

Ejercicio Semanal 3

Diego Méndez Medina

Considera la siguiente información:

- Si Manuel es delgado, entonces Paola no es pelirroja o Fernando no es alto.
- Si Fernando es alto, entonces Sandra es cariñosa.
- Si Sandra es cariñosa y Paola es pelirroja, entonces Manuel es delgado.
- Paola es pelirroja.

1. Traduce cada uno de los enunciados anteriores a lógica proposicional usando el siguiente glosario:

- M para indicar que Manuel es delgado.
- P para indicar que Paola es pelirroja.
- F para indicar que Fernando es alto.
- S para indicar que Sandra es cariñosa.

Solución:

Dado el glosario antes mencionado y la información tenemos:

- $M \rightarrow (\neg P \vee \neg F)$
- $F \rightarrow S$
- $(S \wedge P) \rightarrow M$
- P

2. Encuentra la Forma Normal Negativa de las fórmula anteriores.

Solución:

Siguiendo la *proposición dos de la nota tres* y la solución a la pregunta anterior:

$$\begin{aligned} M \rightarrow (\neg P \vee \neg F) &\equiv \neg M \vee \neg P \vee \neg F && \text{Eliminando implicación} \\ &= fnn(M \rightarrow (\neg P \vee \neg F)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F \rightarrow S &\equiv \neg F \vee S && \text{Eliminando implicación} \\ &= fnn(F \rightarrow S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (S \wedge P) \rightarrow M &\equiv \neg(S \wedge P) \vee M && \text{Eliminando implicación} \\ &\equiv \neg S \vee \neg P \vee M && \text{De Morgan} \\ &= fnn((S \wedge P) \rightarrow M) \end{aligned}$$

$$P = fnn(P) \quad \text{Lo cumple por definición}$$

3. Encuentra la Forma Normal Conjuntiva de cada fórmula.

Solución:

Siguiendo la *proposición tres de la nota tres* y la forma normal negativa calculada el inciso anterior, siendo bien explicitos solo en el primero y en los demás siguiendo lo dicho en este:

■ $M \rightarrow (\neg P \vee \neg F)$

$$M \rightarrow (\neg P \vee \neg F) \equiv \neg M \vee \neg P \vee \neg F \quad \text{fnn}$$

M es un átomico, entonces $\neg M$ es una literal. Dada la definición de clausula $\neg M$ es una una clausula, sea C'_1 .

P es un átomico, entonces $\neg P$ es una literal. Junto a la clausula C_1 , $\neg P \vee C'_1$ también es una clausula, llamemosla C'_2 .

F es un átomico, $\neg F$ es una literal. Así $\neg F \vee C'_2$ es también una clausula, sea C_1 .

\top es un átomico y así una literal y una clausula. Y además $C_1 \equiv C_1 \wedge \top$

Al C_1 y \top ser clausulas, $C_1 \wedge \top$ es una forma normal conjuntiva. Entonces:

$$fnc(M \rightarrow (\neg P \vee \neg F)) = C_1 \wedge \top = (\neg M \vee \neg P \vee \neg F) \wedge \top \equiv \neg M \vee \neg P \vee \neg F$$

■ $F \rightarrow S$

$$\begin{aligned} F \rightarrow S &\equiv \neg F \vee S && \text{fnn} \\ &\equiv (\neg F \vee S) \wedge \top && \text{juntando dos clausulas} \\ &= fnc(F \rightarrow S) \end{aligned}$$

■ $(S \wedge P) \rightarrow M$

$$\begin{aligned} (S \wedge P) \rightarrow M &\equiv \neg S \vee \neg P \vee M && \text{fnn} \\ &\equiv (\neg S \vee \neg P \vee M) \wedge \top && \text{juntando clausulas} \\ &= fnc((S \wedge P) \rightarrow M) \end{aligned}$$

■ P

$$P \wedge \top$$

4. Usando resolución binaria indica si *Fernando no es alto* es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas.

Solución:

Sea $\Gamma = \{M \rightarrow (\neg P \vee \neg F), F \rightarrow S, (S \wedge P) \rightarrow M, P\}$, queremos ver si:

$$\Gamma \models \neg F$$

Que con lo visto en clase basta demostrar que $\Gamma \cup \{\neg \neg F\}$ es insatisfasible, que es lo que haremos a continuación.

El conjunto de formas normales conjuntivas para $\Gamma \cup \{\neg \neg F\}$ es:

$$\{\neg M \vee \neg P \vee \neg F, \neg F \vee S, \neg S \vee \neg P \vee M, P, F\}$$

De aquí obtenemos la siguiente derivación de \square :

1.	$\neg M \vee \neg P \vee \neg F$	Hip
2.	$\neg F \vee S$	Hip
3.	$\neg S \vee \neg P \vee M$	Hip
4.	P	Hip
5.	F	Hip
6.	S	Res(2, 5)
7.	$\neg P \vee M$	Res(3, 6)
8.	M	Res(4, 7)
9.	$\neg P \vee \neg F$	Res(1, 8)
10.	$\neg F$	Res(4, 9)
11.	\square	Res(5, 10)

De manera que el argumento es correcto y *Fernando no es alto* es consecuencia de la información dada.