.
 - (a) Obtenga el núcleo y la imagen de T . **(4 puntos)**
 - (b) Calcule el rango y la nulidad de T . **(2 puntos)**
 - (c) Determine si T es inyectiva y si T es sobreyectiva. **(2 puntos)**
3. Considere la transformación lineal $T: P_1 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $T(ax+b) = \begin{pmatrix} 3a+2b \\ 2a+b \end{pmatrix}$. Si se sabe que T es un isomorfismo, calcule el criterio de T^{-1} . **(3 puntos)**
4. Sea $T \in L(P_2, \mathbb{R}^2)$, cuyo criterio es $T(ax^2+bx+c) = \begin{pmatrix} a+2b-c \\ 3a-2c \end{pmatrix}$. Considere $B_1 = \{x^2+1, x-2, 3\}$ base de P_2 , y $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ como base de \mathbb{R}^2 .
 - (a) Calcule la matriz de representación de T en las bases B_1 y B_2 . **(3 puntos)**
 - (b) Si $[w]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, utilice la matriz de la parte a), para calcular $T(w)$. **(2 puntos)**
5. Sea $T \in L(V, W)$. Pruebe que T es inyectiva si y solo si $\text{Nu}(T) = \{0\}$. **(4 puntos)**
6. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
 - (a) Calcule el polinomio característico y los valores propios de A . **(3 puntos)**
 - (b) Determine una base de E_{-1} . **(2 puntos)**