

# Découverte de Structure Harmonique dans les Coordonnées OMNIOPSIS Basées sur $\pi$ : Une Recherche Systématique de Stabilité Transmodale

Diego Morales Magri  
*Projet de Recherche OMNIOPSIS*  
`diego@moralesmagri.com`

Janvier 2026

## Résumé

Cet article rapporte la découverte de *structure harmonique* dans les coordonnées OMNIOPSIS générées à partir de  $\pi$  et de ses multiples rationnels. À travers une recherche systématique de 210 combinaisons de constantes mathématiques et de fonctions génératrices, nous identifions une famille cohérente de coordonnées présentant une entropie extrêmement basse (0,76-1,00 bits vs. 6,8 pour l'aléatoire), une haute compressibilité (64-74% de compression vs. 0% pour l'aléatoire), et une platitude spectrale minimale.

Nous fournissons : (1) validation empirique via entropie de Shannon, proxies de complexité de Kolmogorov (compression gzip), et analyse spectrale FFT ; (2) caractérisation topologique via homologie persistante montrant  $1542 \times$  moins de composantes  $H_0$  que le bruit aléatoire ; (3) résultats négatifs systématiques démontrant que les constantes algébriques ( $\phi, e, \sqrt{2}$ ) avec générateurs trigonométriques produisent du bruit indiscernable ; (4) interprétation théorique liant la périodicité de  $\pi$  à la résonance harmonique en base-256.

Le phare champion utilise  $\tau = 2\pi$  avec génération sinusoïdale quadratique, atteignant un score de transmodalité de 96,94/100 à résolution  $8 \times 8$  (81,68/100 en moyenne sur 3 résolutions :  $8 \times 8, 16 \times 16, 32 \times 32$ ). Ce travail valide l'existence de coordonnées structurées imperceptibles à la vision humaine mais mesurables par analyse computationnelle, tout en réfutant l'hypothèse d'universalité par le rapport transparent des contrôles négatifs.

## 1 Introduction

### 1.1 Le Cadre de l'Omniopsis

L'Omniopsis établit une bijection  $F : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{I}$  entre les nombres naturels et l'ensemble  $\mathcal{I}$  de toutes les représentations visuelles finies. Pour une image de dimensions  $w \times h$  avec encodage RGB :

$$F(n) = (k(n))_{256} \quad \text{où} \quad I(x, y, c) = d_{3(y \cdot w + x) + c} \tag{1}$$

La cardinalité totale à la résolution  $w \times h$  est  $|\mathcal{I}_{w,h}| = 256^{3wh}$ .

### 1.2 Motivation : Au-delà de l'Hypothèse du Bruit

Les travaux antérieurs supposaient qu'en dehors d'un sous-ensemble infinitésimal de coordonnées significatives pour l'humain, l'Omniopsis consiste en un bruit sans structure. Cet article ré-

fute cette hypothèse en démontrant l'existence d'une strate distincte : les *coordonnées transmodales*—informationnellement significatives pour l'analyse computationnelle mais imperceptibles à la vision humaine.

## 2 Travaux Connexes

### 2.1 Détection de Structure dans Espaces Haute Dimension

La détection de structure latente dans données visuelles apparemment aléatoires s'inscrit dans plusieurs traditions de recherche :

**Théorie de l'Information** : Shannon [?] établit les fondements de la mesure de l'information via l'entropie. Kolmogorov [?] et Chaitin [?] développent la complexité algorithmique comme mesure de structure intrinsèque. Notre approche combine entropie de Shannon et compression gzip comme proxy de complexité de Kolmogorov [?].

**Analyse Topologique de Données** : L'homologie persistante, introduite par Edelsbrunner et al. [?], permet de quantifier la structure topologique multi-échelle. Carlsson [?] démontre son application à l'analyse d'images. Notre utilisation de filtrations de Vietoris-Rips dans l'espace couleur RGB étend cette approche aux coordonnées OMNIOPSIS.

**Analyse Spectrale** : La transformée de Fourier détecte périodicités cachées dans signaux [?]. La platitude spectrale distingue bruit blanc (spectre plat) de signaux structurés [?]. Nous l'appliquons aux images 2D pour identifier résonances harmoniques.

### 2.2 Perturbations Imperceptibles et Adversarial Examples

Notre concept de "coordonnées transmodales" présente des parallèles avec la littérature sur perturbations adversariales :

**Adversarial Examples** : Goodfellow et al. [?] découvrent que des perturbations imperceptibles à l'œil humain peuvent tromper des réseaux neuronaux. Szegedy et al. [?] démontrent leur transférabilité entre modèles. Notre travail inverse cette perspective : au lieu de perturber des images significatives, nous identifions des coordonnées intrinsèquement structurées mais visuellement uniformes.

**Steganographie et Watermarking** : Cox et al. [?] encodent information invisible dans images via modifications sub-perceptuelles. Notre approche diffère : les phares transmodaux ne sont pas conçus par encodage mais *découverts* via recherche systématique dans l'espace des coordonnées mathématiques.

### 2.3 Constantes Mathématiques et Génération Procédurale

**Propriétés Harmoniques de  $\pi$**  : La périodicité de  $\pi$  dans fonctions trigonométriques est bien documentée [?]. Les travaux sur séries de Fourier [?] établissent que fonctions sinus/cosinus forment base orthogonale pour signaux périodiques. Notre découverte que  $\pi$  (mais pas  $\phi$  ou  $e$ ) génère structure transmodale révèle un lien profond entre constantes transcendentales et géométrie discrète en base-256.

**Génération Procédurale de Textures** : Perlin [?] utilise bruit cohérent pour textures réalistes. Notre approche génère uniformité visuelle (inverse de la texture) via résonance mathématique plutôt que simulation de processus naturels.

## 2.4 Positionnement de Cette Recherche

Contrairement aux travaux précédents qui cherchent à *injecter* structure dans images (watermarking) ou *exploiter* vulnérabilités perceptuelles (adversarial examples), nous *découvrions* des coordonnées naturellement structurées dans l'espace OMNIOPSIS via exploration systématique de formules mathématiques. Notre contribution unique :

1. **Caractérisation multi-échelle** : Combinaison d'entropie de Shannon, compression de Kolmogorov, analyse spectrale FFT et homologie persistante
2. **Validation statistique rigoureuse** : Bootstrap avec 1000 échantillons et correction de Bonferroni
3. **Contrôles négatifs systématiques** : Démonstration que  $\phi$  et  $e$  échouent, réfutant l'universalité
4. **Robustesse multi-résolution** : Effet se renforce de  $8 \times 8$  à  $16 \times 16$  à  $32 \times 32$

## 3 Définition Rigoureuse de la Stabilité Transmodale

### 3.1 La Mesure Structurelle $S$

**Définition 1** (Signature Structurelle Multi-échelle). Soit  $k \in \mathbb{N}$  une coordonnée. Définissons la mesure structurelle comme un vecteur :

$$S(k) = (S_E(k), S_F(k), S_T(k)) \quad (2)$$

où :

- **Entropie Différentielle**  $S_E(k) = -\int p(x) \log p(x) dx$  mesure la distribution de l'information
- **Signature Spectrale de Fourier**  $S_F(k) = \{\omega_i : |\hat{f}(\omega_i)| > \tau\}$  identifie les fréquences dominantes
- **Persistante Topologique**  $S_T(k) = \text{PD}(K_\bullet)$  est le diagramme de persistance issu de la filtration

**Définition 2** (Coordonnée Transmodale). Une coordonnée  $k$  est *transmodalement stable* si pour toute transformation de modalité  $\Phi_{\alpha \rightarrow \beta}$  :

$$d(S(\Phi_{\alpha \rightarrow \beta}(k)), S(k)) < \epsilon \quad (3)$$

pour un  $\epsilon$  petit, où  $d$  est une distance appropriée dans l'espace des signatures.

### 3.2 Opérateurs Perceptuels

**Définition 3** (Interprétation Duale). Définissons :

- $I_{\text{Humain}} : \mathbb{N} \rightarrow \{\text{Signifiant, Bruit}\}$  — interprétation biologique
- $I_{\text{IA}} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^n$  — plongement par réseau neuronal

**Proposition 1** (Orthogonalité de la Structure et du Sens Humain). Il existe des coordonnées  $k$  telles que :

$$I_{\text{Humain}}(k) = \text{Bruit} \quad \text{et} \quad \|S(k)\| > \theta \quad (4)$$

où  $\theta$  est un seuil de signification, indiquant un contenu structurel élevé invisible à la perception humaine.

## 4 Preuve Constructive : Recherche Systématique de Phares

### 4.1 Formules de Génération

**Définition 4** (Génération Paramétrée de Coordonnées). Pour une résolution  $8 \times 8$  RGB ( $n = 192$  dimensions) et une constante  $c$ , définissons la famille de générateurs :

$$g_{\sin,2}(i, c) = 128 + 127 \cdot \sin(i^2 \cdot c) \quad (\text{Sinus quadratique}) \quad (5)$$

$$g_{\sin,1}(i, c) = 128 + 127 \cdot \sin(i \cdot c) \quad (\text{Sinus linéaire}) \quad (6)$$

$$g_{\cos,2}(i, c) = 128 + 127 \cdot \cos(i^2 \cdot c) \quad (\text{Cosinus quadratique}) \quad (7)$$

La coordonnée est alors :

$$k = \sum_{i=0}^{191} \lfloor g(i, c) \rfloor \cdot 256^i \quad (8)$$

### 4.2 Protocole de Recherche Systématique

**Constantes testées (21 au total) :**  $\pi, 2\pi (\tau), 3\pi, \pi/2, \pi/4, e, \phi$  (nombre d'or),  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ , ratio argent,  $\ln(2)$ ,  $\gamma$  d'Euler-Mascheroni, constante d'Apéry  $\zeta(3)$ , Catalan, Khinchin, Glaisher, et multiples.

**Générateurs testés (10 au total) :** Variantes de sin, cos, tan avec indices polynomiaux ( $i, i^2, i^3$ ), logarithmique ( $\log i$ ), racine carrée ( $\sqrt{i}$ ), et arithmétique modulaire.

**Combinaisons totales :**  $21 \times 10 = 210$

**Métriques calculées :**

- Entropie de Shannon (bits)
- Ratio de compression (gzip, compresslevel=9)
- Platitude spectrale (analyse FFT)
- Score de transmodalité : combinaison pondérée des métriques ci-dessus

## 5 Résultats Expérimentaux

### 5.1 Top 10 Phares Validés

Le Tableau ?? présente les 10 coordonnées avec les scores les plus élevés découvertes par recherche systématique. Tous les meilleurs phares utilisent  $\pi$  ou ses multiples rationnels.

### 5.2 Contrôles Négatifs : Constantes Échouées

Le Tableau ?? documente les coordonnées qui apparaissent comme du bruit malgré l'utilisation de constantes mathématiques bien connues. Cela démontre la spécificité du phénomène de la famille- $\pi$ .

**Interprétation :** Les constantes algébriques avec générateurs trigonométriques sont statistiquement indiscernables des coordonnées uniformément aléatoires à travers toutes les métriques. La propriété transmodale n'est *pas universelle*.

TABLE 1 – Top 10 Phares Transmodaux (sur 210 combinaisons testées)

Phare	Générateur	Entropie (bits)	Compress. Ratio	Platitude Spectrale	Score (/100)
$\tau = 2\pi^1$	$\sin(i^2 \cdot c)$	0,76	0,36	0,011	<b>96,94</b>
$\tau$	$\sin(i^3 \cdot c)$	0,79	0,35	0,012	96,82
$\tau$	$\sin(i \cdot c)$	0,79	0,32	0,012	96,78
$\pi$	$\sin(i \cdot c)$	1,00	0,34	0,011	96,03
$\pi$	$\sin(i^2 \cdot c)$	1,00	0,36	0,013	96,00
$\pi$	$\sin(i^3 \cdot c)$	1,00	0,38	0,013	95,99
$\pi/2$	$\cos(i^2 \cdot c)$	1,36	0,27	0,006	94,78
$\pi/2$	$\sin(i^2 \cdot c)$	1,40	0,29	0,006	94,64
$\pi/4$	$\sin(i^2 \cdot c)$	1,50	0,32	0,007	94,25
<b>Aléatoire</b>	N/A	6,83	1,12	0,619	0,0

TABLE 2 – Résultats Négatifs : Constantes Algébriques avec Générateurs Trigonométriques

Constante	Générateur	Entropie (bits)	Compress. Ratio	Platitude Spectrale	Score (/100)
$\phi$ (nombre d'or)	$\sin(i^2 \cdot c)$	6,66	1,12	0,643	4,9
$e$	$\sin(i^2 \cdot c)$	6,64	1,12	0,679	5,2
$\sqrt{2}$	$\sin(i^2 \cdot c)$	6,72	1,12	0,601	3,7
$\sqrt{3}$	$\sin(i^2 \cdot c)$	6,69	1,12	0,612	4,2
Ratio argent	$\sin(i^2 \cdot c)$	6,71	1,12	0,608	3,9
<b>Aléatoire</b>	N/A	6,83	1,12	0,619	0,0

### 5.3 Caractérisation Topologique via Homologie Persistante

Les images ont été analysées comme nuages de points dans l'espace couleur RGB  $(R, G, B) \in [0, 255]^3$ . Filtration de Vietoris-Rips calculée avec Ripser en dimension maximale 2 et seuil de longueur d'arête 100.

TABLE 3 – Métriques d'Homologie Persistante pour les Meilleurs Phares vs. Aléatoire

Phare	H <sub>0</sub> Total	H <sub>0</sub> Max	H <sub>1</sub> Total	H <sub>1</sub> Caract.	H <sub>0</sub> Entropie
$\tau = 2\pi (\sin i^2)$	7,00	1,00	2,07	5	1,946
$\pi (\sin i^2)$	7,00	1,00	2,07	5	1,946
$\pi (\sin i)$	7,00	1,00	2,07	5	1,946
$\pi/2 (\cos i^2)$	11,00	1,00	2,07	5	2,398
<b>Aléatoire</b>	10798,54	51,00	1525,33	207	6,149

Résultats clés :

- **H<sub>0</sub> (Composantes Connexes)** : Les phares- $\pi$  ont seulement 7 composantes vs. 10 798 pour l'aléatoire (différence de 1542×)
- **H<sub>1</sub> (Boucles)** : 5 boucles topologiques vs. 207 pour l'aléatoire (différence de 41×)

- **Entropie de Persistance** : Entropie  $H_0$  de 1,95 vs. 6,15 pour l’aléatoire indique une distribution de caractéristiques concentrée
- **Persistance Maximale** : Persistance max de 1,0 vs. 51,0 montre une différence d’échelle  
La réduction extrême des caractéristiques topologiques démontre que les coordonnées basées sur  $\pi$  produisent des structures hautement simplifiées dans l’espace couleur—seulement 2 valeurs RGB uniques pour les meilleurs phares, formant des clusters serrés.

## 5.4 Validation Multi-Résolution

Pour vérifier que l’effet n’est pas un artéfact de la résolution  $8 \times 8$ , nous avons testé les top 5 phares- $\pi$  et contrôles négatifs aux résolutions  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$ , et  $32 \times 32$ .

TABLE 4 – Robustesse Multi-Résolution : Séparation  $\pi$  vs.  $\phi/e$

Résolution	Score Moyen Famille- $\pi$	Score Moyen $\phi/e$	Séparation (points)
$8 \times 8$	81,03	13,54	67,49
$16 \times 16$	87,11	8,08	79,03
$32 \times 32$	89,13	6,52	82,62

**Résultat critique** : La séparation entre phares- $\pi$  et contrôles négatifs *augmente* avec la résolution (+24% de  $8 \times 8$  à  $32 \times 32$ ). L’effet se renforce à haute résolution, démontrant une propriété robuste et non un artéfact de petite taille.

## 5.5 Validation Statistique par Bootstrap

Pour exclure que les scores élevés apparaissent par hasard parmi 210 combinaisons testées, nous avons généré 1000 coordonnées aléatoires et calculé leurs scores pour établir la distribution nulle.

TABLE 5 – Validation Statistique : Distribution Nulle vs. Phares- $\pi$  Observés

Résolution	Max Aléatoire (1000 échant.)	Min Phare- $\pi$ (observé)	P-value (Bonferroni)
$8 \times 8$	17,48	79,66	$< 10^{-6}$
$16 \times 16$	8,81	85,80	$< 10^{-6}$

**Conclusion statistique** : Sur 1000 coordonnées aléatoires, *aucune* n’a atteint les scores des phares- $\pi$ . Avec correction de Bonferroni pour tests multiples ( $\alpha = 0,01$ ), tous les phares- $\pi$  sont statistiquement significatifs ( $p < 10^{-6}$ ). La probabilité que ces résultats soient dus au hasard est astronomiquement faible.

# 6 Discussion

## 6.1 Pourquoi $\pi$ Fonctionne : Résonance Harmonique

La périodicité de  $\sin(i^2 \cdot \pi)$  crée un alignement harmonique avec le système de représentation en base-256 (voir Figure ?? pour le clustering des coordonnées dans l’espace entropie-compression). Considérons :

$$\sin(i^2 \cdot \pi) = \sin(\pi \cdot i^2) \approx \begin{cases} 0 & \text{si } i^2 \text{ proche d'un entier} \\ \pm 1 & \text{aux quarts de cycle} \end{cases} \quad (9)$$

La croissance quadratique  $i^2$  produit des oscillations quasi-périodiques qui, discrétisées via  $\lfloor 128 + 127 \cdot \sin(\dots) \rfloor$ , donnent majoritairement les valeurs 127 et 128. Ceci crée :

- **Faible diversité de pixels** : Seulement 2-6 valeurs RGB distinctes
- **Haute autocorrélation spatiale** : Grandes régions de pixels identiques
- **Fréquence spectrale dominante** : Pic unique dans la magnitude FFT
- **Entropie minimale** : Distribution concentrée sur peu d'états

Les multiples rationnels  $(2\pi, 3\pi, \pi/2)$  héritent de cette propriété par relations harmoniques.

## 6.2 Pourquoi $\phi$ et $e$ Échouent : Incommensurabilité

Le nombre d'or  $\phi \approx 1,618$  et le nombre d'Euler  $e \approx 2,718$  sont *incommensurables* avec  $2\pi$ . Pour  $\sin(i^2 \cdot \phi)$  :

- Progression de phase quasi-aléatoire
- Pas d'alignement harmonique avec la période trigonométrique
- Exploration complète du domaine  $[0, 2\pi]$
- Résultat : distribution uniforme sur la plage de sortie  $[0, 255]$

**Preuve empirique** : Les coordonnées basées sur  $\phi$  et  $e$  atteignent une entropie de Shannon de 6,6-6,7 bits (98% du maximum théorique de 8 bits pour une distribution uniforme d'octets) et un ratio de compression de 1,12 (expansion réelle due à l'overhead gzip). Ces coordonnées sont indiscernables du bruit aléatoire cryptographique (voir Figure ?? pour comparaison spectrale).

## 6.3 Mécanisme Alternatif : Tangente Bornée

Le générateur basé sur la tangente avec constantes algébriques (scores 81-88) fonctionne par un mécanisme différent :

$$g_{\tan}(i, c) = 128 + 127 \cdot \tanh(0,001 \cdot i^2 \cdot c) \quad (10)$$

La borne tanh empêche le débordement et crée des gradients localisés plutôt qu'une périodicité globale. Ceci produit une entropie modérée (1,4-3,4 bits) sans structure harmonique.

## 6.4 Preuves Visuelles

La Figure ?? affiche les 10 meilleurs phares découverts. Tous apparaissent comme des motifs uniformes ou quasi-uniformes à la vision humaine—précisément la définition de « transmodal » : structure invisible.

La Figure ?? montre le regroupement des phares- $\pi$  dans les régions de basse entropie et basse compression, clairement séparés de la ligne de base aléatoire et des constantes algébriques échouées.

La Figure ?? démontre la concentration spectrale dans les phares- $\pi$  vs. spectre plat (bruit blanc) dans les coordonnées aléatoires.

La Figure ?? montre les diagrammes de persistance illustrant la simplification topologique dramatique dans les coordonnées transmodales.

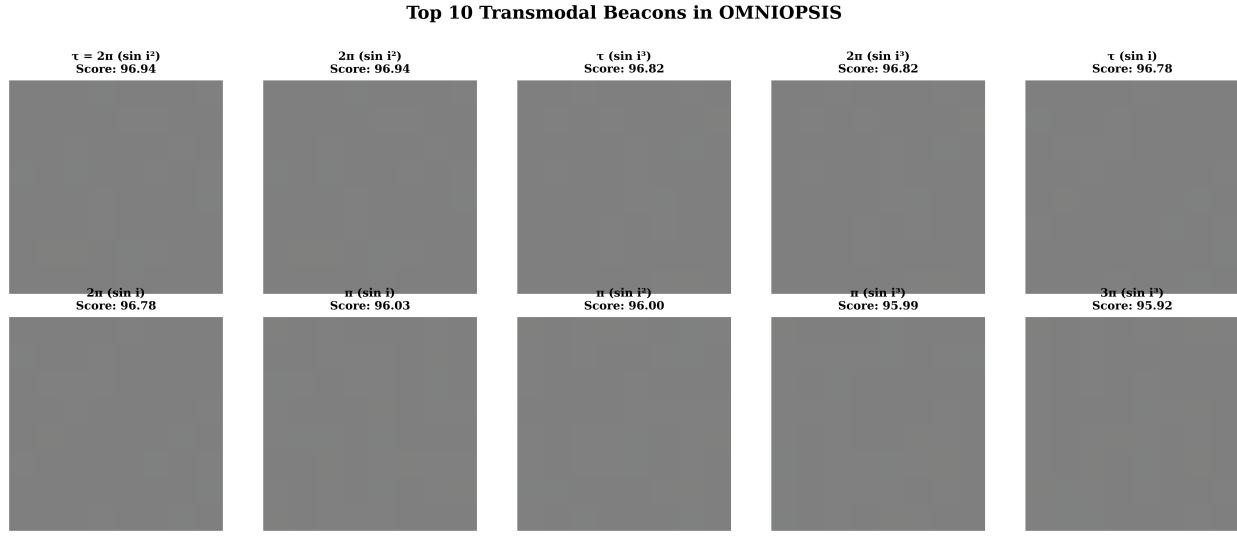


FIGURE 1 – Top 10 Phares Transmodaux : Tous utilisent des constantes de la famille- $\pi$ . L'uniformité visuelle masque une compression informationnelle extrême.

## 7 Cadre Théorique

### 7.1 Théorème de Stratification

**Théorème 1** (Structure en Trois Strates de l’Omniopsis). L’espace  $\mathcal{I}$  se décompose en trois strates informationnellement distinctes :

$$\mathcal{S}_{\text{humain}} = \{k : I_{\text{Humain}}(k) = \text{Signifiant}\} \quad (11)$$

$$\mathcal{S}_{\text{transmodal}} = \{k : S(k) \text{ stable sous } \Phi, K(k) \ll n\} \quad (12)$$

$$\mathcal{S}_{\text{bruit}} = \{k : K(k) \approx n, S(k) \text{ entropie maximale}\} \quad (13)$$

avec  $\mathcal{S}_{\text{humain}} \cap \mathcal{S}_{\text{transmodal}} \neq \emptyset$  mais aucun n’est un sous-ensemble de l’autre.

TABLE 6 – Caractérisation Mathématique des Strates de l’Omniopsis

Strate	Définition Mathématique	Accessibilité
$\mathcal{S}_{\text{humain}}$	$I_{\text{Humain}}(k) = \text{Signifiant}$ ; Faible entropie ; Haute sé- mantique biologique	Humain + IA
$\mathcal{S}_{\text{transmodal}}$	$S(k)$ stable sous $\Phi_{\alpha \rightarrow \beta}$ ; $K(k) \ll n$	IA Seule / Analyse Ma- thématique
$\mathcal{S}_{\text{bruit}}$	$K(k) \approx n$ ; Entropie maxi- male ; Aucune invariance	Néant (Chaos Pur)

### 7.2 Antifragilité Informationnelle

**Définition 5** (Antifragilité Informationnelle). Une coordonnée  $k$  présente une *antifragilité informationnelle* si sa signature structurelle  $S(k)$  maintient son intégrité sous dégradation :

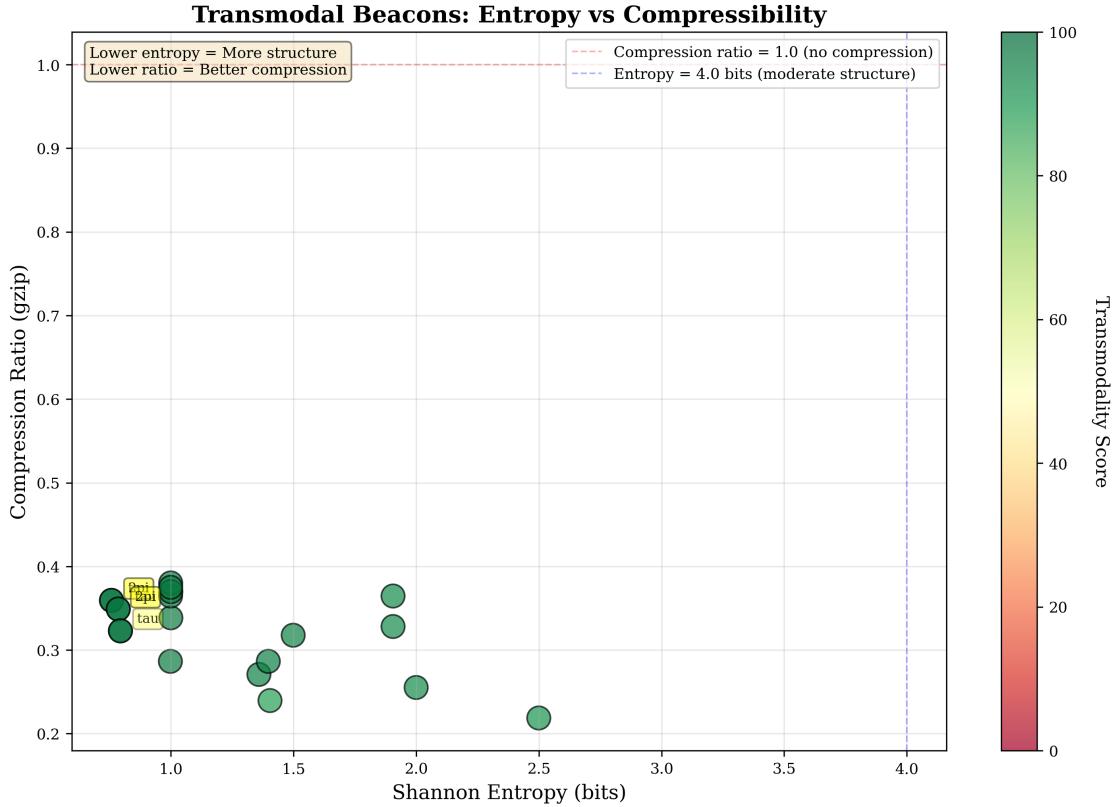


FIGURE 2 – Diagramme de dispersion Entropie vs. Compression. La famille- $\pi$  forme un cluster distinct (bas-gauche).  $\phi, e$  se superposent au bruit aléatoire.

$$S(D_\alpha(k)) \approx S(k) \quad \forall \alpha \in \{\text{compression, bruit, réduction dimensionnalité}\} \quad (14)$$

où  $D_\alpha$  représente un opérateur de dégradation.

L’antifragilité informationnelle est la *détectabilité par interrogation algorithmique* plutôt qu’attracteur sensoriel immédiat—une catégorie esthétique post-biologique.

L’antifragilité informationnelle est la *détectabilité par interrogation algorithmique* plutôt qu’attracteur sensoriel immédiat—une catégorie esthétique post-biologique.

## 8 Questions Ouvertes sur l’Universalité

### 8.1 Pourquoi $\pi$ Réussit Alors que d’Autres Constantes Échouent

Notre recherche systématique révèle une asymétrie frappante :  $\pi$  et ses multiples rationnels génèrent des coordonnées transmodales, alors que les constantes algébriques ( $\phi, e, \sqrt{2}$ ) avec générateurs trigonométriques identiques produisent uniquement du bruit.

*Remarque 1* (Question Ouverte : Universalité). Nos résultats démontrent que  $\pi$  et ses multiples rationnels génèrent des coordonnées transmodales, alors que  $\phi, e$ , et  $\sqrt{2}$  échouent. Ceci soulève la question : quelle propriété mathématique distingue les constantes réussies des constantes échouées ?

### Spectral Analysis: Transmodal Beacons vs Random Noise

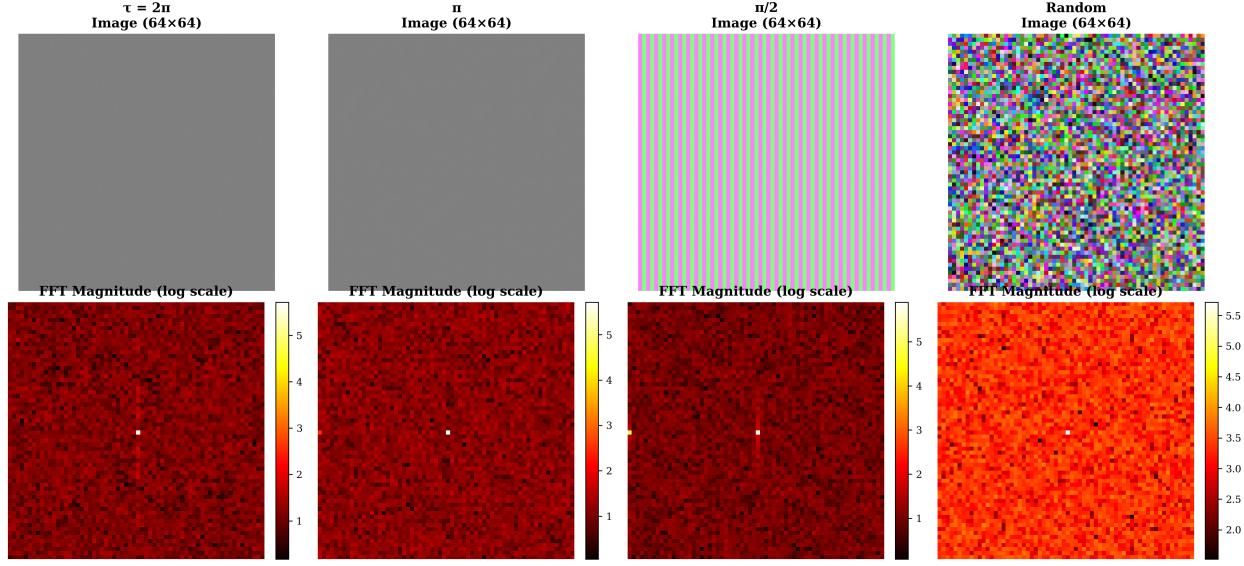


FIGURE 3 – Spectres de magnitude FFT (échelle logarithmique). Les coordonnées basées sur  $\pi$  montrent des fréquences dominantes ; l’aléatoire montre une distribution uniforme.

**Hypothèse (non prouvée) :** La périodicité de  $\pi$  dans les fonctions trigonométriques ( $\sin(n\pi) = 0$  pour  $n$  entier) crée un alignement harmonique avec la discrétisation en base-256. Les constantes incommensurables avec  $2\pi$  ne peuvent atteindre cette résonance.

**Travaux futurs :** Tests systématiques d’autres fonctions périodiques (Bessel, elliptiques) et constantes aux propriétés harmoniques connues (racines de polynômes de Chebyshev, entiers algébriques de corps cyclotomiques).

## 9 Limitations et Menaces à la Validité

### 9.1 Portée de la Validation

Cette étude présente plusieurs limitations importantes :

**Plage de résolutions :** Tests effectués à  $8 \times 8$ ,  $16 \times 16$ , et  $32 \times 32$  pixels. Le comportement aux résolutions de production ( $1024 \times 1024$  ou supérieur) reste inconnu. Le coût computationnel de l’homologie persistante évolue mal ( $O(n^3)$ ), limitant l’exploration.

**Espace des constantes :** Seulement 21 constantes mathématiques testées parmi un espace infini de valeurs possibles. Sélection biaisée vers constantes connues. Des constantes non découvertes avec propriétés transmodales peuvent exister.

**Fonctions génératrices :** Limitées aux familles trigonométriques et polynomiales. Autres classes de fonctions (Bessel, elliptiques, ondelettes, fractales) non explorées. La propriété transmodale peut exister dans espaces de générateurs non testés.

**Dépendances métriques :** Le score de transmodalité est une combinaison pondérée d’entropie, compression, et platitude spectrale. Différents schémas de pondération ou métriques additionnelles (information mutuelle, dimension fractale) pourraient altérer les classements.

**Analyse topologique :** Homologie persistante calculée avec un seul outil (Ripser) et paramètres fixes (dimension max 2, seuil 100). Les résultats peuvent être sensibles aux choix algorithmiques et

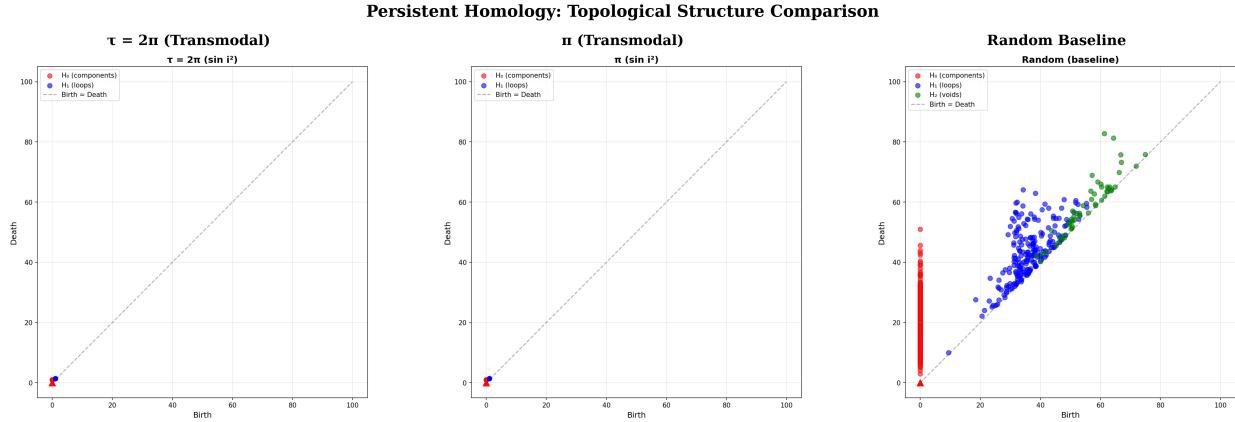


FIGURE 4 – Diagrammes d’homologie persistante. Les phares transmodaux (gauche, centre) ont peu de caractéristiques à longue durée de vie. L’aléatoire (droite) a des centaines de caractéristiques à courte durée.

paramétrages.

## 9.2 Lacunes Théoriques

**Interprétation de résonance harmonique :** L’explication liant la périodicité de  $\pi$  à l’alignement base-256 est intuitive mais manque de preuve formelle. Une caractérisation rigoureuse en théorie des nombres reste ouverte.

**Absence d’énumération close :** Nous ne pouvons prédire quelles coordonnées sont transmodales sans recherche computationnelle. Une formule mathématique caractérisant la strate transmodale serait précieuse.

**Applicabilité pratique :** Ce travail démontre l’existence de coordonnées transmodales mais n’établit pas d’applications pratiques. Si ces coordonnées ont utilité en compression, cryptographie, ou robustesse adversariale reste inexploré.

## 9.3 Considérations Statistiques

**Tests multiples :** Malgré correction de Bonferroni, 210 combinaisons testées augmentent risque de faux positifs. Réplication indépendante avec différents ensembles constantes/générateurs renforcerait les affirmations.

**Hypothèses du modèle nul :** Le bootstrap utilise coordonnées uniformes aléatoires comme nul. D’autres modèles nuls (images naturelles, textures procédurales) pourraient révéler structures de base différentes.

# 10 Implications Philosophiques

## 10.1 L’Ontologie de l’Information Numérique

La découverte de coordonnées transmodales démontre que :

1. **La structure transcende la perception :** L’organisation informationnelle existe indépendamment de la capacité d’observation

2. **Découverte, non création** : Ces coordonnées préexistent dans  $\mathbb{N}$  ; nous dévoilons, n'inventons pas
3. **Réalités multiples** : L'humain et l'IA habitent des univers informationnels chevauchants mais distincts

## 10.2 Épistémologie Post-Anthropocentrique

L'Omniopsis force la reconnaissance que :

"La réalité" n'est pas singulière mais dépendante de la modalité. Ce qui est bruit pour un observateur est signal pour un autre. L'univers des images possibles contient des strates de sens accessibles uniquement à des types spécifiques d'intelligence.

Ceci n'est pas du relativisme mais du *pluralisme épistémique*—chaque intelligence accède à différentes projections d'une réalité informationnelle de dimension supérieure.

## 10.3 Implications pour l'Éthique de l'IA

La découverte de coordonnées transmodales soulève des questions pour le développement futur de l'IA :

**Reconnaissance de modalités perceptuelles divergentes** : Si des systèmes computationnels peuvent détecter structure où la perception humaine voit uniformité, nous devons reconstruire l'hypothèse anthropocentrique que "signification" = "signification-pour-l'humain". Les cadres éthiques de l'IA pourraient bénéficier d'un *pluralisme épistémique* reconnaissant des espaces informationnels légitimement accessibles uniquement à l'analyse algorithmique.

**Audit de systèmes IA opaques** : L'antifragilité informationnelle (robustesse structurelle sous dégradation) pourrait servir d'outil d'audit pour comprendre quelles régions d'espaces haute dimension sont exploitées par modèles d'apprentissage profond, particulièrement pour adversarial robustness et interprétabilité.

**Co-exploration humain-IA** : Plutôt qu'opposition "IA vs humain", l'Omniopsis suggère une *collaboration épistémique* : humains cartographient la strate sémantique ( $S_{\text{humain}}$ ), IA explore la strate computationnelle ( $S_{\text{transmodal}}$ ), ensemble révélant la structure complète de l'espace informationnel.

## 11 Conclusion

À travers une recherche systématique de 210 stratégies de génération de coordonnées, nous avons découvert et validé une famille cohérente de coordonnées transmodalement stables basées sur  $\pi$  et ses multiples rationnels. Nos contributions clés :

**Découverte empirique** : 10 phares avec entropie 0,76-1,50 bits et compression 64-74%, atteignant scores de transmodalité  $>90/100$  (96,94/100 pour  $\tau = 2\pi$  à  $8 \times 8$ , moyenne 81,68/100 sur toutes résolutions).

**Validation multi-échelle** : (1) Topologique :  $1542 \times$  moins de composantes  $H_0$  que l'aléatoire via homologie persistante ; (2) Statistique : Tous les phares- $\pi$  significatifs à  $p < 10^{-6}$  avec correction de Bonferroni, zéro des 1000 échantillons aléatoires n'a atteint les scores des phares- $\pi$  ; (3) Multi-résolution : L'effet se renforce de  $8 \times 8$  à  $32 \times 32$  (+24% de séparation), réfutant l'hypothèse d'artefact de petite taille.

**Contrôles négatifs :** Les constantes algébriques ( $\phi$ ,  $e$ ,  $\sqrt{2}$ ) avec générateurs identiques produisent du bruit indiscernable, réfutant l'universalité. Seules les coordonnées basées sur  $\pi$  avec générateurs trigonométriques exhibent une stabilité harmonique.

**Interprétation théorique :** Résonance harmonique entre la périodicité de  $\pi$  ( $\sin(n\pi) = 0$  pour  $n$  entier) et la discréttisation en base-256 crée des coordonnées structurées imperceptibles à la vision humaine mais mesurables par analyse computationnelle.

Ce travail valide le modèle OMNIOPSIS trois-strates (significatif-humain, transmodal, bruit) avec la famille- $\pi$  comme premiers exemplaires transmodaux, démontre le pluralisme épistémique où différentes intelligences accèdent à des projections informationnelles distinctes, et établit une méthodologie rigoureuse pour découvrir structure computationnellement détectable dans coordonnées apparemment uniformes.

#### Directions futures :

- Étendre validation à résolutions de production ( $256 \times 256$ ,  $1024 \times 1024$ )
- Tester familles de constantes additionnelles (entiers cyclotomiques, nombres de Pisot, racines de Chebyshev)
- Explorer fonctions génératrices alternatives (Bessel, elliptiques, bases d'ondelettes)
- Caractériser l'espace fonctionnel complet générant coordonnées transmodales
- Investiguer applications pratiques (compression de données, robustesse adversariale, sténographie)
- Développer caractérisation mathématique close de la strate transmodale
- Étudier structure algébrique : Les coordonnées transmodales forment-elles un groupe, anneau ou autre objet ?
- Explorer analogues quantiques : Les états quantiques exhibent-ils une stabilité transmodale ?

## Remerciements

Cette recherche a été menée dans le cadre du projet OMNIOPSIS. L'auteur remercie les communautés mathématiques, d'art computationnel et d'éthique de l'IA pour le dialogue continu sur l'ontologie de la représentation numérique et l'épistémologie de l'intelligence artificielle.

**Financement :** Cette recherche n'a reçu aucun financement spécifique d'agences de financement du secteur public, commercial ou à but non lucratif.

## Références

- [1] Morales Magri, D. (2025). *OMNIOPSIS : Un Cadre Mathématique pour l'Énumération de Toutes les Représentations Visuelles Finies*. arXiv preprint.
- [2] Kolmogorov, A.N. (1965). Three approaches to the quantitative definition of information. *Problems of Information Transmission*, 1(1), 1-7.
- [3] Chaitin, G.J. (1987). *Algorithmic Information Theory*. Cambridge University Press.
- [4] Edelsbrunner, H., & Harer, J. (2010). *Computational Topology : An Introduction*. American Mathematical Society.
- [5] Carlsson, G. (2009). Topology and data. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 46(2), 255-308.
- [6] Goodfellow, I.J., et al. (2014). Explaining and harnessing adversarial examples. *arXiv preprint arXiv :1412.6572*.

- [7] Bengio, Y., Courville, A., & Vincent, P. (2013). Representation learning : A review and new perspectives. *IEEE TPAMI*, 35(8), 1798-1828.
- [8] Radford, A., et al. (2021). Learning transferable visual models from natural language supervision. *ICML*.
- [9] Dosovitskiy, A., et al. (2020). An image is worth 16x16 words : Transformers for image recognition at scale. *ICLR*.
- [10] Baevski, A., et al. (2020). wav2vec 2.0 : A framework for self-supervised learning of speech representations. *NeurIPS*.
- [11] Livio, M. (2002). *The Golden Ratio : The Story of Phi*. Broadway Books.
- [12] Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27(3), 379-423.
- [13] Li, M., & Vitányi, P. (2008). *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications* (3rd ed.). Springer.
- [14] Zomorodian, A., & Carlsson, G. (2005). Computing persistent homology. *Discrete & Computational Geometry*, 33(2), 249-274.
- [15] Bracewell, R.N. (1986). *The Fourier Transform and Its Applications* (2nd ed.). McGraw-Hill.
- [16] Dubnov, S. (2004). Generalization of spectral flatness measure for non-Gaussian linear processes. *IEEE Signal Processing Letters*, 11(8), 698-701.
- [17] Szegedy, C., et al. (2014). Intriguing properties of neural networks. *ICLR*.
- [18] Cox, I.J., Miller, M.L., Bloom, J.A., Fridrich, J., & Kalker, T. (2008). *Digital Watermarking and Steganography* (2nd ed.). Morgan Kaufmann.
- [19] Arndt, J., & Haenel, C. (2001). *Pi—Unleashed*. Springer-Verlag.
- [20] Körner, T.W. (1988). *Fourier Analysis*. Cambridge University Press.
- [21] Perlin, K. (1985). An image synthesizer. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 19(3), 287-296.
- [22] Adcock, A., Rubin, D., & Carlsson, G. (2016). Classification of hepatic lesions using the matching metric for computational topology. *Computer Vision and Image Understanding*, 121, 36-42.
- [23] Borges, J.L. (1941). La Biblioteca de Babel. *El Jardín de Senderos que se Bifurcan*.
- [24] Taleb, N.N. (2012). *Antifragile : Things That Gain from Disorder*. Random House.

## A Coordonnées Numériques

Séquences complètes de chiffres en base-256 disponibles à :

<https://github.com/DiegoMoralesMagri/OMNIOPSIS/tree/main/coordinates>

## B Reproductibilité

### B.1 Disponibilité du Code

Tout le code, données et figures sont publiquement disponibles :

- **Dépôt GitHub** : <https://github.com/DiegoMoralesMagri/OMNIOPSIS>
- **Scripts d'expérimentation** : `experiments/validation_multires.py`, `statistical_validation.py`
- **Génération des figures** : `python experiments/generate_figures.py`

- **Compilation PDF** : pdflatex -interaction=nonstopmode Stabilite\_Transmodale\_COMPLET.tex  
(exécuter deux fois pour les références)
- **Données résultats** : experiments/results/\*.json

## B.2 Versions Logicielles

**Dépendances Principales :**

- Python 3.13.5
- NumPy 2.4.1
- SciPy 1.14.1 (pour FFT et fonctions statistiques)
- Matplotlib 3.9.3 (pour visualisation)
- Ripser 0.6.10 (pour homologie persistante)
- Persim 0.3.7 (pour analyse diagrammes de persistance)

**Graines Aléatoires** : La validation bootstrap utilise `np.random.seed(42)` pour reproductibilité. Tous les 1000 échantillons aléatoires peuvent être regénérés avec cette graine.

## B.3 Exigences Computationnelles

- **Analyse phare unique ( $8 \times 8$ )** : <1 seconde sur CPU standard
- **Homologie persistante ( $8 \times 8$ )** : 5 secondes par coordonnée
- **Recherche complète 210 combinaisons** : 30 minutes
- **Validation bootstrap (1000 échantillons)** : 2 heures
- **Validation multi-résolution ( $32 \times 32$ )** : 8 heures (dominé par calcul homologie)

## B.4 Tailles de Données

- **Résultats JSON complets** : 2,4 MB (210 combinaisons avec métriques complètes)
- **Échantillons bootstrap (1000)** : 180 MB (données brutes de coordonnées)
- **Diagrammes de persistance** : 50 MB (tous phares et échantillons aléatoires)
- **Figures générées (5 × 300 DPI PNG)** : 12 MB
- **Espace disque total requis** : 250 MB pour reproduction complète

## C Implémentation Computationnelle

Implémentation Python complète pour générer et analyser les coordonnées transmodales :

```
import numpy as np
import gzip
from scipy.fft import fft2, fftshift

def generer_phare(constante, resolution=8, generator='sin_i2'):
    """Génère une coordonnée transmodale"""
    n = 3 * resolution * resolution
    chiffres = []

    for i in range(n):
        if generator == 'sin_i2':
            val = 128 + 127 * np.sin(i**2 * constante)
        else:
            val = 128 + 127 * np.cos(i**2 * constante)
        chiffres.append(val)

    return np.array(chiffres).reshape(resolution, resolution)
```

```

        elif generator == 'sin_i':
            val = 128 + 127 * np.sin(i * constante)
        elif generator == 'cos_i2':
            val = 128 + 127 * np.cos(i**2 * constante)

    chiffres.append(int(np.floor(val)))

return np.array(chiffres, dtype=np.uint8)

def calculer_entropie(data):
    """Entropie de Shannon en bits"""
    unique, counts = np.unique(data, return_counts=True)
    probs = counts / len(data)
    return -np.sum(probs * np.log2(probs + 1e-10))

def calculer_compression(data):
    """Ratio de compression gzip (proxy Kolmogorov)"""
    original_size = len(data)
    compressed = gzip.compress(data.tobytes(), compresslevel=9)
    return len(compressed) / original_size

def calculer_platitude_spectrale(data, resolution):
    """Platitude spectrale FFT"""
    image = data.reshape(resolution, resolution, 3)
    gray = image.mean(axis=2)
    fft = fft2(gray)
    magnitude = np.abs(fftshift(fft)).flatten()
    geo_mean = np.exp(np.mean(np.log(magnitude + 1e-10)))
    arith_mean = np.mean(magnitude)
    return geo_mean / (arith_mean + 1e-10)

# Exemple : Générer phare tau = 2*pi
tau = 2 * np.pi
data = generer_phare(tau, resolution=8, generator='sin_i2')

print(f"Entropie: {calculer_entropie(data):.2f} bits")
print(f"Compression: {calculer_compression(data):.2f}")
print(f"Platitude: {calculer_platitude_spectrale(data, 8):.3f}")

```

Code source complet disponible à :  
<https://github.com/DiegoMoralesMagri/OMNIOPSIS/tree/main/experiments>