Laboratorio 1

Diego Ortiz

2025

1 Problema 1

1.1 Definición del problema

El objetivo del equipo de desarrollo es **maximizar** el valor entregado basado en prioridades respetando la capacidad del equipo.

1.2 Supuestos del modelo

1.2.1 Parte A

1. Existen n tareas.
2. Cada tarea tiene una cantidad p de puntos de capacidad.
3. Cada tarea tiene una prioridad c asociada, como esa prioridad es de tipo categórica, vamos a asumir que cada una es cuantificada con un número de la secuencia de Fibonacci de la siguiente manera:
   (a) Máxima: 21
   (b) Alta: 13
   (c) Media-Alta: 8
   (d) Media: 5
   (e) Media-Baja: 3
   (f) Baja: 2
   (g) Mínima: 1

4. Por lo tanto, existe una función $w(c)$, que retorna el valor asociado a cada categoría.

1.2.2 Parte B

1. Supuestos del modelo A.
2. Cada tarea i debe ser atómica y solo se debe asignar a un desarrollador d.
3. Cada tarea i debe ser añadida al sprint a pesar de estar asignada a un desarrollador d : $y_i = \begin{cases} 1 \; si \; la \; tarea \; i \; es \; elegida \\ \quad 0 \; en \; otro \; caso \end{cases}$

1.3 Notación matemática:

1.3.1 Parte A

Conjuntos

1. $T = \{1, 2, 3 \; .. \; n\}$, conjunto de tareas.

Parámetros

1. Para cada tarea $i \ \in T$:

   (a) p_i, puntos (costo en capacidad).

   (b) $w(c_i)$, prioridad (valor que aporta)

Variables de decisión

1. $x_i = \begin{cases} 1 & la \; tarea \; i \; se \; incluye \; en \; el \; sprint \\ 0 & en \; otro \; caso \end{cases}$

Naturaleza de las variables

1. x_i, binaria
2. $p_i \geq 0$, entera
3. $w(c_i)$, entera

1.3.2 Parte B

Conjuntos

1. $T = \{1, 2, 3 \,..\, n\}$, conjunto de tareas.
2. $D = \{1, \ldots, 4\}$, conjunto de desarrolladores.

Parámetros

1. Para cada tarea $i \in T$:
   (a) p_i, puntos (costo en capacidad).
   (b) $w(c_i)$, prioridad (valor que aporta)
2. Para cada desarrollador $d \in D$:
   (a) C_d, capacidad de cada desarrollador.

Variables de decisión

1. $x_{i,d} = \begin{cases} 1 & la\ tarea\ i\ se\ asigna\ al\ dev\ d \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$

Naturaleza de las variables

1. $x_{i,d}$ y y_i ,binarias
2. $p_i \geq 0$, entera
3. $C_d \geq 0$, entera
4. $w(c_i)$, entera

1.4 Formulación del modelo

1.4.1 Parte A

Función objetivo

$$max \sum_{i \in T} w(c_i)\, x_i$$

Restricciones

1. Capacidad del equipo:

$$\sum_{i \in T} p_i \, x_i \leq 52$$

1. Valores variable de decisión:

$$x_i \in \{1, 0\}$$

2. Tareas para escoger:

$$\forall i \in T$$

3. Prioridad de una tarea:

$$w(c_i) \in \{1, \ 3, \ 5, \ 8, \ 13, \ 21\}$$

Tipo de modelo: MILP, debido a que la variable de decisión es binaria.

1.4.2 Modelo B

Función objetivo:

$$max \sum_{i \in T} w(c_i) \ x_{i,d}$$

Restricciones

1. Las anteriores del modelo A.
2. Si una tarea es escogida debe de asignarse a exactamente un desarrollador:

$$\sum_{d \in D} x_{i,d} = y_i \ \ \forall i \in T$$

3. Capacidad de un desarrollador:

$$\sum_{i \in T} p_i \, x_{i,d} \leq 15 \ \forall d \in D$$

4. Una tarea se incluye o no:

$$y_i \in \{1, 0\}$$

Tipo de modelo MILP, debido a que la variable de decisión es binaria.

1.5 Preguntas

¿Cuál fue la diferencia en realizar la asignación de forma global vs de forma individual? Las variables de decisión cambian al igual que algunas de las restricciones. El modelo sigue siendo genérico.

¿Para la parte B, es necesario la restricción de puntos de historia global o la podríamos eliminar?
Si suponemos que la capacidad del equipo es igual a la capacidad total de sus desarrolladores sumada entonces si podríamos prescindir de ella.

2 Problema 2

2.1 Definición del problema:

Se requiere **maximizar** la ganancia total de la empresa teniendo en cuenta la disponibilidad horaria de cada trabajador.

2.2 Supuestos del modelo

2.2.1 Parte A

1. Cada trabajador tiene una capacidad H en horas.
2. Cada trabajo tiene una ganancia g y requiere h horas.

2.2.2 Parte B

1. Supuestos parte A.
2. Las restricciones sobre el trabajo que puede desempeñar cada trabajador son arbitrarias.

2.3 Notación matemática

Conjuntos

1. $W = \{1, 2, 3\}$, conjunto de trabajadores.
2. $J = \{1, \ldots, 5\}$, trabajos.

Parámetros

1. H_w, capacidad de cada trabajador en horas.
2. g_j, ganancia de cada trabajo.
3. h_j, horas que requiere cada trabajo.

Variables de decisión

1. $x_{wj} = \begin{cases} 1 & el\ trabajador\ w\ realiza\ el\ trabajo\ j, \\ 0 & si\ no. \end{cases}$

Naturaleza de las variables

1. $x_{wj} \in \{1, 0\}\ \forall w \in W,\ j \in J$

2.4 Formulación del modelo:

Parte A y B

Función objetivo:

$$max \sum_{w \in W} \sum_{j \in J} g_j x_{wj}$$

Restricciones:

1. Cada trabajo se asigna a lo sumo a un trabajador:

$$\sum_{w \in W} x_{wj} \leq 1\ \forall j \in J$$

2. Capacidad por trabajador:
$$\sum_{j \in J} h_j x_{wj} \leq H_w \quad \forall w \in W$$
3. Binarias:
$$x_{wj} \in \{0,1\} \quad \forall w, j$$

Para el caso de la parte B

1. $x_{2,1} = 0$, $x_{3,1} = 0$ y $x_{2,3} = 0$

Tipo de modelo MILP, debido a que la variable de decisión es binaria.

3 Problema 3

3.1 Definición del problema:

Se requiere **maximizar** el valor total de recursos transportados en la flota de aviones, teniendo en cuenta las restricciones de capacidad de estos y la disponibilidad de recursos.

3.2 Supuestos del modelo

1. No hay una cantidad fija de recursos y de aviones, estos pueden variar siempre y cuando no sean 0.
2. Suponemos que las unidades son indivisibles.

3.3 Notación matemática:

Conjuntos

1. R, conjunto de recursos.
2. A, conjunto de aviones.

Parámetros

1. Para cada recurso $r \in R$:

   (a) v_r, valor por unidad (por tonelada).

   (b) s_r, stock disponible (toneladas).

   (c) u_r, volumen por unidad (m^3por tonelada).

2. Para cada avión $a \in A$:

   (a) W_a, capacidad de peso del avión (toneladas).

   (b) V_a, capacidad de volumen del avión (m^3).

Variables de decisión

1. $x_{ra} \geq 0 \ \forall r \in R, \ a \in A$, es la cantidad (en toneladas) del recurso r cargada en el avión a.

2. $y_{ra} = \begin{cases} 1 \ si \ se \ carga \ r \ en \ el \ avión \ a, \\ 0 \ si \ no. \end{cases}$

Naturaleza de las variables

1. x_{ra} es entera.

2. y_{ra} es binaria

3.4 Formulación del modelo:

Función objetivo:

$$\max Z = \sum_{r \in R} \sum_{a \in A} v_r x_{ra}$$

Restricciones:

1. No exceder el stock total disponible para cada recurso:

$$\sum_{a \in A} x_{ra} \leq S_r \;\; \forall r \in R$$

2. Capacidad de peso por avión:

$$\sum_{r \in R} x_{ra} \leq W_a \;\; \forall a \in A$$

3. Capacidad de volumen por avión:

$$\sum_{r \in R} u_r x_{ra} \leq V_a \;\; \forall a \in A$$

Para el caso de la parte B:

1. $x_{Medicinas,\,1} = 0$
2. $y_{Equipos,\,a} + y_{Agua,\,a} \leq 1 \quad \forall a \in A$
3. $x_{ra} \geq 0 \; \forall ra$; $y_{ra} \in \{1, 0\} \; \forall ra$

Tipo de modelo MILP, debido a que la variable de decisión es binaria y entera.