Ejercicio Semanal 9

Diego Méndez Medina

1. Demuestra que $\sigma(\rho\tau) = (\sigma\rho)\tau$ para las siguientes sustituciones calculando todas las composiciones involucradas:

   - $\sigma = [x := a, y := f(z), z := u]$
   - $\rho = [u := y, x := f(x), z := y]$
   - $\tau = [u := z, v := g(a), z := y]$

   Solución:

   - $\rho\tau$

$$\begin{aligned}\rho\tau &= [u := y\tau,\ x := f(x)\tau,\ z := y\tau, v := g(a)]\\ &= [u := y,\ x := f(x),\ z := y,\ v := g(a)]\end{aligned}$$

   - $\sigma(\rho\tau)$

$$\begin{aligned}\sigma(\rho\tau) &= [x := a(\rho\tau),\ y := f(z)(\rho\tau),\ z := u(\rho\tau),\ u := y,\ v := g(a)]\\ &= [x := a,\ y := f(y),\ z := y,\ u := y,\ v := g(a)] \qquad (1)\end{aligned}$$

   - $\sigma\rho$

$$\begin{aligned}\sigma\rho &= [x := a\rho,\ y := f(z)\rho,\ z := u\rho,\ u := y]\\ &= [x := a,\ y := f(y),\ z := z,\ u := y]\\ &= [x := a,\ y := f(y),\ u := y]\end{aligned}$$

   - $(\sigma\rho)\tau$

$$\begin{aligned}(\sigma\rho)\tau &= [x := a\tau,\ y := f(y)\tau,\ u := y\tau,\ v := g(a),\ z := y]\\ &= [x := a,\ y := f(y),\ u := y,\ v := g(a),\ z := y] \qquad (2)\end{aligned}$$

   Por (1) y (2) vemos que $\sigma(\rho\tau) = (\sigma\rho)\tau$ para las composiciones dadas.

2. Verificar si los siguientes conjuntos son unificables utilizando el algoritmo de Martello-Montanari mostrando cada paso:

   a) $W = \{Pxfxgy,\ Pafgaga,\ Pyfyga\}$ con P^3, f^1, g^1
   Comenzamos tratando de unificar $Pxfxgy$, $Pafgaga$:

$\{Pxfxgy = Pafgaga\}$	Entrada
$\{x = a, fx = fga, gy = ga\}$	$DESC.P$
$\{fa = fga, gy = ga\}$	$SUST[x := a]$
$\{a = ga, y = a\}$	$DESC$
$\{a = ga\}$	$SUST[y := a]$
X	$DFALLA$

   Como este par no es unificable, aunque exista una unificación entre cualequiera de este par y el tercero, es imposible hacer la unificación de los tres.

b) $W = \{fwfxhz,\ fgxfxy, fgxfab\}$ con f^1, g^1, h^1
Comenzamos tratando de unificar $fwfxhz,\ fgxfxy$

$fwfxhz = fgxfxy$	Entrada
$\{w = gx,\ x = x,\ hz = y\}$	$DESC$
$\{w = gx,\ hz = y\}$	$ELIM$
$\{hz = y\}$	$SUST[w := gx]$
$\{y = hz\}$	$SWAP$
$\emptyset$	$SUST[y := hz]$

Son unificables bajo $\mu = [w := gx, y := hz]$. De tal forma que:

$$\begin{aligned} |\{fwfxhz,\ fgxfxy\}[w := gx, y := hz]| &= |\{fgxfxhz, fgxfxhz\}| \\ &= |\{fgxfxhz\}| \\ &= 1 \end{aligned}$$

Solo nos falta ver que el resultado de la unificación anterior y el tercer elemento($fgxfxhz,\ fgxfab$) sean unificables:

$\{fgxfxhz = fgxfab\}$	Entrada
$\{gx = gx,\ x = a,\ hz = b\}$	$DESC$
$\{x = a,\ hz = b\}$	$ELIM$
$\{hz = b\}$	$SUST[x := a]$
X	$DFALLA$

El último falló por que las constantes son consideradas funciones sin argumentos y h es de un argumento.

Así, a pesar de que el primer par es unificable y de hecho el segundo elemento con el tercero tambíen lo son. No existe una unificación para los tres juntos.