

Ejercicio Semanal 10

Diego Méndez Medina

1. El calendario gregoriano dice que la tierra tarda 8,700 horas en rodear el sol, es decir $365 \cdot 24$. Pero en realidad si lo contamos con un crónometro un año en realidad dura 8,675 horas, 48 minutos y 46 segundos. Así que nuestro calendario se mueve un poco más rápido de lo que cambian nuestras estaciones del año lo cuál ocasionaría que en algunos años tuviéramos que celebrar navidad en medio del verano.

Sin embargo, aunque 365 días es menos de lo necesario para representar de forma precisa un año, 366 son muchos más y eso aún implicaría un movimiento del calendario pero hacia la otra dirección. La solución para todo esto es el año bisiesto en donde Febrero tiene un día extra pero sólo cada cuatro años para que el calendario vuelva a alinearse.

Sin embargo esto no soluciona completamente el problema, agregar un día al año cada 4 años hace que el calendario avance levemente más lento de lo que debería. Lo que ocasiona que cada 100 años el calendario se atrase un día. Lo cual podría no parecer tan grave, excepto que para Christopher Clavius que quería que todo se alineara perfectamente. Para solucionarlo cada se siglo se omite el año bisiesto, es decir, los años 1894 y 1904 fueron bisiestos pero 1900 no.

Pero aún hay un problema, el calendario ahora avanza ligeramente más rápido, cada 400 años el calendario se adelantaría un día. Por esta razón si el siglo es divisible por 400, entonces el año si es bisiesto, es decir, los años 1900 y 2100 no son bisiestos pero el 2000 si lo fue.

- a) Formaliza la información necesaria para saber si un año es bisiesto usando lógica de primer orden.

Un año es bisiesto si cumple con lo siguiente:

- El año es divisible entre 4.
- El año es un siglo y es divisible entre 400.

Creamos los predicados D^2, B^1, S^1 :

Dxy : x divide a y dejando residuo cero

Bx : x es un año bisiesto

Sx : x es un siglo

Y la función f^1 :

fx : el número que representa al año x

Información necesaria para saber si es bisiesto:

$$\forall x((D4fx \wedge \neg Sx) \rightarrow Bx)$$

$$\forall x((D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx)) \rightarrow Bx)$$

b) Tradúcelo a un programa lógico.

$$\begin{aligned}
(D4fx \wedge \neg Sx) \rightarrow Bx &\equiv \neg(D4fx \wedge \neg Sx) \vee Bx \\
&\equiv \neg D4fx \vee Sx \vee Bx \\
&\equiv \neg(D4fx) \vee (Sx \vee Bx) \\
&\equiv D4fx \rightarrow (Sx \vee Bx) \\
&\equiv (Sx \vee Bx) \leftarrow D4fx
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx)) \rightarrow Bx &\equiv \neg(D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx)) \vee Bx \\
&\equiv \neg D4fx \vee \neg Sx \vee \neg D(400, fx) \vee Bx \\
&\equiv Bx \leftarrow (D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx))
\end{aligned}$$

Entonces el programa \mathbb{P}_B , que nos indica si un año es bisiesto es:

1. $(Sx \vee Bx) \leftarrow D4fx$
2. $Bx \leftarrow (D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx))$

c) Usando resolución verifica que 2000 fue un año bisiesto y que 1900 no lo fue.

2000

$\mathbb{P}_B \models B2000?$

1.	$(Sx \vee Bx) \leftarrow D4fx$	\mathbb{P}_B
2.	$Bx \leftarrow (D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx))$	\mathbb{P}_B
3.	$S2000 \leftarrow$	Hecho, $100 \cdot 20 = 2000$
4.	$D4f2000 \leftarrow$	Hecho, $4 \cdot 500 = 2000$
5.	$D400f2000 \leftarrow$	Hecho, $400 \cdot 5 = 2000$
6.	$\leftarrow B2000$	Meta
7.	$\leftarrow (D4f2000 \wedge S2000 \wedge D(400, f2000))$	$res(2, 6, [x := 2000])$
8.	$\leftarrow (D4f2000 \wedge D(400, f2000))$	$res(3, 7, [])$
9.	$\leftarrow D(400, f2000)$	$res(4, 8, [])$
10.	\leftarrow	$res(5, 9, [])$

Llegamos a la vacía, entonces 2000 si fue par.

1900

$\mathbb{P}_B \models B1900?$

1.	$(Sx \vee Bx) \leftarrow D4fx$	\mathbb{P}_B
2.	$Bx \leftarrow (D4fx \wedge Sx \wedge D(400, fx))$	\mathbb{P}_B
3.	$S1900 \leftarrow$	Hecho
4.	$D4f1900 \leftarrow$	Hecho
5.	$\leftarrow D400f1900$	Hecho
6.	$\leftarrow B1900$	Meta
Hay dos caminos, comenzamos con el primero:		
7'.	$\leftarrow (D4f1900 \wedge S1900 \wedge D(400, f1999))$	$res(2, 6, [x := 1900])$
8'.	$\leftarrow (D4f1900 \wedge D(400, f1999))$	$res(3, 7', [])$
9'.	$\leftarrow D(400, f1999)$	$res(4, 8', [])$
No se puede hacer nada, pasamos al segundo:		
7''.	$S1900 \leftarrow D4f1900$	$res(1, 6, [x := 1900])$
8''.	$S1900 \leftarrow$	$res(4, 7'', [x := 1900])$

Hicimos ambos caminos y en ninguno llegamos a la resolución, entonces 1900 no fue bisiesto.

2. El periodo de órbita de cada planeta del sistema solar respecto al de la tierra es el siguiente:

Planeta	Periodo orbital en años Tierra
Mercurio	0.2408467
Venus	0.61519726
Tierra	1.0
Marte	1.8808158
Júpiter	11.862615
Saturno	29.447498
Urano	84.016846
Neptuno	164.79132

Y un año en la Tierra tiene 31,557,600 segundos. De esta forma si una persona tiene 1,000,000,000 segundos de vida, entonces tiene 31.69 años en la Tierra y tiene 131.57 años en Mercurio.

- a) Traduce la información anterior a lógica de primer orden.

Dada la tabla tenemos las siguientes constantes/funciones, todas con índice cero:

$$\begin{array}{lll}
 \textit{mercurio}^0 = 0.2408467 & \textit{venus}^0 = 0.61519726 & \textit{tierra}^0 = 1 \\
 \textit{marte}^0 = 1.8808158 & \textit{jupiter}^0 = 11.862615 & \textit{saturno}^0 = 29.447498 \\
 \textit{urano}^0 = 84.016846 & \textit{neptuno}^0 = 164.79132 &
 \end{array}$$

Y tenemos los siguientes predicados:

$$\begin{array}{l}
 \textit{Tierra}(x, y) : x = y \cdot 31,557,600 \quad A(x) : x \text{ son años en la Tierra} \quad S(x) : x \text{ son segundos en la Tierra} \\
 \textit{div}(x, y, z) : z = x/y
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \textit{Mercurio}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Mercurio} \\
 \textit{Venus}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Venus} \\
 \textit{Marte}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Marte} \\
 \textit{Jupiter}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Jupiter} \\
 \textit{Saturno}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Saturno} \\
 \textit{Urano}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Urano} \\
 \textit{Neptuno}(x, y) : x \text{ años en la Tierra son } y \text{ años en Neptuno}
 \end{array}$$

Traduciendo la información anterior a lógica de primer orden:

$$\begin{aligned}
& \forall x.A\exists y.S \text{ Tierra}(x, y) \\
& \forall t.A\exists y\exists m(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{mercurio}(), m) \rightarrow \text{Mercurio}(m, t)) \\
& \quad \forall t.A\exists y\exists v(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{venus}(), v) \rightarrow \text{Venus}(v, t)) \\
& \quad \forall t.A\exists y\exists m(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{marte}(), m) \rightarrow \text{Marte}(m, t)) \\
& \quad \forall t.A\exists y\exists j(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{jupiter}(), j) \rightarrow \text{Jupiter}(j, t)) \\
& \quad \forall t.A\exists y\exists s(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{saturno}(), s) \rightarrow \text{Saturno}(s, t)) \\
& \quad \forall t.A\exists y\exists u(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{urano}(), u) \rightarrow \text{Urano}(u, t)) \\
& \quad \forall t.A\exists y\exists n(\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{neptuno}(), n) \rightarrow \text{Neptuno}(n, t))
\end{aligned}$$

b) Define con ella un programa lógico.

Tenemos el programa \mathbb{P}_A que nos indica nuestra edad en otro planeta del sistema solar, dada la nuestra en la tierra:

1. $\text{Tierra}(x, y) \leftarrow$
2. $\text{Mercurio}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{mercurio}(), m))$
3. $\text{Venus}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{venus}(), v))$
4. $\text{Marte}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{marte}(), m))$
5. $\text{Jupiter}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{jupiter}(), j))$
6. $\text{Saturno}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{saturno}(), s))$
7. $\text{Urano}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{urano}(), u))$
8. $\text{Neptuno}(m, t) \leftarrow (\text{Tierra}(t, y) \wedge \text{div}(t, \text{neptuno}(), n))$

c) Usando resolución calcula tu edad en Júpiter.

Antes de mostrar la ejecución del programa hay que hacer observación de algunas cosas.

Nací el 31 de marzo del 2000, pero para fines del ejercicio vamos a asumir que tengo 21 años exactos, entonces:

$$\begin{aligned}
mi_edad_jupiter &= 21/11.862615 & segundos_en_Tierra &= 21 \cdot 31,557,600 \\
&= 1.7702673483 & &= 662709600
\end{aligned}$$

Y por ultimo:

$$z = 21/11.862615 \leftrightarrow z = 1.7702673483$$

$\mathbb{P}_A \models Jupiter(21, 1.7702673483)?$

1.	$Tierra(x, y) \leftarrow$	\mathbb{P}_A
2.	$Mercurio(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, mercurio(), m))$	\mathbb{P}_A
3.	$Venus(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, venus(), v))$	\mathbb{P}_A
4.	$Marte(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, marte(), m))$	\mathbb{P}_A
5.	$Jupiter(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, jupiter(), j))$	\mathbb{P}_A
6.	$Saturno(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, saturno(), s))$	\mathbb{P}_A
7.	$Urano(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, urano(), u))$	\mathbb{P}_A
8.	$Neptuno(m, t) \leftarrow (Tierra(t, y) \wedge div(t, neptuno(), n))$	\mathbb{P}_A
9.	$div(21, 11.862615, 1.7702673483) \leftarrow$	Hecho
10.	$\leftarrow Jupiter(21, 1.7702673483)$	Meta
11.	$Jupiter(21, 1.7702673483) \leftarrow Tierra(21, y)$	$res(5, 9, [t, j := 21$ $, 1.7702673483])$
12.	$Jupiter(21, 1.7702673483) \leftarrow$	$res(1, 11, [x := 21])$
13.	\leftarrow	$res(10, 12, [])$