Modelos de Examen para Estructuras Discretas*

Mauricio Elian Delgadillo Garcia**
Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y Telecomunicaciones - Universidad Autónoma Gabriel René Moreno

Primer Parcial I

1. Definir formalmente (matemáticamente) para A y B conjuntos:

a.	Unión	
b.	Intersección	
c.	Diferencia	

2. Sean A,B,C conjuntos.
   Demostrar: $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

3. Una encuesta aplicada a 500 televidentes produce la siguiente información:

   a) 245 ven programas cómicos
   b) 155 ven programas deportivos
   c) 75 ven programas culturales
   d) 25 ven programas cómicos y culturales
   e) 50 ven programas deportivos y culturales
   f) 30 ven programas deportivos y cómicos
   g) 120 no ven ningun programa

   Cuántos entrevistados ven **solamente dos** de los tres programas?

4. (a) Construir dos conjuntos A y B tales que $|A| = 3$ y $|B| = 4$
   (b) Construir A x B
   (c) Construir una relación R entre elementos de A y B
   (d) Cuál es el dominio y el rango de la relación R?
   (e) Cuál es la relación R^{-1} y la relación $\overline{R}$

*Estos modelos son una recopilación de exámenes de semestres pasados realizados en la cátedra del Ing. Cáceres y el Lic. Miranda.

Para cualquier cambio, observación y/o sugerencia pueden enviarme un mensaje al siguiente correo: **elianklk@gmail.com

Primer Parcial II

1. Definir formalmente (matemáticamente) para A y B conjuntos: [15 ptos.]

a.	Inclusión	
b.	Igualdad	
c.	Unión	
d.	Intersección	
e.	Complemento	

2. Cuáles son los pasos del Método de demostración Indirecta o Método de Reducción al Absurdo (RAA)?

3. Utilizando las Reglas de Inferencia y/o Reglas del Algebra proposicional, demostrar para A y B conjuntos:

$$(A \cap B^C)^C = A^C \cup B$$

4. Utilizando las Reglas de Inferencia y/o Reglas del Álgebra proposicional si A es un conjunto demostrar:

$$(A \cap \varnothing) = \varnothing$$

5. En un oficina de empleos se ofrecen 29 puestos del ramo de la construcción: 13 son albañiles, 13 plomeros, 15 carpinteros, ademas de estos, 6 tienen que ser albañiles y plomeros, 4 plomeros y carpinteros y 5 albañiles y carpinteros. Cuantas personas se requieren que sean carpinteros y albañiles, pero no plomeros?

Primer Parcial III

1. Se sabe que:
   Si Jorge no es alumno de la UPSA o Edwin es alumno de la UPSA, entonces Edwin es alumno de la UCB.
   Si Jorge es alumno de la UPSA y Edwin no es alumno de la UCB, entonces Edwin es alumno de la UPSA.
   Se desea saber, en qué universidad estudia Edwin?

2. Demostrar formalmente la validez del argumento siguiente:
   Todos los lógicos son reflexivos y estudiosos
   Algunos lógicos son filósofos
   Por tanto, algunas personas reflexivas son filósofas.

3. Dados los conjuntos:
   $U = \{x \in \mathbb{Z}/|x| \leq 5\}$
   $A = \{x \in \mathbb{Z}/x(x^2 - 1)(x + 2) = 0\}$
   $B = \{x \in \mathbb{Z}/|x - 1| < 4\}$
   $C = \{x \in \mathbb{Z}/0 < x \leq 3\}$
   Determinar:
   $$(A^C - B^C) \triangle (B - C^C)$$

4. Sea A un conjunto y $\varnothing$ conjunto vacío. Demostrar que: $\varnothing \subseteq A$

5. Cierto número de medallas de oro, de plata y de cobre son repartidas entre 100 atletas en un festival deportivo, se sabe que 45 personas reciben medallas de oro, 45 personas reciben medallas de plata, 60 personas reciben medallas de cobre, 15 personas reciben tantas medallas de oro como de plata, 25 personas reciben medallas de plata y cobre, 20 personas reciben medallas de oro y de cobre y 5 personas reciben medallas de oro, plata y cobre. Se pide: cuántas personas no reciben medallas?

Segundo Parcial I

1. Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y sea $R \subseteq A \times A$ talque $(x, y) \in R \Longleftrightarrow x + y = 5$. Se pide:

   a) Escribir R por extension

   b) Escribir R^{-1} por extension

   c) Dominio de R

   d) Rango de R

   e) Escribir $\overline{R}$ por extensión

   f) La matriz M_R

   g) El grafo de R

2. a) Construir un conjunto A talque $|A| = 6$

   b) Construir una partición del conjunto A

   c) A partir de la partición construir una Relación de Equivalencia $R \subseteq A \times A$

3. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y sea $R \subseteq A \times A$ talque $R = \{(1, 5), (2, 4,), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$. Construir la clausura (o cerradura) transitiva de R mediante el **ALGORITMO DE WARSHALL.**

4. Sea $S = \{a, b, c, \}$ y sea $R \subseteq P(S) \times P(S)$ donde $P(S)$ es el conjunto potencia de S y talque

   $$(X, Y) \in R \Longleftrightarrow X \subseteq Y$$

   Construir **DIRECTAMENTE** el Diagrama de Hasse del conjunto parcialmente ordenado $(P(S), \subseteq)$.

5. Sea $f : R \to R$ tal que $f(x) = -2x - 5$

   a. Demostrar que f es biyectiva

   b. Hallar la función inversa f^{-1}

Segundo Parcial II

1. Sea $E = \{1, 3, 5, 7\}$ y $R = \{(x, y)/x < y\} \subseteq E \times E$
   a. Expresar R por extensión
   b. Hallar R^{-1} por extensión
   c. Determinar dominio de R
   d. Hallar recorrido de R (rango de R)
   e. Escribir $\overline{R}$ por extension
   f. Determinar M_R
   g. Construir el digrafo de R (grafo de R)

2. a. Construir un conjunto A talque $|A| = 4$
   b. Construir una relación $R \subseteq A \times A$ que no sea transitiva, tal que $|R| = 5$
   c. Hallar la cerradura transitiva de la relación obtenida en el inciso b, usando el algoritmo de Warshall

3. Sea D_{64} = conjunto de divisores de 64
   a. Construir el diagrama de Hasse de $(D_{64}, |)$ Hallar, si existen:
   b. Los elementos minimales y maximales
   c. los elementos máximo y mínimo
   d. Las cotas superior e inferior de $B = 4, 8, 16$
   e. La mínima cota superior y la máxima cota inferior de B

4. Si $R \subseteq E \times F$ y $S \subseteq E \times F$ demostrar que:

$$Rec_{R \cap S} \subseteq Rec_R \cap R_S$$

5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ función, talque $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$
   a. Demostrar que f es biyectiva
   b. Hallar la función inversa de f.

Segundo Parcial III

1. En $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ se define la relación de equivalencia:

$$R = \{(1,1), (1,5), (2,2), (2,3), (2,6), (3,2), (3,3)$$
$$, (3,6), (4,4), (5,1), (5,5), (6,2), (6,3), (6,6)\}$$

   a. Encontrar la clase de equivalencia de cada uno de los elementos de A
   b. Encontrar la partición inducida por R

2. Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$

   a. Construir el diagrama de Hasse de $(A, |)$
   b. Hallar las cotas superior e inferior de $B = \{2, 6, 12\}$
   c. Hallar si existen, la mínima cota superior y la máxima cota inferior de B

3. En $A = \{1, 2, 3\}$ se define la relación:

$$R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,1)\}$$

   Encontrar:

   a. La cerradura reflexiva de R
   b. La cerradura simétrica de R
   c. La cerradura transitiva de R

4. Dada la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = mx + b$ si se sabe que $f(3) = 1$ y $f(-3) = 6$ hallar el valor de $m + b$

5. Sea la función $f : [-1, 8] \to [-3, 0]$, tal que $f(x) = -\sqrt{1+x}$, Es f biyectiva?

Examen Final I

1. Sea A un conjunto y sea $R \subseteq A \times A$ **DEMOSTRAR**:

$$\text{Si R es simétrica entonces } R^{-1} \text{ es simétrica}$$

2. Sea $A = \{a, b, c, d, e\}$. Se pide:

   a. Construir una relación $R \subseteq A \times A$ tal que $|R| = 3$

   b. Construir la clausura (o cerradura) reflexiva R_1 de R.

   c. Mediante el **ALGORITMO DE WARSHALL** construir la clausura (o cerradura) transitiva de R_1

3. Sea $S = \{x, y\}$. Se pide:

   a. El conjunto potencia (o conjunto de partes) $P(S)$

   b. $P(S) \times P(S)$

   c. Escribir R por Extensión donde $R \subseteq P(S) \times P(S)$ tal que

   $$(X, Y) \in R \Longleftrightarrow X \subset Y$$

   d. Construir el Grafo Dirigido del conjunto parcialmente ordenado $(P(S), \subseteq)$

   e. A partir del grafo dirigido construir el Diagrama de Hasse del conjunto parcialmente ordenado $(P(S), \subseteq)$

4. **DEMOSTRAR** para todo número natural $n \geq 1$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

5. **Determinar el término central** (o los términos centrales) en el desarrollo

$$(4x^2 + \frac{3}{y})^{35}$$

6. Un curso de Estructuras Discretas tiene 50 estudiantes, de los cuales 20 son mujeres y 30 son hombres. Cuántos comités de 9 personas se pueden formar, si cada comité debe tener 4 mujeres y 5 hombres?

Examen Final II

1. En una encuesta aplicada a 260 estudiantes del PAB se obtuvieron los siguientes datos:

   a. 64 toman un curso de matemáticas
   b. 94 toman un curso de computación.
   c. 58 toman un curso de administración
   d. 28 toman curso de matemáticas y administración
   e. 26 toman cursos de matemáticas y computación
   f. 22 toman cursos de administración y computación
   g. 14 toman los tres cursos

   Cuántos de los estudiantes de la encuesta toman **SOLAMENTE DOS** de los tres cursos?

2. Sean las relaciones $R \subseteq A \times A$ y $S \subseteq A \times A$. Demostrar **FORMALMENTE**:

   Si R y S son relaciones simétricas **entonces** $R \cap S$ es simétrica

3. **DEMOSTRAR**para todo número natural $n \geq 1$

$$\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

4. **Determinar el TÉRMINO DE GRADO 31** en el desarrollo:

$$(3x^3 - \frac{2}{x})^{37}$$

5. En una liga de futbol participan 20 equipos y se juegan 2 rondas (ida y vuelta) todos contra todos. Si para definir al campeón se juega adicionalmente una liguilla todos contra todos con los 8 mejores equipos de las ruedas ya jugadas. Cuántos partidos se juegan en total para determinar al campeón?

Examen Final III

1. Sean A,B y $\varnothing$ conjuntos ($\varnothing$ conjunto vacío)
   Demostrar que: Si $A \subseteq B$, entonces $A - B = \varnothing$

2. Sean R y S dos relaciones de A en B.
   Demostrar que $Rec(R) - Rec(S) \subseteq Rec(R - S)$

3. Demostrar por PIC que:
   $$\forall n \in \mathbb{N} \ \ (n \geq 1), \sum_{i=1}^{n} (2i^2 - 2i + 1) = \frac{n(2n^2+1)}{3}$$

4. Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$
   a) f es biyectiva?
   b. Cuál es la inversa de f?

5. En el desarrollo de $(\frac{1}{x^3} - x^2)^{18}$, los términos T_{2m+2} y T_{2m} tienen coeficientes iguales.
   Determinar "m"

6. Un estudiante universitario ha adquirido 4 libros de Física diferentes y 3 libros de Química diferentes.Si debe ubicarlos en un estante con espacio para 7 libros, de cuántas maneras diferentes podrán ubicarlos, si los libros de Química deben ir juntos?