

# Modelos de Examen para Calculo II\*

Mauricio Elían Delgadillo García\*\*

*Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Computación y  
Telecomunicaciones - Universidad Autónoma Gabriel René Moreno*

## Primer Parcial I

1. Si  $f(x, y) = \sqrt{3 - 2x} + y^3$ , hallar las derivadas parciales por definición

2. Si  $z = yf(x^2 + y^2)$  demostrar

$$\frac{\partial z}{y \partial y} - \frac{\partial z}{x \partial x} = \frac{z}{y^2}$$

3. Sea  $g(x, y) = x^2 - 5xy + 3y^2$  calcular la derivada direccional de la función en  $P_0(-1, 2)$  cuya dirección es determinada por el vector

$$\vec{u} = \frac{\sqrt{2}}{2}i + \frac{\sqrt{2}}{2}j$$

4. Si la superficie es

$$z = 4x^2 + 9y^2$$

Buscar las ecuaciones del plano tangente y de la recta normal en  $P_0(2, -3)$ .

5. Determinar los puntos críticos de la función:

$$f(x, y) = x^4 + y^3 + 32x - 9y$$

---

\*Estos modelos son una recopilación de exámenes de semestres pasados realizados en la cátedra del Ing. Velasco Guaman

\*\*Para cualquier cambio, observación y/o sugerencia pueden enviarme un mensaje al siguiente correo: **elianklk@gmail.com**

## Primer Parcial II

1. Sea la función definida por

$$f(x, y) = \left( \ln e^2 - \ln e^{18-x^2-y^2} \right)^{-1}$$

Hallar el dominio D.

2. Calcular

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{x+y^3}{\operatorname{sen}(x-y^2)}$$

3. Hallar las derivadas parciales de la siguiente expresión:  $u = y^3 + \sqrt[3]{x}$
4. Existe mínimo en la siguiente expresión  $z = x^3 - 12xy + 8y^3$
5. Determinar el valor de la constante  $K$  para que el diferencial sea exacto

$$\frac{2dx}{3+(x-y)^2} + \frac{7Kdy}{3+(x-y)^2}$$

## Primer Parcial III

1. Cual es el valor de

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left[ \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1} + \cos\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) \right]$$

2. Sea la función definida por  $z = x^2 - f(2y - x^2)$ . Calcular:

$\frac{\partial z}{\partial x}$  y  $\frac{\partial z}{\partial y}$ . En función de las variables  $x$ ,  $y$  y de las derivadas de  $f$

3. Un Esquiador es situado sobre una montaña en el punto  $P = (2, 1, 3)$ . Parte de la superficie se puede modelar usando la relación  $z = x^2 - y^2$  donde  $z$  representa la altitud. Entonces, la dirección estándar en la que el esquiador debe dirigir sus esquís para no deslizarse cuando esta en el punto  $P$  es?
4. Analizar la función siguiente

$$f(x, y) = -\frac{x^2}{2} + xy - \frac{y^2}{2} - 3x + y^3$$

5. La función siguiente  $f(x, y) = x^2y^2 - 5x^2 - 8xy - 5y^2$  esta condicionada a la recta  $2x + 4y = 12$ . Cual es el valor de su multiplicador de lagrange  $\lambda$ ?

## Primer Parcial IV

1. Cual es el valor de

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left[ \cos \left( \frac{1}{x^2 + y^2} \right) \right]$$

2. Si la función  $g$  es dos veces derivable. Suponiendo que  $z = g(u(x, y))$ , donde  $u(x, y) = \frac{x}{y}$ . Calcular  $\frac{\partial z}{\partial x}$  y  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .
3. Hallar el vector unitario  $\vec{u}$  al punto  $p$  tal que su derivada direccional alcance su valor máximo.

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^3$$

en el punto  $P = (1, 2)$

4. La función siguiente  $f(x, y) = x^2y^2 - 5x^2 - 8xy - 5y^2$  esta condicionada a la recta  $2x + 4y = 12$ . Cual es el valor de su multiplicador de lagrange  $\lambda$ ?
5. Se desea concebir un contenedor de forma cilíndrica cerrado que contenga un volumen de  $100\text{m}^3$  y donde el área de la superficie es la mas pequeña posible. El radio del contenedor es  $\mathbf{r}$  y su altura  $\mathbf{h}$ . Su área es

$$A(r, h) = 2rh + 2\pi r^2$$

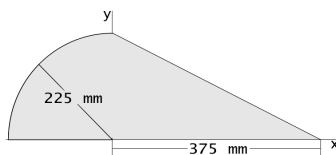
## Segundo Parcial I

1. Evaluar la siguiente integral

$$\int_C ydx + (x^2 + y^2)dy$$

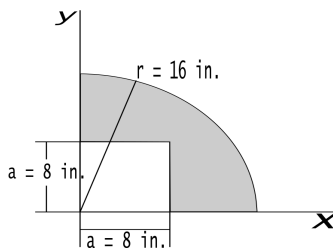
donde C es el arco de la circunferencia  $x^2 + y^2 = 4$  desde  $(-2, 0)$  hasta  $(0, 2)$

2. Evaluar el área de la superficie de la parte positiva del espacio tridimensional del paraboloide  $z = 4 - x^2 - y^2$
3. Calcule el volumen debajo de  $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$  y sobre el disco circular  $x^2 + y^2 \leq 36$
4. Si la masa del prisma rectangular esta definido en los intervalos  $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1$ , cuya densidad es  $p(x, y) = x$ , Calcular la masa total?
5. Hallar los momentos de inercia respecto al eje x



## Segundo Parcial II

1. Determinar los valores extremos de  $f(x, y) = xy$ , si  $(x, y)$  debe pertenecer a la elipse  $4x^2 + y^2 = 4$
2. Si la siguiente expresión  $(ye^{xy} + 2xy)dx + (xe^{xy} + x^2)dy$  es diferencial exacta?. Determine la función primitiva.
3. Evaluar la integral curvilínea  $\int_C xy^2 dx$  donde C es el arco de la parábola  $y = x^2$  comprendido entre  $(0, 0)$  y  $(2, 4)$
4. Evaluar el Volumen definido por los cilindros  $z = x^2, z = 8 - x^2$  y los planos  $xz$  y  $z + y = 12$
5. Determinar los momentos de inercia  $(I_x, I_y)$  respectos a sus ejes x e y, de la figura siguiente:



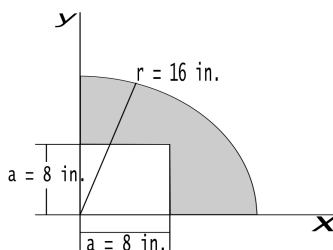
## Segundo Parcial III

1. Cual es el punto del plano  $2x + 3y + 4z = 12$  que hace pasar  $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 5z^2$  para su mas pequeño valor?
2. Verificar si la siguiente expresión  $(ye^x - x)dx + e^x dy$ , es diferencial exacta?. Si es, determinar la función primitiva
3. Evaluar la integral curvilínea

$$\int_C xy^2 dy$$

, donde C es el arco de la parábola  $y = x^2$  comprendido entre  $(0, 0)$  y  $(2, 4)$

4. Calcular el Área definida por las rectas  $y = 2, y - x = 12$  e  $y = -2x$ . Mediante integral doble.
5. Determinar el momento de inercia polar ( $I_p = I_x + I_y$ ), de la figura siguiente:



## Examen Final I

1. Calcular el limite siguiente:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} \left( \frac{x^3 - yx^3}{2x^4 + 4yx^3} \right)$$

2. Si  $z = \ln(2xyz)$  una función implícita; hallar  $\frac{\partial z}{\partial y}$
3. Hallar el área definida por la parábola  $y = 4 - x^2$  y la recta  $y = 0$
4. Evaluar la siguiente integral

$$\int_1^5 \int_{3\pi/4}^{2\pi} r^2 d\phi dr$$

5. La siguiente integral llevar a coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx$$

## Examen Final II

1. Evaluar el limite siguiente:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \left( \frac{\sqrt{y} - x}{y - x} \right)$$

2. Si  $u = \ln(3x + 2y + 5z)$ . Hallar las derivadas parciales
3. Encontrar el área definida por  $x = 4 - y^2$  y la recta  $x = 0$
4. Evaluar la siguiente integral

$$\int_{\pi/2}^{2\pi} \int_2^9 r^3 dr d\phi$$

5. La siguiente integral llevar a coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dy dx$$

## Examen Final III

1. Calcular  $f_{xyz}$ . Si  $f(x, y, z) = \text{sen}(3x + yz)$
2. Hallar la derivada direccional de  $z = 3x^4 - xy + y^3$  en el punto  $(1, 2)$  siguiendo la dirección que forma con el eje X un ángulo de  $60^\circ$
3. Calcular la siguiente integral

$$\int_0^1 \int_{2x}^2 e^{y^2} dy dx$$

4. Hallar el Volumen del sólido limitado por los planos  $x = 0, y = 0, z = 0$  y

$$x + y + z = 8$$

5. Pasar la siguiente integral a coordenadas Cilíndricas y calcular

$$\iiint_E \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} dv$$

donde E es la región definida por  $x^2 + y^2 = 4$  y  $z = 2, z = 0$