

# Taller II

## Fundamentos de Mecánica

11 de mayo de 2025

**Nota:** En todos los ejercicios utilizar  $g = 9,8m/s^2$ .

1. **Vectores perpendiculares.** dado el vector  $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$ , a.) Encuentre un vector unitario  $\hat{B}$  que se encuentre en el plano  $x-y$  y sea perpendicular a  $\vec{A}$ . b.) encuentre un vector unitario  $\hat{C}$  perpendicular a  $\vec{A}$  y  $\hat{B}$ . c.) Muestre que  $\vec{A}$  es perpendicular al plano definido por  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$ .
2. **Alcance desde una altura  $h_0$ .** Un proyectil se lanza desde un risco de altura  $h$  y a un ángulo  $\theta$  respecto al horizonte. Si la rapidez inicial del proyectil es  $V$ , calcule a.) la altura máxima que alcanza el proyectil y el tiempo en llegar a la altura máxima, b.) el tiempo total de vuelo, y c.) el alcance del proyectil (distancia horizontal a la que cae el proyectil en el suelo).
3. **Intercepción.** Un objeto es lanzando (bajo acción del campo gravitacional) con una velocidad inicial  $v_1$  que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. En ese mismo instante otro objeto es lanzado verticalmente con velocidad inicial  $v_2$ , separado una distancia  $D$  del primer proyectil. Si los dos proyectiles chocan en el aire y las magnitudes de las velocidades están relacionadas por  $v_1 = \sqrt{2}v_2$ , ¿cuál es el valor de  $\theta$  y en qué tiempo ocurre la colisión? ¿Qué relación debe tener  $D$  y  $v_1$ , para que en efecto la colisión ocurra? Véase la figura 1.

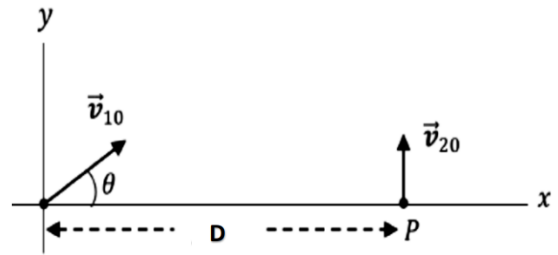


Figura 1: Colisión de dos partículas en el aire

4. **Escalera.** Una bola es lanzada por una escalera con velocidad inicial  $\vec{v}_0$  con dirección horizontal, como se muestra en la figura 2. Los escalones tienen altura  $a$  y ancho  $b = 2a$ . Si la pelota golpea justo en la esquina derecha del segundo escalón, halle la altura  $a$  en función de la velocidad y de la gravedad  $g$ .

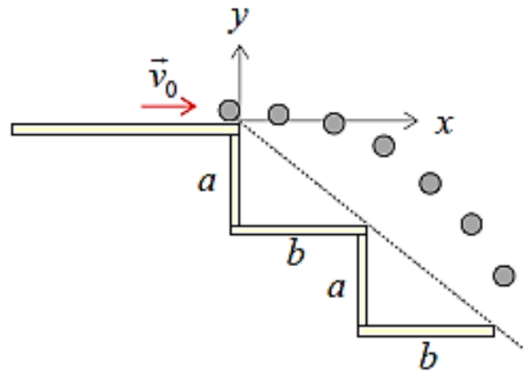


Figura 2: Bola en caída sobre una escalera

5. **Proyectil desde una avión.** Un avión baja en picada a una velocidad de  $700km/h$ , formando un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal. Cuando se encuen-

tra a una altura de  $400m$  sobre el suelo, el avión suelta un proyectil. Calcular, a.) el tiempo que tarda el proyectil en llegar al suelo, b.) la velocidad con que llega y c.) el alcance del proyectil respecto al punto de lanzamiento.

6. **Aceleración en coordenadas polares.** Muestre que la expresión de una aceleración  $\vec{a}$  viene dada por

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$$

Donde  $\hat{r} = \cos\theta\hat{i} + \sin\theta\hat{j}$ , y por tanto la posición de una partícula, a una distancia  $r$  del origen del sistema de coordenadas y cuyo vector posición forma un ángulo  $\theta$  con el eje  $x$ , viene dada por  $\vec{r} = r\hat{r}$ . El vector  $\hat{\theta} = -\sin\theta\hat{i} + \cos\theta\hat{j}$ .

7. **Movimiento circular.** Demuestre que un movimiento circular (uniforme o no) la velocidad es perpendicular a la posición. Es decir que

$$\vec{v} \cdot \vec{r} = 0$$

y si además de ello es uniforme,

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = 0 \quad \vec{r} \cdot \vec{a} = -|\vec{a}||\vec{r}|$$

8. **Ley de Kepler.** La segunda ley Kepler establece que los vectores posición de un planeta respecto al sol barre áreas iguales en tiempos iguales (véase la figura 3). Hagamos un modelo “naive” y supongamos que los planetas se mueven únicamente en una trayectoria circular. La ley de gravitación de Newton establece que la fuerza gravitacional depende únicamente de la masa del planeta y el Sol, de la distancia entre ellos y tiene dirección radial. Bajo estas condiciones muestre que la ley de Kepler se cumple.

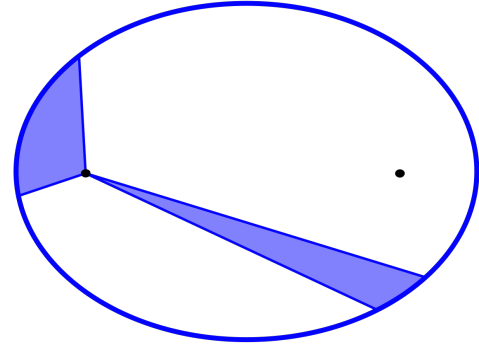


Figura 3: Segunda ley de Kepler-

9. **Jerk.** La rata de cambio de la aceleración es conocida como “jerk”. Encuentre la dirección y magnitud del jerk para una partícula que se mueve en un círculo de radio  $R$  con velocidad angular  $\omega$ . Dibuje un diagrama mostrando los vectores de la posición, velocidad, aceleración y jerk.
10. **Caminata sobre una rueda.** Una persona camina radialmente hacia fuera desde el centro de una plataforma circular con una rapidez constante de  $0,1m/s$ . Simultáneamente, la plataforma rota desde el reposo con una aceleración angular de  $0,1rad/s^2$ . El radio de la plataforma es de  $2m$ . Calcular el tiempo y el número de vueltas que da la plataforma mientras la persona recorre la totalidad del radio.
11. **Partícula en espiral.** Una partícula se mueve hacia afuera en una espiral. Su trayectoria es dada por  $r = A\theta$ , donde  $A = (1/\pi)$  m/rad y  $\theta$  aumenta en el tiempo de acuerdo a la ecuación  $\theta = \alpha t^2/2$ , donde  $\alpha$  es una constante. a.) Haga un bosquejo del movimiento (puede usar un software si desea). b.) Muestre que la aceleración radial es cero cuando  $\theta = 1/\sqrt{2}$  rad. c.) ¿A qué ángulo la aceleración radial y tangencial tienen igual magnitud?