Graficas y juegos. Tarea 1(pares).

Diego Méndez Medina, Pablo Trinidad... .

2. Den un ejemplo de una gráfica tal que $m > \binom{n}{2}$.

Solución:

Sea n = 3.

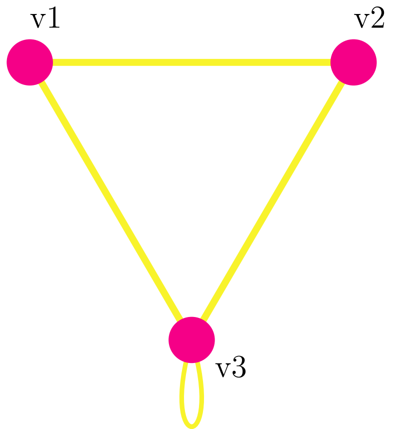
$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} \tag{1}$$

$\implies m > 3$

Así:

$V_G = \{v_1, v_2, v_3\}$

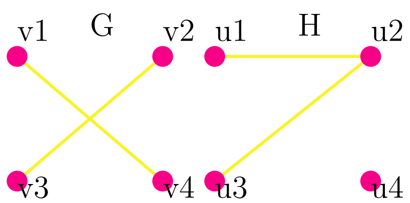
$A_G = \{v_1v_2, v_2v_3, v_3v_1, v_3v_3\}$



4. Den un ejemplo de dos gráficas distintas G y H tales que $n_G = nH$ y $m_G = m_H$ pero $G \ncong H$.

Solución:

Considerese la siguiente gráfica:



$V_G = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ $\quad$ $V_H = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$

$A_G = \{v_1v_4, v_2v_3\}$ $\quad$ $A_H = \{u_1u_2, u_2u_3\}$

Veamos por que no son isomorfas:
Caso 1:
Si $\Psi_G(a_1) = v_1v_3 \Rightarrow \Psi_H(f_A(a_1)) = u_2u_3 = f_V(v_1)f_V(v_3)$

$\implies \Psi_G(a_2) = v_2v_4 \Rightarrow \Psi_H(f_A(a_2)) = u_1u_3 = f_V(v_2)f_v(v_4)$

$\implies f_V(v_3) = f_V(v_4) = u_3$. Con lo que f_v no es inyectiva.

Caso 2:
Si $\Psi_G(a_1) = v_2v_4 \Rightarrow \Psi_H(f_A(a_1)) = u_2u_3 = f_V(v_1)f_V(v_3)$

$\implies \Psi_G(a_2) = v_1v_3 \Rightarrow \Psi_H(f_A(a_2)) = u_1u_3 = f_V(v_2)f_v(v_4)$

$\implies f_V(v_4) = f_V(v_3) = u_3$. Con lo que f_v no es inyectiva.

Recordemos que un ismorfismo ocurre cuando f_V y f_A son biyectivas. f_V no es inyectiva por lo antes mencionado y f_V no es suprayectica por que u_4 no forma parte de la imagen debido a que es el unico vertice de ambas graficas con grado igual a cero.