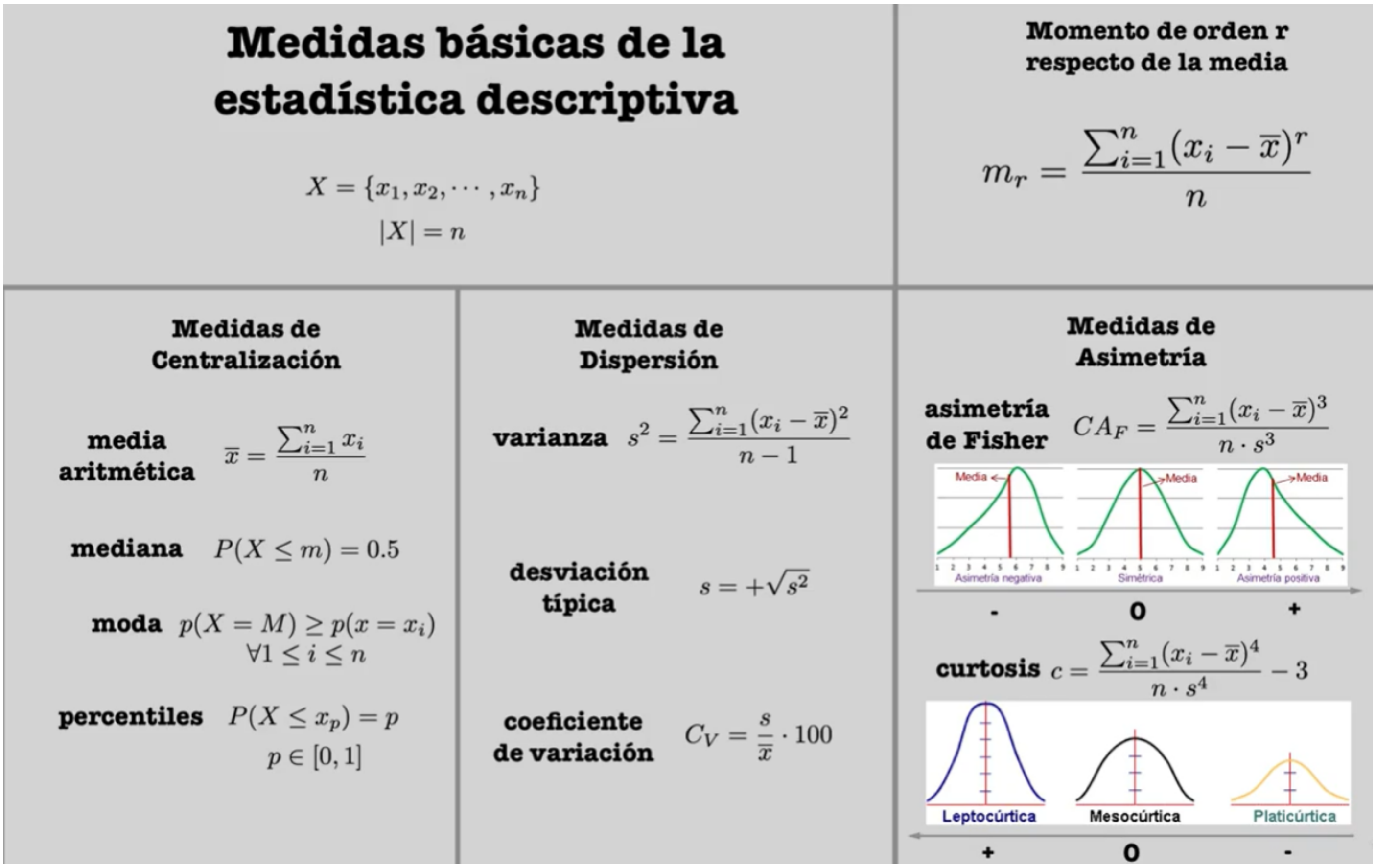
Fundamentos de estadística

Como buen cientista de datos, vamos a repasar la teoría estadística que necesitamos como base de apoyo en nuestros análisis y construcción de modelos.



In [1]:
```
# Utilizamos las librerías para ello

import pandas as pd
import numpy as np
```

1. Medidas de centralización

Nos sirve para ver cómo se sitúan los datos. Son la media, mediana, percentiles y moda.

In [2]:
```
# Generamos una lista de números aleatorios y revisaremos sus medidas de centr
alización

import random # Módulo para generar números aleatorios
n = 10000 # Muestras
m = 1000000 # Límite superior del conjunto
rango = range(m) # Rango de números para hacer la selección, en este caso del
 0 a m
A = random.sample(rango, n) # 'A' es el conjunto de datos numéricos aleatorio
s, de tamaño n
```

In [3]:
```
# Promedio (media)
np.mean(A)
```

Out[3]:
```
496113.7417
```

In [4]:
```
# Mediana
np.median(A)
```

Out[4]:
```
494419.0
```

In [5]:
```
# Para la moda, utilizaremos otra librería

from scipy import stats

stats.mode(A)
```

Out[5]:
```
ModeResult(mode=array([222]), count=array([1]))
```

In [6]:
```
# Percentil 25
np.percentile(A, 25)
```

Out[6]:
```
239168.75
```

2. Medidas de dispersión

La varianza y desviación típica, nos indica si los valores se desplazan mucho o poco con respecto de la media.

La *varianza* es como se aleja cada valor de la media

- La varianza eleva los valores al cuadradonos introduce en una nueva dimensión.
- Puede no tener sentido.

La *desviación típica* es la raíz cuadrada de la varianza.

- Con la desviación típica volvemos a la dimensión original.

Coeficiente de variación: nos mide la variabilidad relativa entre la desviación típica entre la media.

In [7]:
```
# Varianza

np.var(A)
```

Out[7]: 84260856060.67038

In [8]:
```
# Desviación típica (estándar)

np.std(A)
```

Out[8]: 290277.2055478528

In [9]:
```
# coeficiente de variacion std/mean*100
# variabilidad relativa entre la media y la std, si hay mucha variabilidad ser
á grande el coeficiente.

np.std(A)/np.mean(A)*100
```

Out[9]: 58.51021270912173

3. Medidas de asimetría

Momento de orden r, respecto a la media. El momento de orden r. son los momentos de distribución respecto a la media.

3.1 Asimetría de Fisher

- Si el coeficiente es = 0; Significa que vuestra función es perfectamente simetríca, se distribuye igual, por ejemplo la distribución normal. Raro es que salga cero
- Si el coeficiente es >0; Significa que cuánto más positivo es este valor más desplazada está la distribución hacía la izquierda, de modo que tenemos una asimetría positiva, nos queda la media muy por encima de la distribución.
- Si el el coeficiente es <0; Significa que cuánto más negativo es este valor más desplazado está la distribución hacía la derecha, de modo que tenemos una asimetría negativa, nos queda la media muy por debajo de la distribución.

In [10]:
```
import scipy.stats as sp # Para modelos de asimetría

asimetria = sp.skew(A)
asimetria
```

Out[10]: 0.01676462523284354

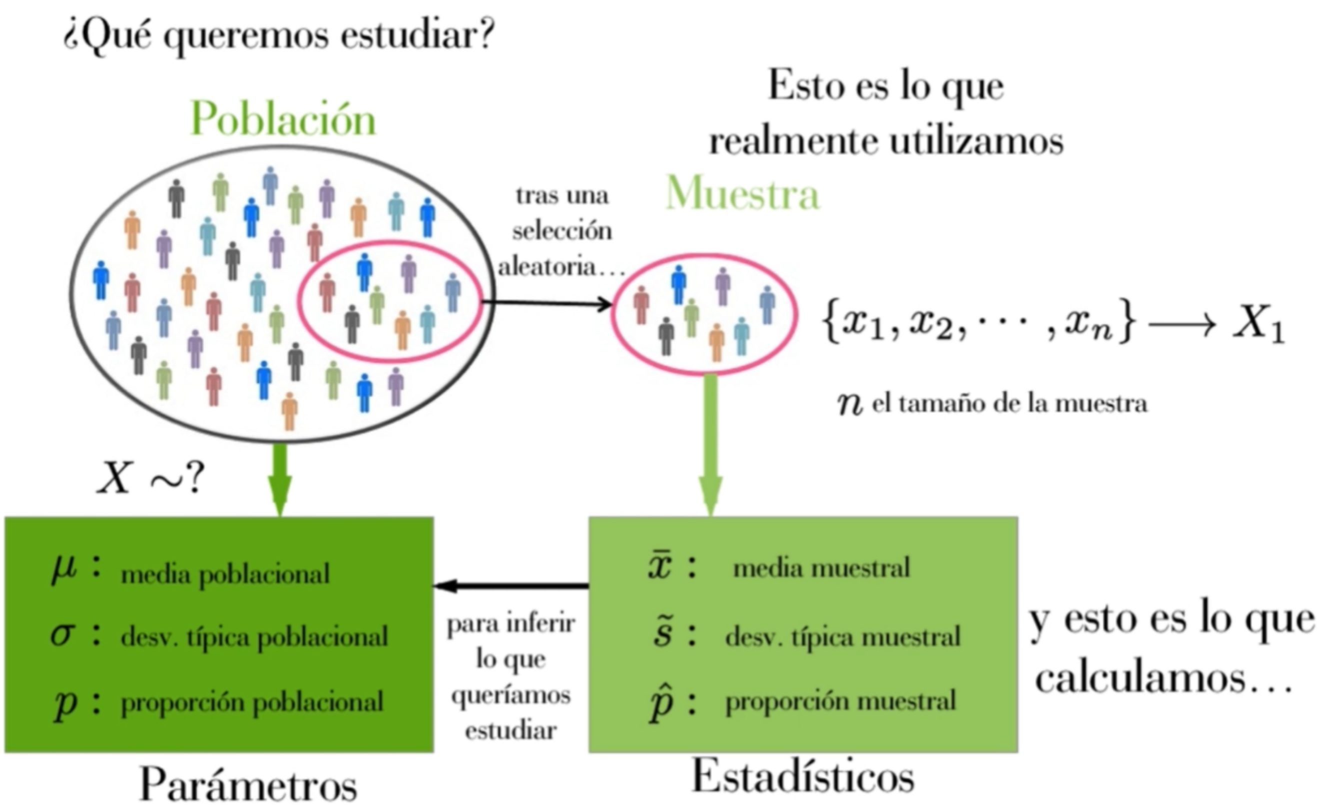
3.2 Curtosis

- igual 0 Mesocúrtica: Distribución perfecta, asemejada a la distribución normal en forma, no en valores. Está compensado tanto el centro como las colas.
- mayor a 0 Leptocúrtica: Distribución donde se le concentran mucho los datos en el valor central, y apenas tiene cola.
- menor a 0 Platicúrtica: Distribución donde hay pocos valores que se concentren respecto al valor central (media) y hay muchos que aparecen hacia las colas, se concentran más en los laterales. Existe valor central, pero también hay mucha presencia de colas directamente en la distribución de nuestros datos.

In [11]:
```
curtosis=sp.kurtosis(A)
curtosis
```

Out[11]: -1.2201063205820903

4. Muestreo aleatorio



5. Contrastes de hipótesis

Contraste bilateral

$$\begin{cases} H_0: & \mu = \mu_0 \\ H_1: & \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

H_0: hipótesis nula
H_1: hipótesis alternativa

Contrastes unilaterales

$$\begin{cases} H_0: & \mu \leq \mu_0 \\ H_1: & \mu > \mu_0 \end{cases}$$

¿Qué distribución sigue?
¿Estadístico de Contraste?

$$\begin{cases} H_0: & \mu \geq \mu_0 \\ H_1: & \mu < \mu_0 \end{cases}$$

H_0 es lo que defenderemos a morir! En caso de que no quede más remedio, nos quedaremos con H_1

TCL = Teorema central del Límite

Nos preguntamos si es cierto que la población tiene una media $\mu = \mu_0$

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$
$$\{x_1, x_2, \cdots, x_n\} \text{ m.a.s.}$$
$$\mu_{\bar{X}} \longrightarrow \mu$$
$$\sigma_{\bar{X}} \longrightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Podríamos usar el TCL

¿Pero que pasa con σ?

Caso 1: σ conocida $X \sim N(\mu_0, \sigma)$

Podemos aplicar el TCL directamente

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

z-test

Caso 2: σ desconocida $X \sim N(\mu_0, ?)$

Estimamos primero la desviación típica $S = \frac{\sum(X_i - \mu_{\bar{X}})^2}{n-1} \to \sigma$

y los datos se distribuyen según la distribución t

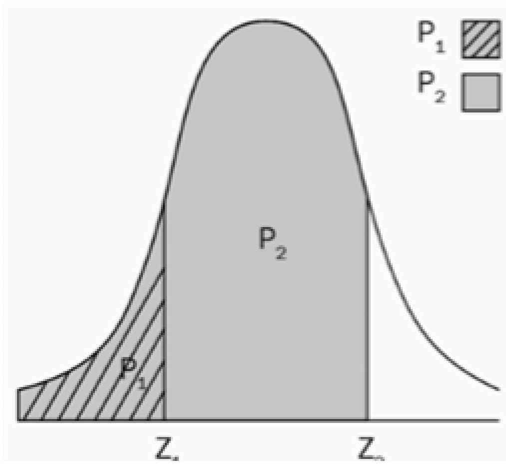
$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

t-test

¿Y cómo aceptamos/rechazamos la hipótesis nula (H_0)?

Si H_0 es cierta, hemos modelado X

como una distribución normal o t de Student



$$P(X < Z_1) = p_1$$
$$P(X < Z_2) = p_2$$

$$P(X > Z_1) = 1 - p_1$$
$$P(X > Z_2) = 1 - p_2$$

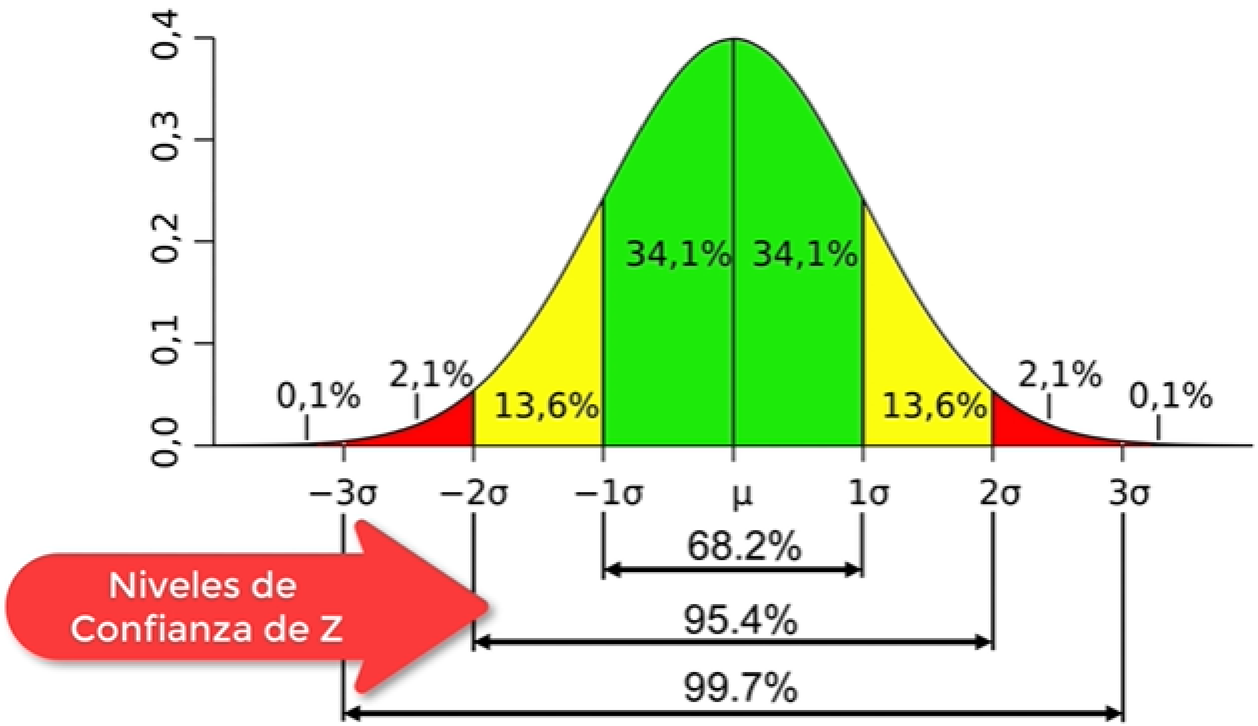
En este caso tenemos el gráfico de una distribución de una variable aleatoria X, con Z_1 y Z_2 dos estadísticos correspondientes a dos valores de la variable aleatoria en cuestión y llamemos P_1 y P_2 a las probabilidades encerradas por debajo de la curva justo a la izquierda. Entonces la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor menor a Z_1 es P_1, en notación matemática sería:

$$P(X < Z_1) = P_1$$

Y de forma complementaria

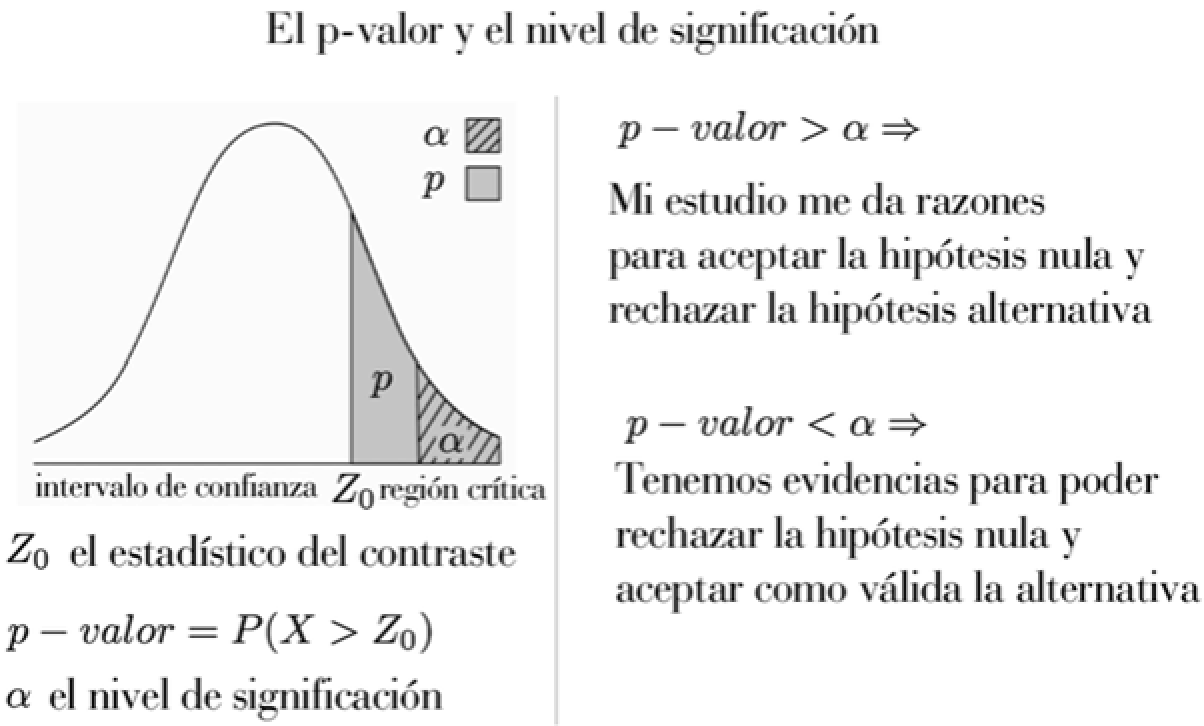
$$P(X > Z_1) = 1 - P_1$$

Con esto podemos definir niveles de confianza, pero espera, ¿que son los niveles de confianza? Son los valores límites que estamos dispuestos a considerar para defender una hipótesis nula H_0 como verdadera, dicho de otra forma, *es la probabilidad con la que nosotros estamos seguros de que la variable aleatoria va a caer ahí dentro*

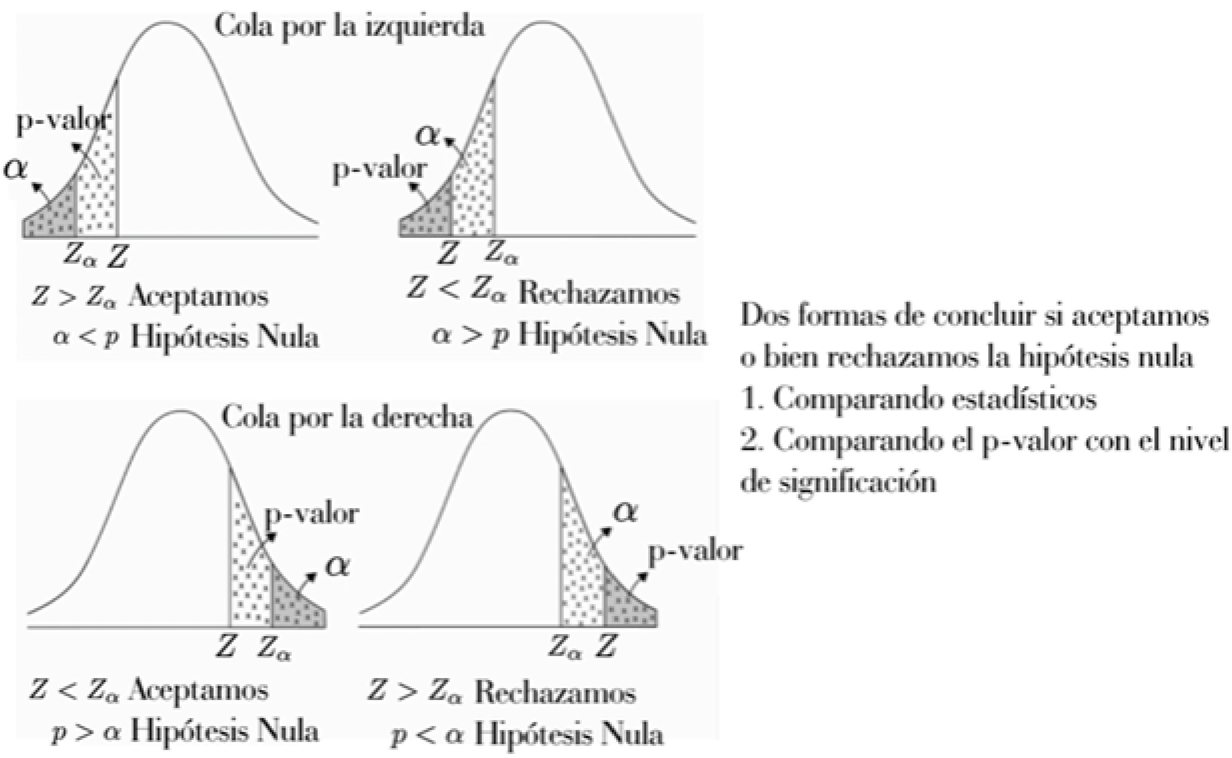


Oook, pero y ¿qué es eso del nivel de significación? Es básicamente la representación de la probabilidad de que la hipótesis nula H_0 **no** sea cierta, y se representa con α. Simplemente es el opuesto al nivel de confianza.

¿Y eso del p_{valor}? Es la probabilidad de que la función de distribución supere el valor del estadístico de contraste (que viene de un z-test o t-test), es la probabilidad máxima de caer fuera del estadístico de contraste.



Y entonces, ¿cuando aceptamos la hipótesis nula H_0?



Entonces, el resumen del contraste de hipótesis es:

1. Definir hipótesis nula (μ_0) y alternativa uni o bilateral.
2. Tomar una muestra aletoria de tamaño n y calcular el valor del estimador (promedio, proporción, etc..)
3. Calcular el estadístico de contraste $Z - valor$ o $t - valor$.
4. Calcular el p_{valor} asociado
5. Comparar p_{valor} y nivel de significacion y decidir.

¿Y un ejemplo práctico de esto? Vamos por ello!

Ejemplo: Just Eat

El pizzero de Just-Eat **afirma** que trae la comida en un **tiempo promedio** inferior a **20 minutos** con una **desviación típica de 3**.

Como sospechamos que es falso, tomamos 64 de las entregas de la última semana y obtenemos una media de 21.2 minutos.

¿Podemos aceptar su afirmación a un nivel de confianza del 95%?

Resolvamos:

1. Identificar hipótesis nula y alternativa

En este caso sería:

H_0: tiempo promedio inferior a 20 minutos -> μ <= 20

La hipótesis alternativa sería el complemento:

H_1: tiempo promedio superior a 20 minutos -> μ > 20

Además el enunciado me entrega el valor de la desviación típica (estándar): σ = 3

2. Tomar una muestra aletoria de tamaño n y calcular el valor del estimador

En este caso queremos estimar el promedio, y para ello se utilizó una muestra de 64 entregas, obteniendo un valor promedio de 21.2 minutos, entonces:

$\bar{X} = 21.2$ y $n = 64$

3. Calcular el estadístico de contraste $Z - valor$ o $t - valor$

Como el valor de desviación estándar es conocido, utilizamos el estadístico de prueba Z_{valor}. Sabemos que:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Reemplazamos:

$$Z = \frac{21.2 - 20}{\frac{3}{\sqrt{64}}} = 3.2$$

4. Calcular el p_{valor} asociado

Sabemos que:

$$p = P(Z > 3.2) = 1 - P(Z < 3.2)$$

Aquí podemos utilizar alguna tabla de la distribución normal estandarizada, o bien generar nosotros el valor con la librería **scipy**

In [31]:
```python
from scipy.stats import norm

norm.cdf(3.2)
```

Out[31]: 0.9993128620620841

Entonces el valor p sería:

$$p = 1 - 0.999 = 0.001$$
$$p = 0.001$$

5. Comparar p_{valor} y nivel de significacion y decidir.

En este caso el nivel de confianza es del 95%, por lo tanto nuestreo nivel de significancia es el complemento $\alpha = 0.05$

Y como se cumple que:

$$0.001 < 0.05 \Rightarrow p_{valor} < \alpha$$

Por lo tanto, podemos llamar al pizzero de Just-Eat y comentarle que tenemos evidencia suficiente para rechazar su afirmación (rechazar la hipotesis nula) y que en definitiva se demora más de 20 minutos en entregar sus pizzas.

¿Genial no?

6. Correlación

De forma teórica, presentamos la correlación de Pearson, luego lo haremos de forma práctica

Coeficiente de Correlación de Pearson

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \ \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

In [35]:
```python
# Hagámoslo de forma práctica, con un data set

data_ads = pd.read_csv('/Users/fsanmartin/python-ml-course-master/datasets/ad
s/Advertising.csv')
data_ads.head()
```

Out[35]:

	TV	Radio	Newspaper	Sales
0	230.1	37.8	69.2	22.1
1	44.5	39.3	45.1	10.4
2	17.2	45.9	69.3	9.3
3	151.5	41.3	58.5	18.5
4	180.8	10.8	58.4	12.9

In [37]:
```python
# Agregaremos una columna comenzando con un coeficiente de correlación entre
# Los gastos por publicidad en TV con respecto a las ventas

data_ads['corrn'] = (data_ads['TV'] - np.mean(data_ads['TV'])) * (data_ads['Sa
les'] - np.mean(data_ads['Sales']))
data_ads['corrl'] = (data_ads['TV'] - np.mean(data_ads['TV']))**2

data_ads.head()
```

Out[37]:

	TV	Radio	Newspaper	Sales	corrn	corrl
0	230.1	37.8	69.2	22.1	670.896956	6898.548306
1	44.5	39.3	45.1	10.4	371.460206	10514.964306
2	17.2	45.9	69.3	9.3	613.181206	16859.074806
3	151.5	41.3	58.5	18.5	19.958456	19.869306
4	180.8	10.8	58.4	12.9	-37.892794	1139.568806

In [38]:
```python
data_ads['corr2'] = (data_ads['Sales'] - np.mean(data_ads['Sales']))**2
data_ads.head()
```

Out[38]:

	TV	Radio	Newspaper	Sales	corrn	corrl	corr2
0	230.1	37.8	69.2	22.1	670.896956	6898.548306	65.246006
1	44.5	39.3	45.1	10.4	371.460206	10514.964306	13.122506
2	17.2	45.9	69.3	9.3	613.181206	16859.074806	22.302006
3	151.5	41.3	58.5	18.5	19.958456	19.869306	20.048006
4	180.8	10.8	58.4	12.9	-37.892794	1139.568806	1.260006

In [39]:
```
corr_pearson = sum(data_ads['corrn']) / np.sqrt(sum(data_ads['corrl'])*sum(data_ads['corr2']))
corr_pearson
```

Out[39]:
```
0.782224424861606
```

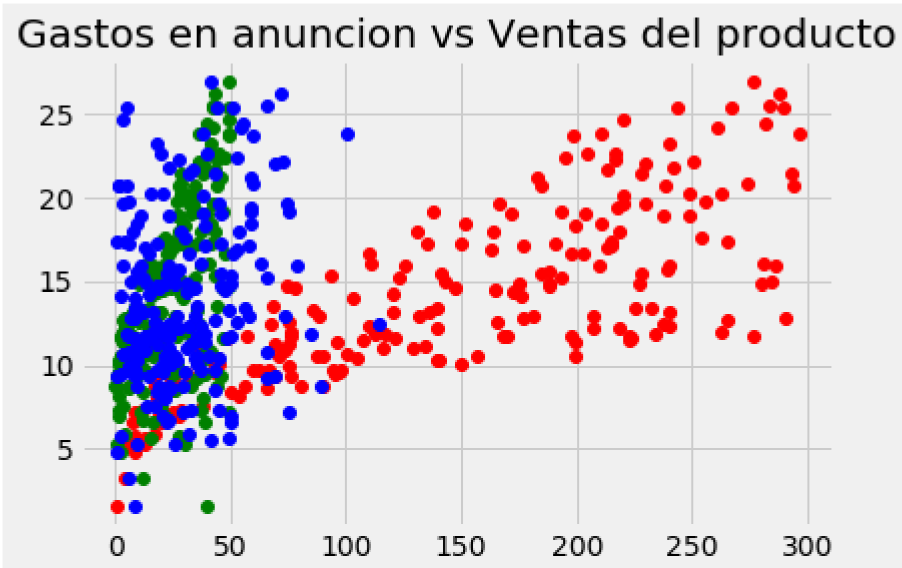
Y cómo ya saben, si esto hay que hacerlo muchas veces, mejor tener una función que lo realice

In [40]:
```
def corr_coeff(df, var1, var2):

    df['corrn'] = (df[var1] - np.mean(df[var1])) * (df[var2] - np.mean(df[var2]))

    df['corrl'] = (df[var1] - np.mean(df[var1]))**2

    df['corr2'] = (df[var2] - np.mean(df[var2]))**2

    corr_p = sum(df['corrn']) / np.sqrt(sum(df['corrl'])*sum(df['corr2']))

    return corr_p
```

In [41]:
```
df = pd.read_csv('/Users/fsanmartin/python-ml-course-master/datasets/ads/Advertising.csv')

# Calculemos las correlaciones entre todas las variables

cols = df.columns.values

for x in cols:
    for y in cols:
        print(x + ", "+ y + " : " + str(corr_coeff(df, x, y)))
```

```
TV, TV : 1.0
TV, Radio : 0.05480866446583009
TV, Newspaper : 0.0566478749650569 93
TV, Sales : 0.782224424861606
Radio, TV : 0.05480866446583009
Radio, Radio : 1.0
Radio, Newspaper : 0.3541037507611752
Radio, Sales : 0.5762225745710553
Newspaper, TV : 0.056647874965056993
Newspaper, Radio : 0.3541037507611752
Newspaper, Newspaper : 1.0
Newspaper, Sales : 0.22829902637616525
Sales, TV : 0.782224424861606
Sales, Radio : 0.5762225745710553
Sales, Newspaper : 0.22829902637616525
Sales, Sales : 1.0
```

In [46]:
```
# Hagamos una gráfica de nube de puntos entre las ventas y los gastos en anunc
ios en los medios

import matplotlib.pyplot as plt

plt.plot(df['TV'], df['Sales'], 'ro')
plt.plot(df['Radio'], df['Sales'], 'go')
plt.plot(df['Newspaper'], df['Sales'], 'bo')
plt.title('Gastos en anuncios vs Ventas del producto');
```



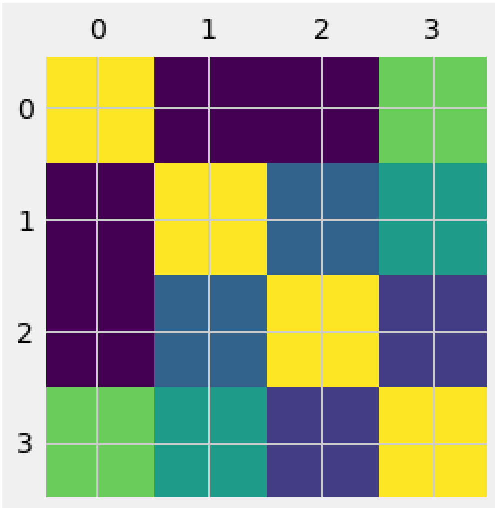
In [48]:
```
## Pandas tiene un forma sencilla de realizar. volveremos a cargar el dataset

df = pd.read_csv('/Users/fsanmartin/python-ml-course-master/datasets/ads/Adver
tising.csv')
df.corr()
```

Out[48]:

	TV	Radio	Newspaper	Sales
TV	1.000000	0.054809	0.056648	0.782224
Radio	0.054809	1.000000	0.354104	0.576223
Newspaper	0.056648	0.354104	1.000000	0.228299
Sales	0.782224	0.576223	0.228299	1.000000

In [50]:
```
# Y una forma de representar esta matriz de correlación es:

plt.matshow(df.corr()) # El color verde indica mayor correlación
```

Out[50]:
```
<matplotlib.image.AxesImage at 0x1e26b1f4fd0>
```



In [ ]:

In [ ]:

In [ ]:

In [ ]: