• **(Adicional) Correr código en Raspberry Pi Neuronas Lineales Adaptativas Las dos diferencias claves entre la regla de Adaline (también conocida como la regla de Widrow-Hoff, 1960) y el Perceptron de Rosenblatt son las siguientes: • Los pesos se actualizan considerando la salida de una función de activación de valores continuos (o reales) en lugar de una función de paso unitario como en el Perceptron. • En Adaline, la función de activación $\phi(.)$ es simplemente la función identidad de la entrada neta, o sea $\phi(z)=z$, en consecuencia: $\phi(z) = \phi(w^T x) = w^T x$ • El error se cuantifica utilizando la diferencia cuadrada entre la salida de la función de activación y el valor esperado, o sea: $(y^{(i)} - \phi(z^{(i)}))^2$ In []: from IPython.display import Image Image(filename=r'Imagenes_Clase_03/3_1.png', width=700) Descenso de Gradiente (GD) In []: Image(filename=r'Imagenes_Clase_03/3_2.png', width=500) • Función de costo: Suma de Errores al Cuadrado (SSE) $J(w) = rac{1}{2} \sum_i (y^{(i)} - \phi(z^{(i)}))^2 = rac{1}{2} \sum_i (y^{(i)} - w^T x^{(i)}))^2$ Recordemos: Paso de actualización (aprendizaje) $w := w + \Delta w$ ullet Usando el descenso de gradiente, podremos actualizar los pesos dando un paso en la dirección opuesta del gradiente abla J(w) de nuestra función de costo J. • De este modo, Δw se define como el gradiente negativo de J multiplicado por la tasa de aprendizaje η : $\Delta w = -\eta \nabla J(w)$ • Para calcular el gradiente de la función de costo, necesitamos calcular la derivada parcial de la función de costo con respecto a cada peso w_i : $rac{\partial J}{\partial w_j} = rac{\partial J}{\partial w_j} \Biggl(rac{1}{2} \sum_i (y^{(i)} - \sum_i w_j x_j^{(i)})^2 \Biggr) = - \sum_i (y^{(i)} - \phi(z^{(i)})) x_j^{(i)}$ • Así, podemos escribir la actualización del peso w_s como: $\Delta w_s = -\eta rac{\partial J}{\partial w_s} = \eta \sum_i (y^{(i)} - \phi(z^{(i)})) x_s^{(i)}$ • Dado que actualizamos todos los pesos simultáneamente, nuestra regla de aprendizaje Adaline es: $w_s := w_s + \Delta w_s$ Implementación Adaline con Python In []: class AdalineGD(object): """ADAptive LInear NEuron classifier. Parametros eta : float Learning rate (entre 0.0 y 1.0) n_iter : int Cantidad de épocas de entrenamiento. random_state : int Semilla para generar pesos aleatorios. Atributos w_ : 1d-array Vector de pesos al término del entrenamiento. Valor de la función de costo en cada época. def __init__(self, eta=0.01, n_iter=50, random_state=1): self.eta = eta self.n_iter = n_iter self.random_state = random_state def fit(self, X, y): """ Entrenamiento. Parametros X : {array-like}, shape = [n_samples, n_features] Vector de entrenamiento, donde n_samples es el número de muestras y n_features es el número de características. y : array-like, shape = [n_samples] Valor de salida (etiquetas). Returns self : object rgen = np.random.RandomState(self.random_state) self.w_ = rgen.normal(loc=0.0, scale=0.01, size=1 + X.shape[1]) $self.cost_ = []$ for i in range(self.n_iter): net_input = self.net_input(X) output = self.activation(net_input) errors = (y - output)self.w_[1:] += self.eta * X.T.dot(errors) self.w_[0] += self.eta * errors.sum() cost = (errors**2).sum() / 2.0self.cost_.append(cost) return self def net_input(self, X): """Calcular entrada neta, z""" return np.dot(X, self.w_[1:]) + self.w_[0] def activation(self, X): """Calcular activación lineal""" return X def predict(self, X): """Etiqueta de clase después del paso unitario""" return np.where(self.activation(self.net_input(X)) >= 0.0, 1, -1) In []: import numpy as np import pandas as pd import matplotlib.pyplot as plt df = pd.read_csv('https://archive.ics.uci.edu/ml/''machine-learning-databases/iris/iris.data',header=None,encoding='utf-8') In []: df.columns = ['sepal_length', 'sepal_width', 'petal_length', 'petal_width', 'class'] In []: df.tail(5) In []: df.iloc[45:55, :] In []: df.loc[95:106] In []: df.describe(include='all') In []: y = df.iloc[50:, 4].valuesname_clases=list(np.unique(y)) y_numeric = np.where(y == name_clases[0], -1, 1) In []: X = df.iloc[50:, [0, 2]].valuesvariable_names=list(df.columns[[0,2]]) plt.scatter(X[:50, 0], X[:50, 1],color='red', marker='o', label=name_clases[0]) plt.scatter(X[50:100, 0], X[50:100, 1],color='blue', marker='x', label=name_clases[1]) plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') #plt.savefig('02_06.png', dpi=300) plt.show() Pregunta: Qué flor es la que tiene clasificación -1?? In []: fig, ax = plt.subplots(nrows=1, ncols=2, figsize=(10, 4)) ada1 = AdalineGD(n_iter=50, eta=0.01).fit(X, y_numeric) ax[0].plot(range(1, len(ada1.cost_) + 1), ada1.cost_, marker='o') ax[0].set_xlabel('Epochs') ax[0].set_ylabel('Sum-squared-error') ax[0].set_title('Adaline - Learning rate 0.01') #np.log10(ada2 = AdalineGD(n_iter=50, eta=0.0001).fit(X, y_numeric) ax[1].plot(range(1, len(ada2.cost_) + 1), ada2.cost_, marker='o') ax[1].set_xlabel('Epochs') ax[1].set_ylabel('Sum-squared-error') ax[1].set_title('Adaline - Learning rate 0.0001') #plt.savefig('02_11.png', dpi=300) plt.show() In []: fig, ax = plt.subplots(nrows=1, ncols=2, figsize=(10, 4)) ada1 = AdalineGD(n_iter=50, eta=0.01).fit(X, y_numeric) #ax[0].plot(range(1, len(ada1.cost_) + 1), ada1.cost_, marker='o') ax[0].plot(range(1, len(ada1.cost_) + 1), np.log10(ada1.cost_), marker='o') ax[0].set_xlabel('Epochs') ax[0].set_ylabel('log(Sum-squared-error)') ax[0].set_title('Adaline - Learning rate 0.01') #np.log10(ada2 = AdalineGD(n_iter=50, eta=0.0001).fit(X, y_numeric) ax[1].plot(range(1, len(ada2.cost_) + 1), np.log10(ada2.cost_), marker='o') ax[1].set_xlabel('Epochs') ax[1].set_ylabel('log(Sum-squared-error)') ax[1].set_title('Adaline - Learning rate 0.0001') #plt.savefig('02_11.png', dpi=300) plt.show() In []: Image(filename=r'Imagenes_Clase_03/3_3.png', width=700) • Estandarización para el Descenso de Gradiente La estandarización cambia la media de cada característica para que esté centrada en cero y cada característica tenga una desviación estándar igual a 1. Por ejemplo, para estandarizar la j-ésima característica, simplemente podemos restar la media muestral μ_i de cada muestra de entrenamiento y dividirla por su desviación estándar σ_i : $x_{j}^{'}=rac{x_{j}-\mu_{j}}{\sigma_{j}}$ Una de las razones por las que la estandarización ayuda con el aprendizaje del descenso de gradiente es que el optimizador tiene que pasar por menos pasos para encontrar una solución óptima. In $[]: X_std = np.copy(X)$ $X_{std}[:, 0] = (X[:, 0] - X[:, 0].mean()) / X[:, 0].std()$ $X_{std}[:, 1] = (X[:, 1] - X[:, 1].mean()) / X[:, 1].std()$ In []: from matplotlib.colors import ListedColormap def plot_decision_regions(X, y, classifier, clases_names=['clase 0','clase 1'], resolution=0.02): markers = ('s', 'o', '^', 'v', 'x') colors = ('red', 'blue', 'lightgreen', 'gray', 'cyan') cmap = ListedColormap(colors[:len(np.unique(y))]) $x1_{min}$, $x1_{max} = X[:, 0].min() - 1, X[:, 0].max() + 1$ $x2_{min}$, $x2_{max} = X[:, 1].min() - 1, X[:, 1].max() + 1$ xx1, $xx2 = np.meshgrid(np.arange(x1_min, x1_max, resolution),$ np.arange(x2_min, x2_max, resolution)) Z = classifier.predict(np.array([xx1.ravel(), xx2.ravel()]).T) Z = Z.reshape(xx1.shape)plt.contourf(xx1, xx2, Z, alpha=0.3, cmap=cmap) plt.xlim(xx1.min(), xx1.max()) plt.ylim(xx2.min(), xx2.max()) for idx, cl in enumerate(np.unique(y)): **if** cl **==** -1: label = clases_names[0] else: label = clases_names[1] plt.scatter(x=X[y == cl, 0], y=X[y == cl, 1], alpha=0.8, c=colors[idx],marker=markers[idx], label=label,edgecolor='black') In []: ada3 = AdalineGD(n_iter=50, eta=0.01) ada3.fit(X_std, y_numeric) plt.plot(range(1, len(ada3.cost_) + 1), ada3.cost_, marker='o') plt.xlabel('Epochs') plt.ylabel('Sum-squared-error') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_14_2.png', dpi=300) plt.show() In []: plot_decision_regions(X, y, classifier=ada1,clases_names=name_clases) plt.title('Adaline - Gradient Descent (scaled data)') plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_14_1.png', dpi=300) plt.show() In []: plot_decision_regions(X, y, classifier=ada2,clases_names=name_clases) plt.title('Adaline - Gradient Descent (scaled data)') plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_14_1.png', dpi=300) plt.show() In []: plot_decision_regions(X_std, y, classifier=ada3,clases_names=name_clases) plt.title('Adaline - Gradient Descent (scaled data)') plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_14_1.png', dpi=300) plt.show() Descenso de Gradiente Estocástico (SGD) • Una alternativa popular al algoritmo de descenso de gradiente por lotes es el Descenso de gradiente Estocástico, a veces también llamado descenso de gradiente iterativo o en línea. En lugar de actualizar los pesos basados en la suma de los errores acumulados en todas las muestras $x^{(i)}$: $\Delta w_j = \eta \sum_i (y^{(i)} - \phi(z^{(i)})) x_j^{(i)}$ • Se estima el gradiente solo a partir de una observación del conjunto de entrenamiento, elegida de manera aleatoria (por ejemplo, la observación $x^{(k)}$). De esta manera: $\Delta w_j = \eta(y^{(k)} - \phi(z^{(k)}))x_j^{(k)}$ • En algunas implementaciones de descenso de gradiente estocástico, la tasa de aprendizaje fija η a menudo se reemplaza por una tasa de aprendizaje adaptativa que disminuye con el tiempo, por ejemplo, multiplicándola por: $\frac{c_1}{[\text{num iteraciones}] + c_2}$ Donde c_1 y c_2 son constantes positivas. • Otra ventaja del descenso de gradiente estocástico es que podemos usarlo para el aprendizaje en línea. In []: class AdalineSGD(object): """ADAptive LInear NEuron classifier. Parametros eta : float Learning rate (entre 0.0 y 1.0) n_iter : int Cantidad de épocas de entrenamiento. shuffle : bool (default: True) Si es True, mezcla los datos de entrenamiento cada época, para evitar ciclos.. random_state : int Semilla para generar pesos aleatorios. Atributos w_ : 1d-array Vector de pesos al término del entrenamiento. Valor de la función de costo en cada época. def __init__(self, eta=0.01, n_iter=10, shuffle=True, random_state=None): self.eta = etaself.n_iter = n_iter self.w_initialized = False self.shuffle = shuffle self.random_state = random_state def fit(self, X, y): """ Entrenamiento. Parametros X : {array-like}, shape = [n_samples, n_features] Vector de entrenamiento, donde n_samples es el número de muestras y n_features es el número de características. y : array-like, shape = [n_samples] Valor de salida (etiquetas). Returns self : object self._initialize_weights(X.shape[1]) $self.cost_ = []$ for i in range(self.n_iter): if self.shuffle: X, $y = self._shuffle(X, y)$ cost = [] for xi, target in zip(X, y): cost.append(self._update_weights(xi, target)) $avg_cost = sum(cost) / len(y)$ self.cost_.append(avg_cost) return self def partial_fit(self, X, y): """Ajustar los datos de entrenamiento sin reiniciar los pesos""" if not self.w_initialized: self._initialize_weights(X.shape[1]) if y.ravel().shape[0] > 1: for xi, target in zip(X, y): self._update_weights(xi, target) else: self._update_weights(X, y) return self def _shuffle(self, X, y): """Barajar datos de entrenamiento""" r = self.rgen.permutation(len(y)) return X[r], y[r] def __initialize_weights(self, m): """Inicializar pesos con pequeños números aleatorios""" self.rgen = np.random.RandomState(self.random_state) self.w_ = self.rgen.normal(loc=0.0, scale=0.01, size=1 + m) self.w_initialized = True def _update_weights(self, xi, target): """Aplicar la regla de aprendizaje de Adaline para actualizar los pesos""" output = self.activation(self.net_input(xi)) error = (target - output) self.w_[1:] += self.eta * xi.dot(error) self.w_[0] += self.eta * error cost = 0.5 * error**2 return cost def net_input(self, X): """Calcular entrana neta, z""" return np.dot(X, self.w_[1:]) + self.w_[0] def activation(self, X): """Calcular activación lineal""" return X def predict(self, X): """Etiqueta de clase después del paso unitario""" return np.where(self.activation(self.net_input(X)) >= 0.0, 1, -1) In []: ada4 = AdalineSGD(n_iter=3, eta=0.01, random_state=1) ada4.fit(X_std, y_numeric) plot_decision_regions(X_std, y, classifier=ada4,clases_names=name_clases) plt.title('Adaline - Gradient Descent (scaled data)') plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_15_1.png', dpi=300) plt.show() In []: for i in range(len(ada4.w_)): print('w[{}] = {}'.format(i,ada4.w_[i])) In []: plt.plot(range(1, len(ada4.cost_) + 1), ada4.cost_, marker='o') plt.xlabel('Epochs') plt.ylabel('Average Cost') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_15_2.png', dpi=300) plt.show() In []: ada4.partial_fit(X_std, y_numeric) plot_decision_regions(X_std, y, classifier=ada4,clases_names=name_clases) plt.title('Adaline - Gradient Descent (scaled data)') plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_15_1.png', dpi=300) plt.show() In []: for i in range(len(ada4.w_)): print('w[{}] = {}'.format(i,ada4.w_[i])) In []: plt.plot(range(1, len(ada4.cost_) + 1), ada4.cost_, marker='o') plt.xlabel('Epochs') plt.ylabel('Average Cost') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_15_2.png', dpi=300) plt.show() In []: ada4.n_iter=20 ada4.partial_fit(X_std, y_numeric) plot_decision_regions(X_std, y, classifier=ada4,clases_names=name_clases) plt.title('Adaline - Gradient Descent (scaled data)') plt.xlabel(f'{variable_names[0]} [cm]') plt.ylabel(f'{variable_names[1]} [cm]') plt.legend(loc='upper left') plt.tight_layout() #plt.savefig('images/02_15_1.png', dpi=300) plt.show() In []: for i in range(len(ada4.w_)): print('w[{}] = {}'.format(i,ada4.w_[i])) ¿Cómo realizamos predicciones? Ejercicio 1. Incorporar dos funciones a la clase AdalineSGD: una que imprima en pantalla los pesos actuales y otra que imprima el costo promedio asociado a un conjunto de datos. 2. Comprobar el cambio de los pesos y el avance de los costos utilizando partial_fit para 5, 10, 15 y 20 iteraciones sucesivas. Uso de Raspberry Pi Paso 1 : Subir entorno del curso con winscp Paso 2 : conectarse por ssh y ejecutar el comando /opt/miniconda/bin/conda init bash Paso 3 : crear entorno conda env create -n IMA539_2025_1 --file ima539_2025_1_Env.yml

Paso 4: activar entorno

conda activate IMA539_2025_1

ADALINE

Modelo Adaline

• Implementación en Python

¿Qué aprenderemos hoy?

Descenso de Gradiente y Descenso de Gradiente Estocástico

| Para correr un c | odigo python es neces | ario subirlo usar | ndo winscp y usa | ar la linea de coma | ndo 'python filename | e' con el entorno a | activado | | |
|------------------|-----------------------|-------------------|------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |