

Gráficas y juegos — Tarea 2 (pares)

Diego Méndez , Pablo Trinidad

w

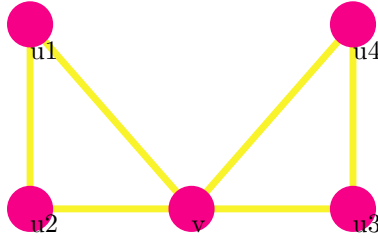
2. Den un ejemplo de una gráfica G con un vertice de corte v de G pero tal que G no tiene aristas de corte.

Sol:

Considerese la siguiente gráfica:

$$V_G = u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$$

$$A_G = u_1u_2, u_2v, u_1v, vv_3, u_3u_4, u_4v$$



Sean A_1 y A_2 la bipartición de A_G de tal forma que :

$$A_1 = \{u_1u_2, u_2v, u_1v\} \text{ y } A_2 = \{vu_3, u_3u_4, u_4v\}$$

Así:

$$V[A_1] \cap V[A_2] = \{v\}$$

$\Rightarrow v$ es vértice de corte.

Observación:

$$\forall a \in A_G (w(G - a) = 1)$$

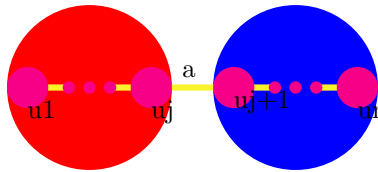
\Rightarrow No hay aristas de corte. ZiggyKaty08 Z

4. Demuestren que si G es conexa y tiene una arista de corte a y $n > 2$ entonces uno de los vertices incidentes en a es un vértice de corte de G . **Sol:**

Como a es de corte y $n > 2$, a no puede ser un lazo.

Sea $a = u_ju_{j+1}$ con $j < n$

Como G es conexa y existe una arista de corte, pensemos en la bipartición de vertices si quitamos a de la gráfica.



$$V_G = \{u_1, \dots, u_j\} \cup \{u_{j+1}, \dots, u_n\}$$

Así $A[\{u_1, \dots, u_j\}]$ nos da las aristas incidentes en dicho conjunto, ocurre lo mismo con $A[\{u_{j+1}, \dots, u_n\}]$. Para tener la bipartición de aristas basta con agregar a la arista de corte, a , en alguno de los conjuntos:

- $A_1 = A[\{u_1, \dots, u_j\}]$
- $A_2 = A[\{u_{j+1}, \dots, u_n\}] + \{a\} = A[\{u_j, u_{j+1}, \dots, u_n\}]$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A_G &= A_1 \cup A_2 \\ \Rightarrow V[A_1] &= \{u_1, \dots, u_j\} \text{ y } V[A_2] = \{u_j, u_{j+1}, \dots, u_n\} \end{aligned}$$

$$V[A_1] \cap V[A_2] = \{u_j\}$$

$\Rightarrow u_j$ es incidente en a y es vertice de corte. ■

Nota : u_{j+1} seria de corte si tomamos $A_1 = A[\{u_1, \dots, u_j, u_{j+1}\}]$ y $A_2 = A[\{u_{j+1}, \dots, u_n\}]$ con $j+1 < n$.

6. Apoyándose de la fórmula de recursión viste en clase, calculen la cantidad de árboles generadores de K_{2-3} .

Sol:

8. ¿Es cierto que si $H \geq G$ entonces $K'(H) \leq K'(G)$? Demuéstrenlo o den un contraejemplo.

Sol:

asdadadad