



# ARBOL

ESTRUCTURAS DE DATOS  
y ALGORITMOS  
LCC – LSI - TUPW

# Objetivos

- Conocer distintos tipos de árboles y sus aplicaciones habituales.
- Realizar un análisis comparativo entre los mismos, a partir de la evaluación de costo de ejecución de los algoritmos que los manipulan.
- Construir los TADs: Árbol BB, AVL, B y Montículo Binario.

Datos... Datos... y mas Datos!!!

# THE INTERNET IN 2023 EVERY MINUTE

eDiscovery Today y  
Legal Tech Media  
Group (LTMG)





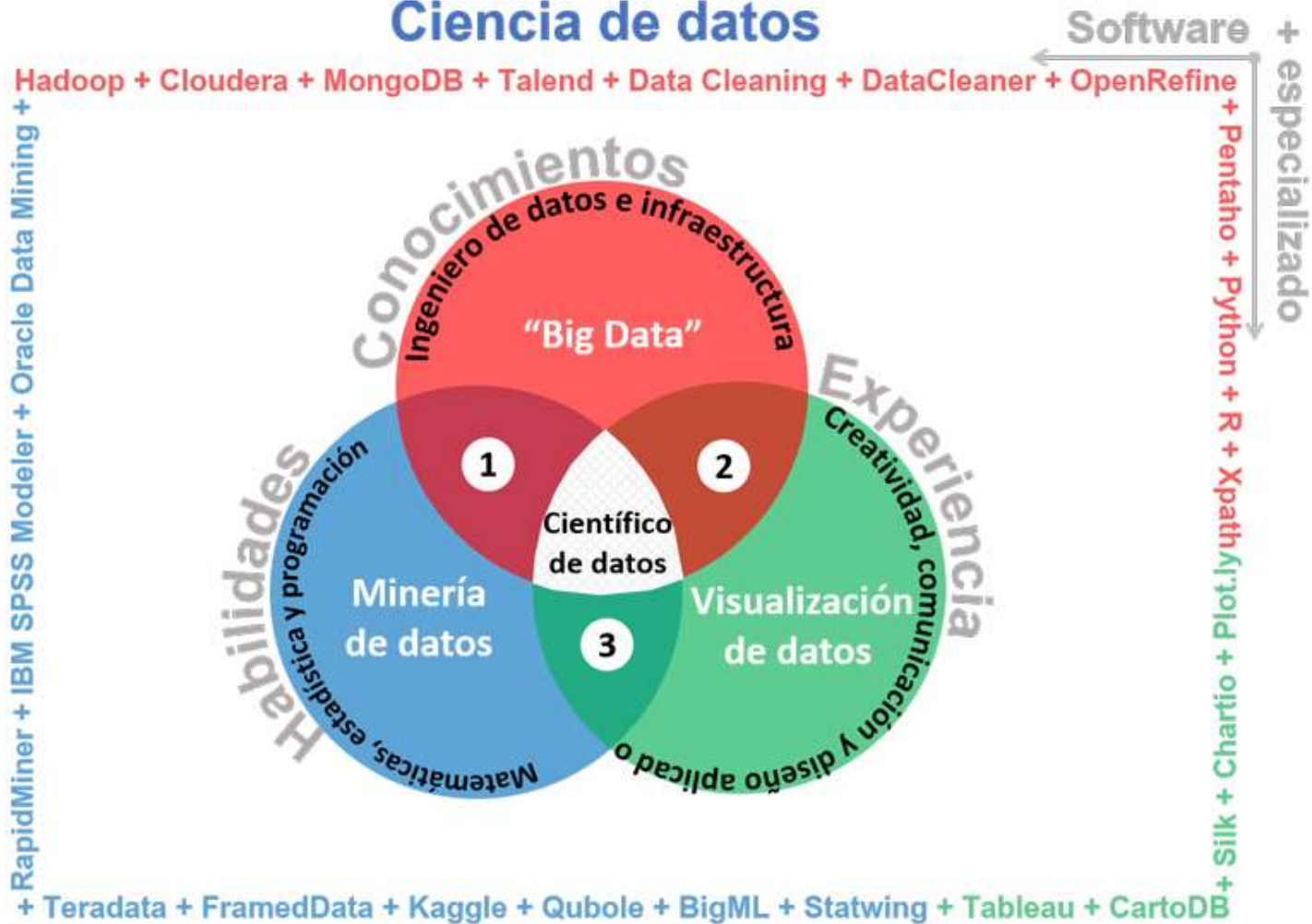
# COSAS QUE OCURREN EN SOLO 1 MINUTO EN INTERNET

Publicado el 23 enero, 2024





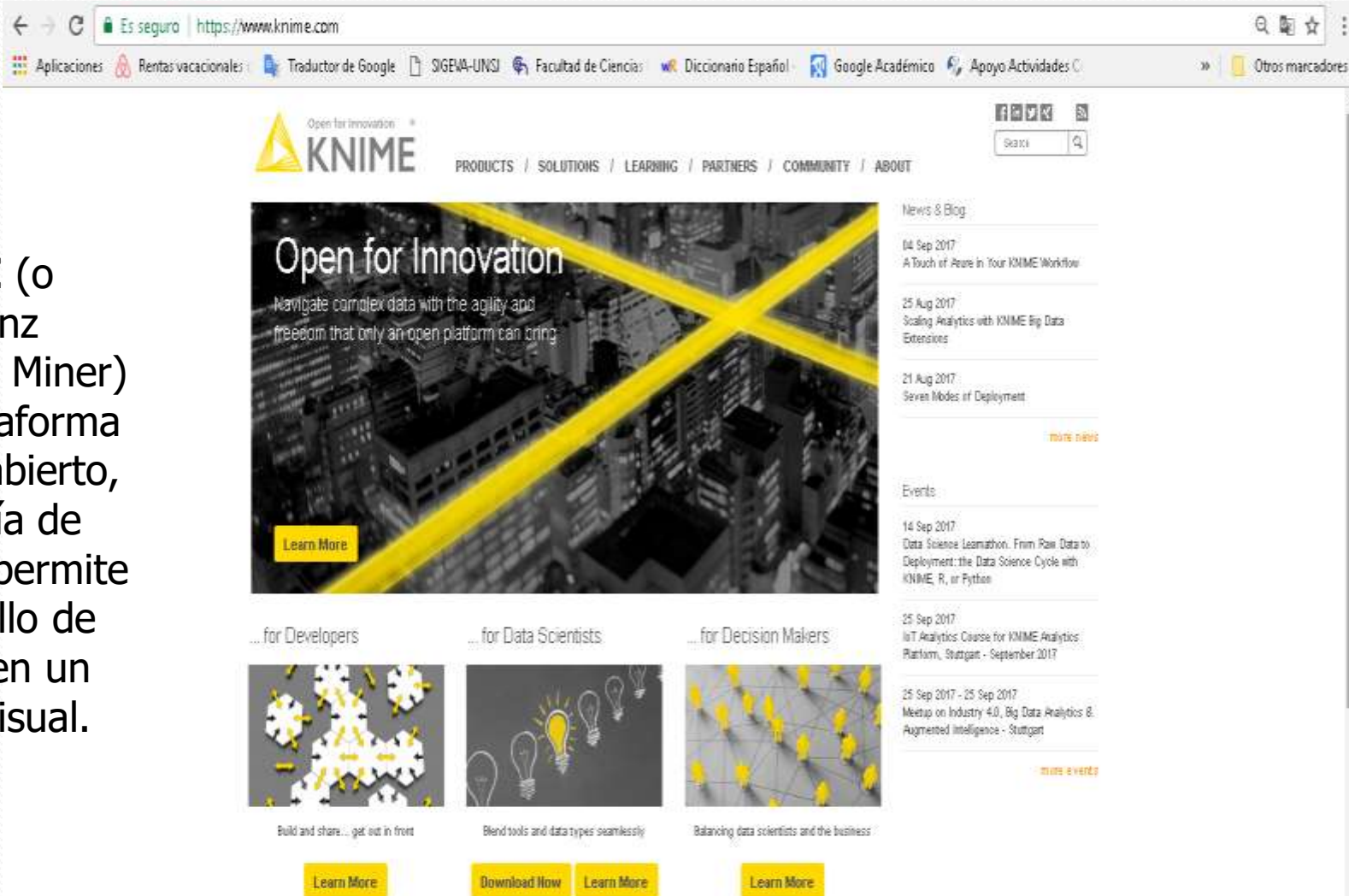
# Ciencia de datos



**Técnicas:** Regresión lineal, Reconocimiento de patrones, Series de tiempo, Árboles de decisión, Estadística Bayesiana, Redes neuronales, Aprendizaje supervisado y no supervisado, K-NN, Sistemas de recomendación, Modelos predictivos, Teoría de juegos, Aprendizaje profundo...

# Minería de Datos- KNIME

**KNIME** (o  
Konstanz  
Information Miner)  
es una plataforma  
de código abierto,  
de minería de  
datos, que permite  
el desarrollo de  
modelos en un  
entorno visual.



The screenshot shows the KNIME website homepage. The browser address bar displays "https://www.knime.com". The website header includes the KNIME logo with the tagline "Open for Innovation" and navigation links: PRODUCTS / SOLUTIONS / LEARNING / PARTNERS / COMMUNITY / ABOUT. A search bar is located in the top right corner. The main content area features a large banner with the text "Open for Innovation" and "Navigate complex data with the agility and freedom that only an open platform can bring", accompanied by a "Learn More" button. Below the banner, there are three columns of content: "...for Developers" (with a puzzle piece icon), "...for Data Scientists" (with a lightbulb icon), and "...for Decision Makers" (with a network icon). Each column has a "Learn More" button. On the right side, there is a "News & Blog" section with several articles dated from August to September 2017, and an "Events" section with upcoming events.



KNIME Explorer



Filter

- EXAMPLES (guest@publicserver.knime.org:47037)
- LOCAL (Local Workspace)

Favorite Nodes

- Personal favorite nodes
- Most frequently used nodes
- Last used nodes

Node Repository

- Data Views
- Statistics
- Mining
  - Bayes
  - Clustering
  - Rule Induction
  - Neural Network
  - Decision Tree
  - Misc Classifiers
  - Ensemble Learning
  - Item Sets / Association Rules
    - Association Rule Learner
    - Association Rule Learner (Borgelt)
    - Create Bit Vector
    - Item Set Finder (Borgelt)**
    - Subset Matcher
- MDS

0: KNIME\_project

Welcome to KNIME



## Welcome to KNIME!

We are happy to help with your first steps if you let us know your email address and register [here](#). We promise to only send a few getting started emails!

If you do want regular updates on new features, releases and KNIME events (and nothing else!) - do register for our official mailing list [here](#) - if you haven't done so already when downloading KNIME.

If you are new to KNIME, why not open one of the example workflows by double clicking one of the workflows in the explorer in the upper left corner? You can also drag&drop nodes from the node repository (bottom left) to the workflow editor after opening an existing or creating a new workflow. But **first** you may want to install one of the many extensions for processing of additional data types or other tool integrations, such as R and JFreeChart. And don't forget to take a look at our [Quickstart Guide](#) and the [Learning Hub](#), which provides links to great resources for beginners and seasoned KNIMERS.

This page will be displayed upon startup of KNIME but you can customize the content using the checkboxes at the bottom.

Outline

An outline is not available.

Node Description

## Item Set Finder (Borgelt)

The node provides different algorithms to searches for frequent items in a list of item sets. The integrated algorithms are:

1. Apriori (Agrawal et al. 1993)
2. FPGrowth (frequent pattern growth, Han et al 2000)
3. RElim (recursive elimination)
4. SaM (Split and Merge)
5. JIM (Jaccard Item Set Mining)

The algorithms have been implemented by Christian Borgelt. The following descriptions have been taken from his [homepage](#).

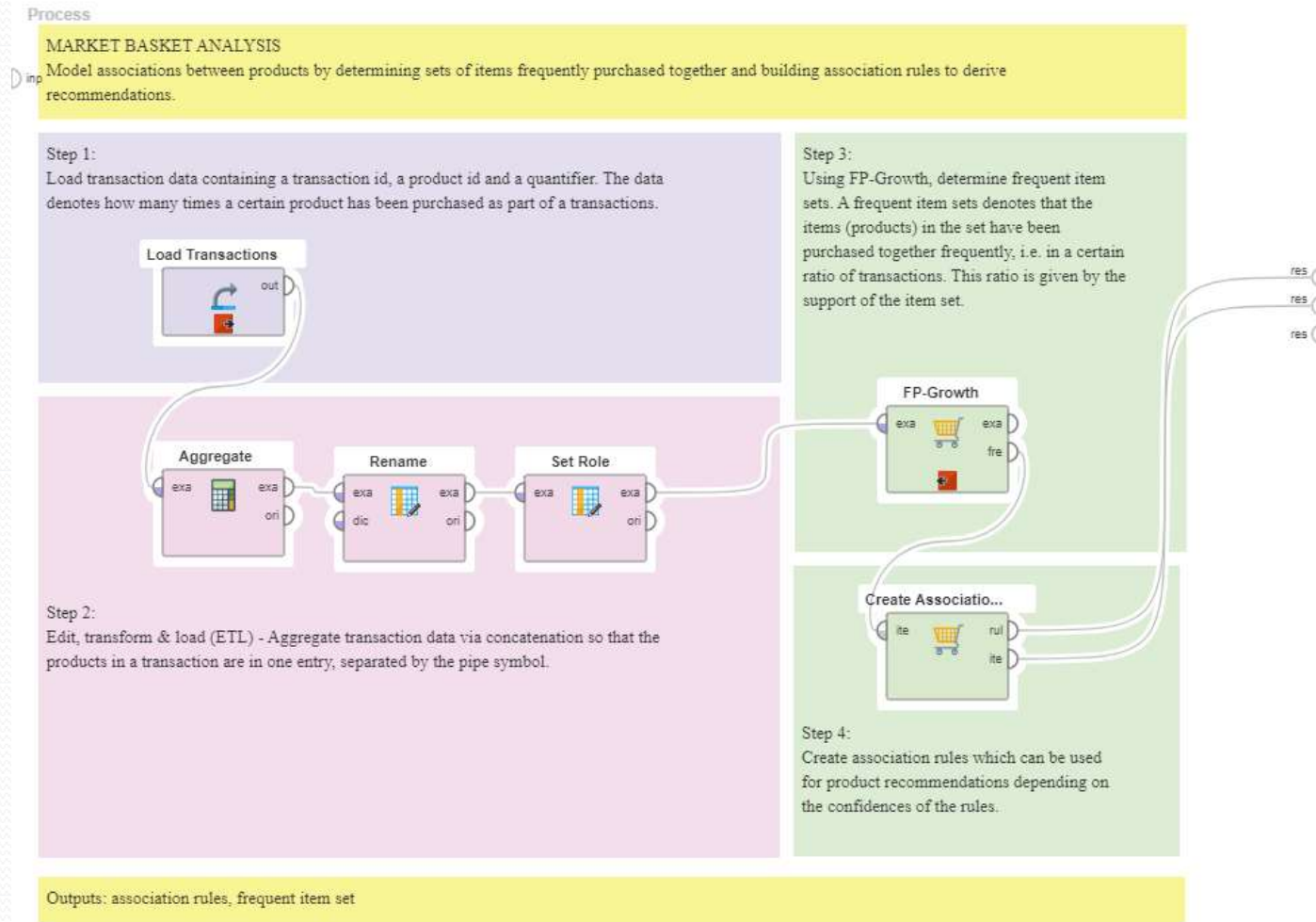
**Apriori:** The apriori algorithm (Agrawal et al. 1993) carries out a breadth first search on the subset lattice and determines the support of item sets by subset tests. This is a pretty fast implementation that uses a prefix tree to organize the counters for the item sets. The census data set may be used to test the program.

**FPGrowth:** The FPGrowth algorithm (frequent pattern growth, Han et al 2000) represents the transaction database as a prefix tree which is enhanced with pointers that organize the nodes into lists referring to the same item. The search is carried out by projecting the prefix tree, working recursively on the result, and pruning the original tree. Since version 1.2 this implementation also contains the alpha-pruning of the FP-Bonsai techniques.

**RElim:** The RElim algorithm (recursive elimination) is inspired by the FP-growth algorithm, but does its work without prefix trees or any other complicated data structures. The main strength of this algorithm is not its speed (although it is not slow, but even outperforms apriori and eclat on some data sets), but the simplicity of its structure. Basically all the work is done in one recursive function of fairly few lines of code.



# RAPIDMINER ... también

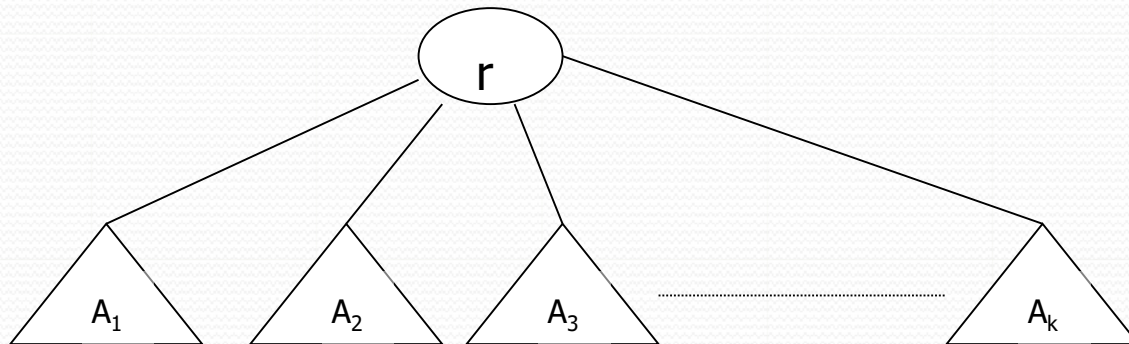




# ARBOL

Un **ÁRBOL** es una colección o conjunto de nodos. La colección puede:

- 1 - Estar vacía
- 2 - Si no está vacía, consiste de un nodo distinguido  $r$ , conocido como *raíz*, y cero o más (sub)árboles  $A_1, A_2, \dots, A_k$ , cada uno de los cuales tiene su raíz conectada a  $r$  por medio de una *arista* (o *rama*) dirigida.



# ARBOL

- La raíz de cada subárbol es un **hijo** o **descendiente directo** de  $r$ , y  $r$  es el **padre** o **antecesor directo** de cada raíz de los subárboles.
- **Camino de un nodo  $n_i$  a otro  $n_k$ :** secuencia de nodos  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , tal que  $n_i$  es el padre de  $n_{i+1}$  para  $1 \leq i < k$ . En un árbol existe solamente un camino desde la raíz a cada nodo.
- Si hay un camino entre los nodos  $n_1$  y  $n_2$ , entonces  $n_1$  es **antecesor** de  $n_2$  y  $n_2$  es **descendiente** de  $n_1$ .
- **Longitud de camino de un nodo  $n_i$  a otro  $n_k$ :** Número de aristas que forman el camino, o número de nodos menos 1 que forman la secuencia. Existe un camino de longitud cero desde cada nodo a sí mismo.
- **Nivel de un nodo:** si el nodo  $x$  está en el nivel  $i$ , entonces sus descendientes directos están en el nivel  $i+1$ . La raíz de un árbol, se define como localizada en el nivel 1.
- **Profundidad o Altura del árbol:** máximo de los niveles de todos los nodos del árbol.
- **Grado de un nodo:** Número de descendientes directos de un nodo.
- **Grado del árbol:** Grado máximo en todos los nodos.
- **Nodo hoja:** nodo de grado 0.
- **Nodo Interior:** Nodo no hoja.
- **Árbol Ordenado:** Árbol en el que las ramas de cada nodo están ordenadas.

# Árbol Binario

Un árbol ordenado de grado 2 se denomina **Árbol Binario**.

Este árbol se define como un conjunto finito de elementos (nodos) que:

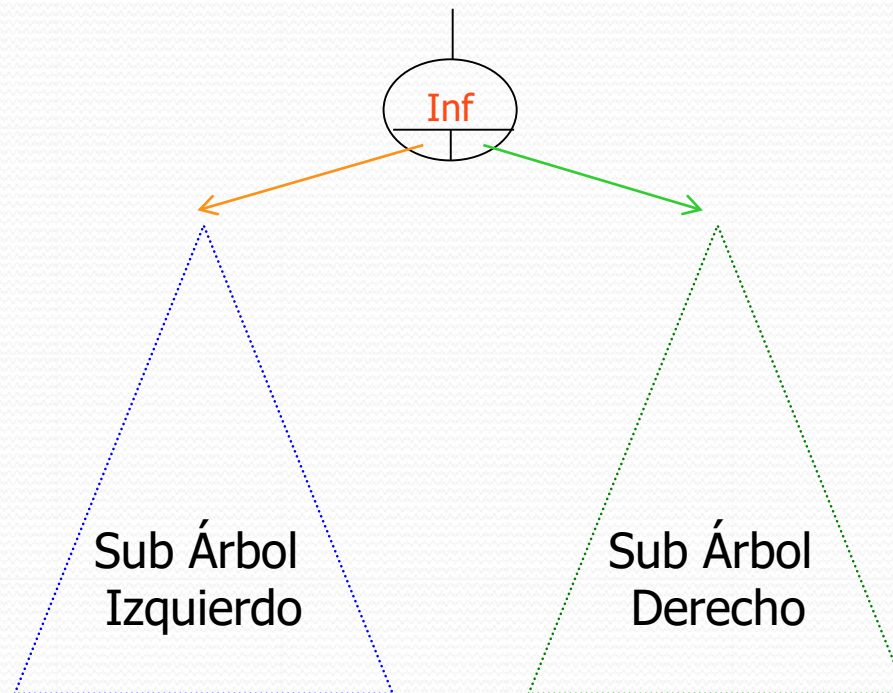
- es vacío o
- consta de una raíz (nodo) con dos árboles binarios disjuntos llamados **subárbol izquierdo** y **subárbol derecho** de la raíz.



# Árbol Binario

## Representación

Representación enlazada



# Árbol Binario

## Aplicación

### *Generación de Códigos de Huffman*

*Códigos de longitud variable*

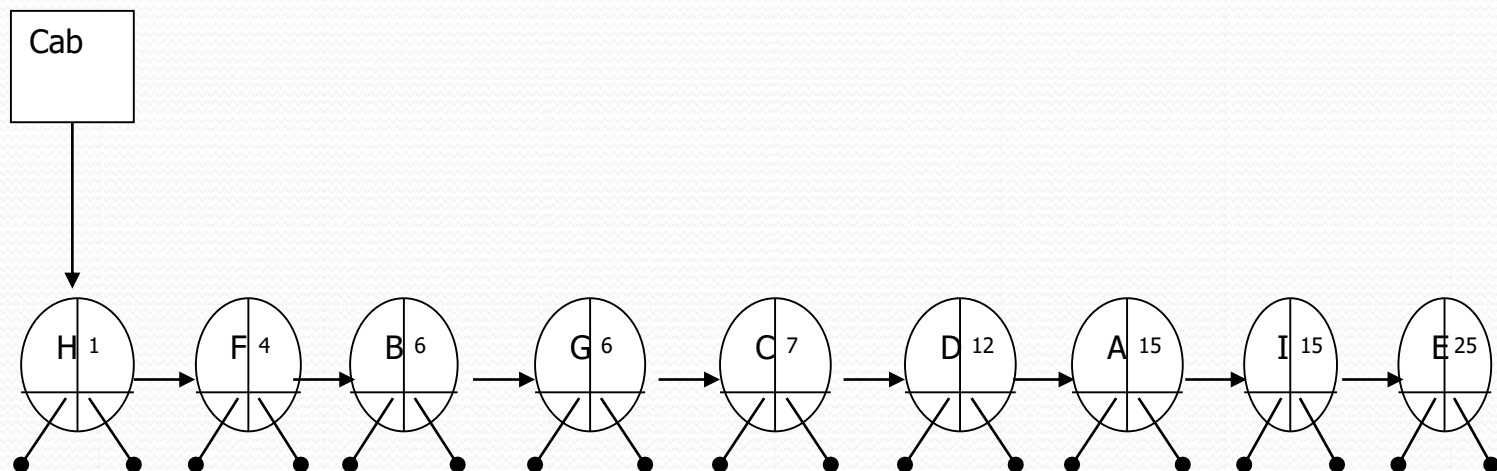
<i>Caracter</i>	A	B	C	D	E	F	G	H	I
<i>Frecuencia</i>	15	6	7	12	25	4	6	1	15

# Árbol Binario

## Aplicación

### Generación de Códigos de Huffman

**Paso 1:** Generar una lista de árboles binarios. Cada raíz, inicialmente, contiene un carácter y su frecuencia de ocurrencia. La lista está ordenada en forma creciente por las frecuencias.



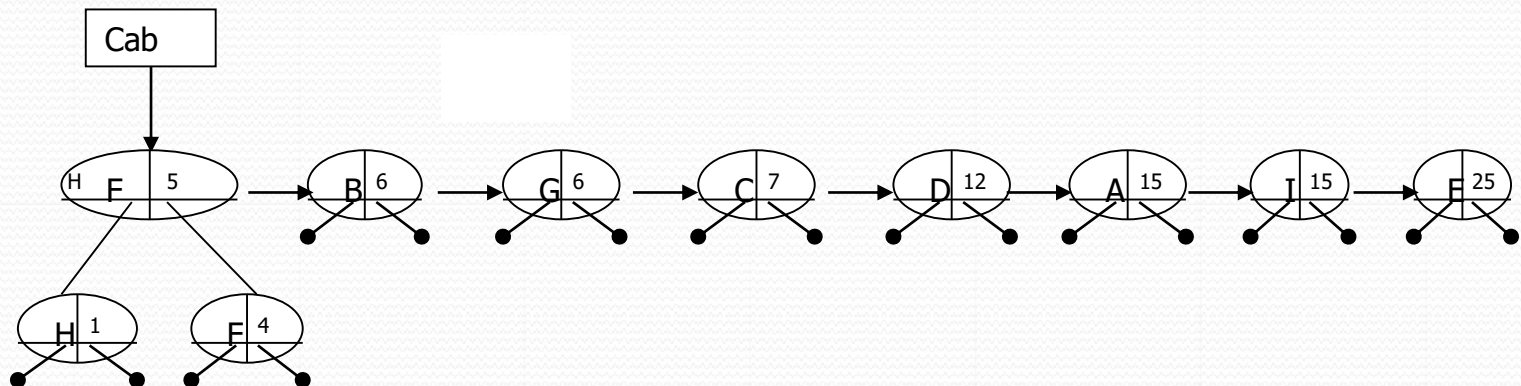


# Árbol Binario

## Aplicación

### Generación de Códigos de Huffman

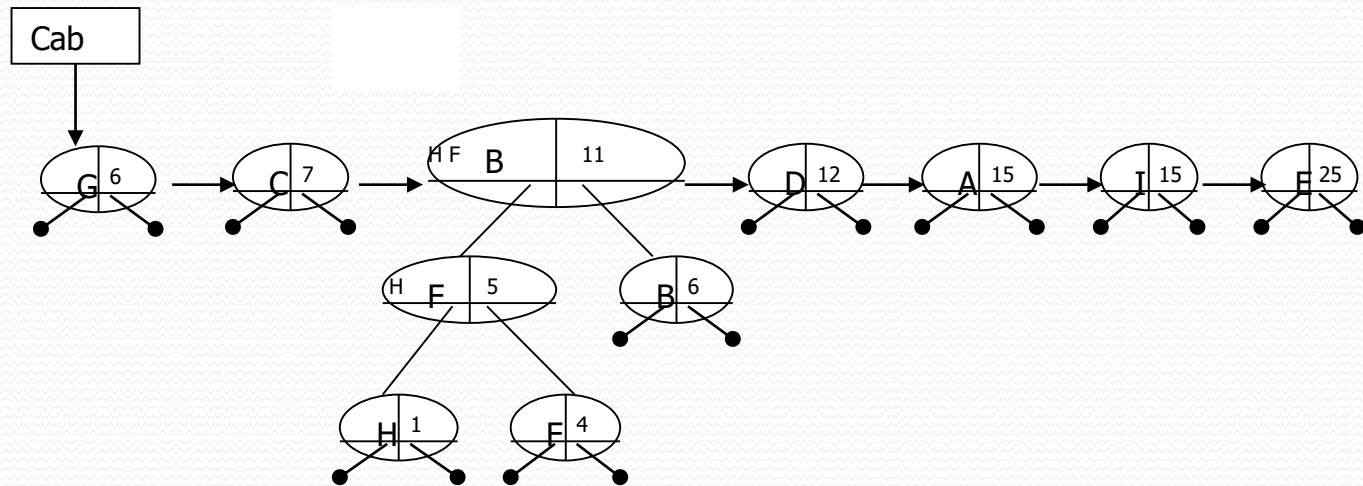
- **Paso 2:** Generar repetidamente árboles binarios a partir de aquellos con frecuencias menores, e insertarlos nuevamente en la lista ordenada. La frecuencia asociada a la raíz de cada nuevo árbol es la *suma* de las frecuencias de sus subárboles.



# Árbol Binario

## Aplicación

### Generación de Códigos de Huffman

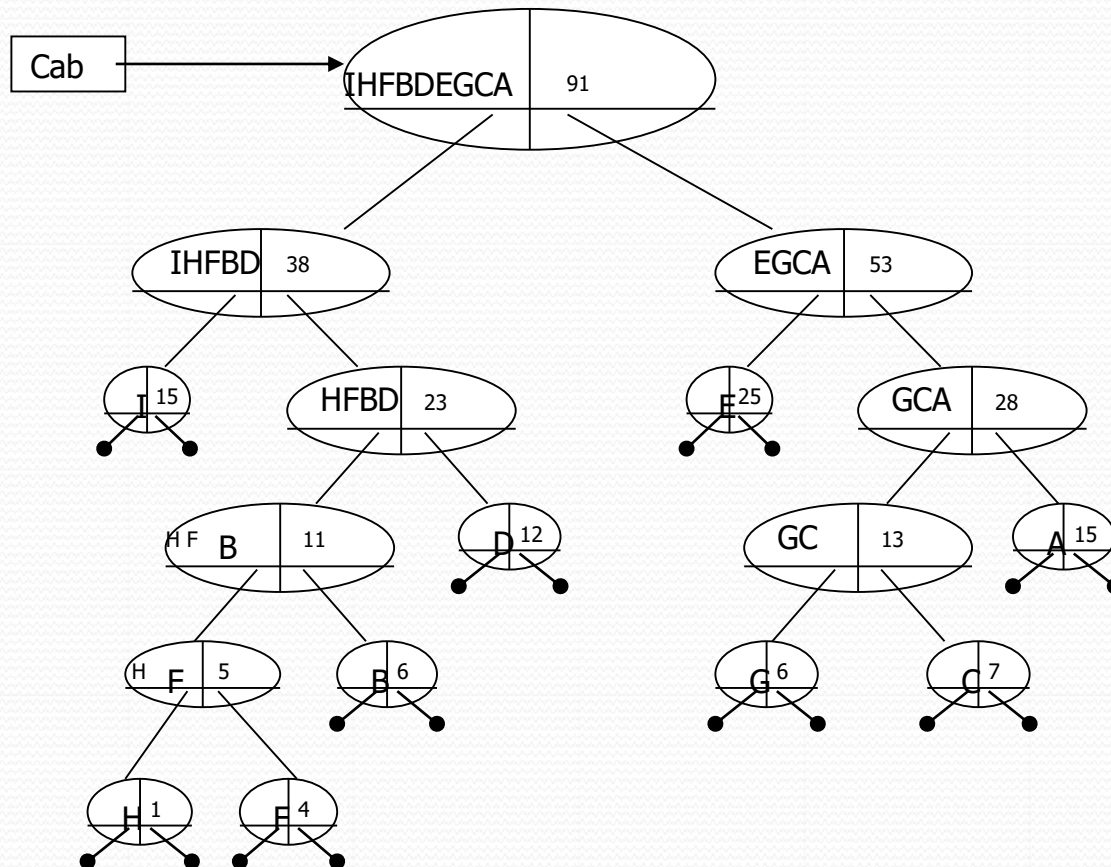


Esta secuencia de supresiones, síntesis e inserciones se realiza hasta el momento en que en la lista queda una sola celda, que corresponde a la raíz del árbol binario que tiene a todos los caracteres del diccionario de entrada como nodos hoja.

# Árbol Binario

## Aplicación

### Generación de Códigos de Huffman



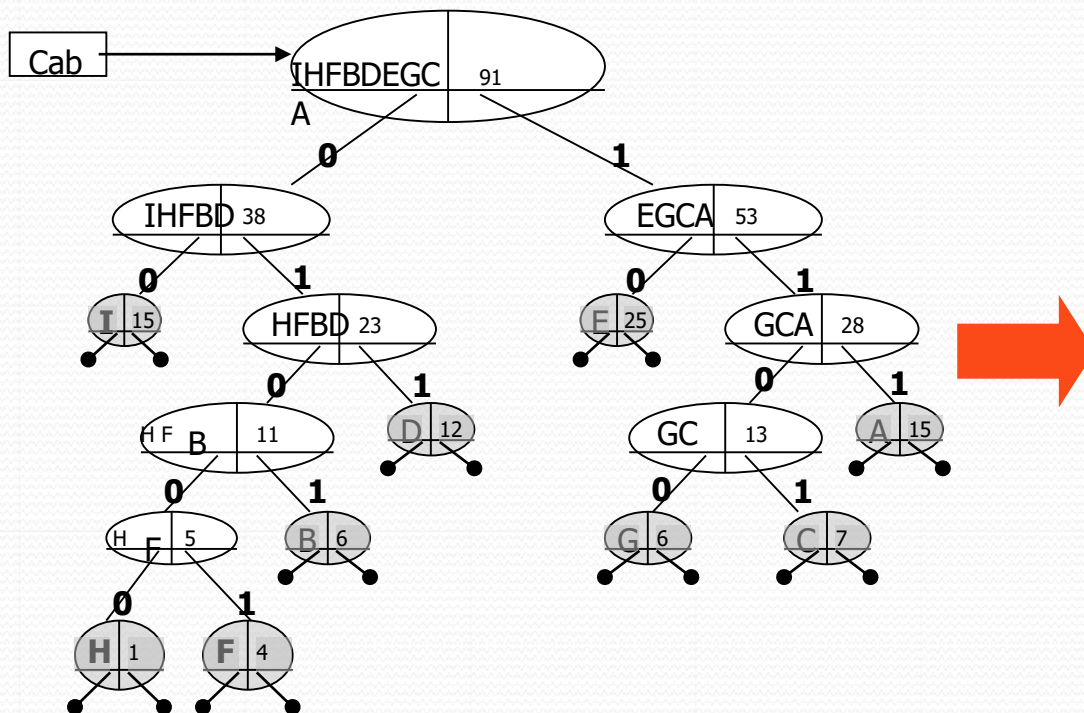


# Árbol Binario

## Aplicación

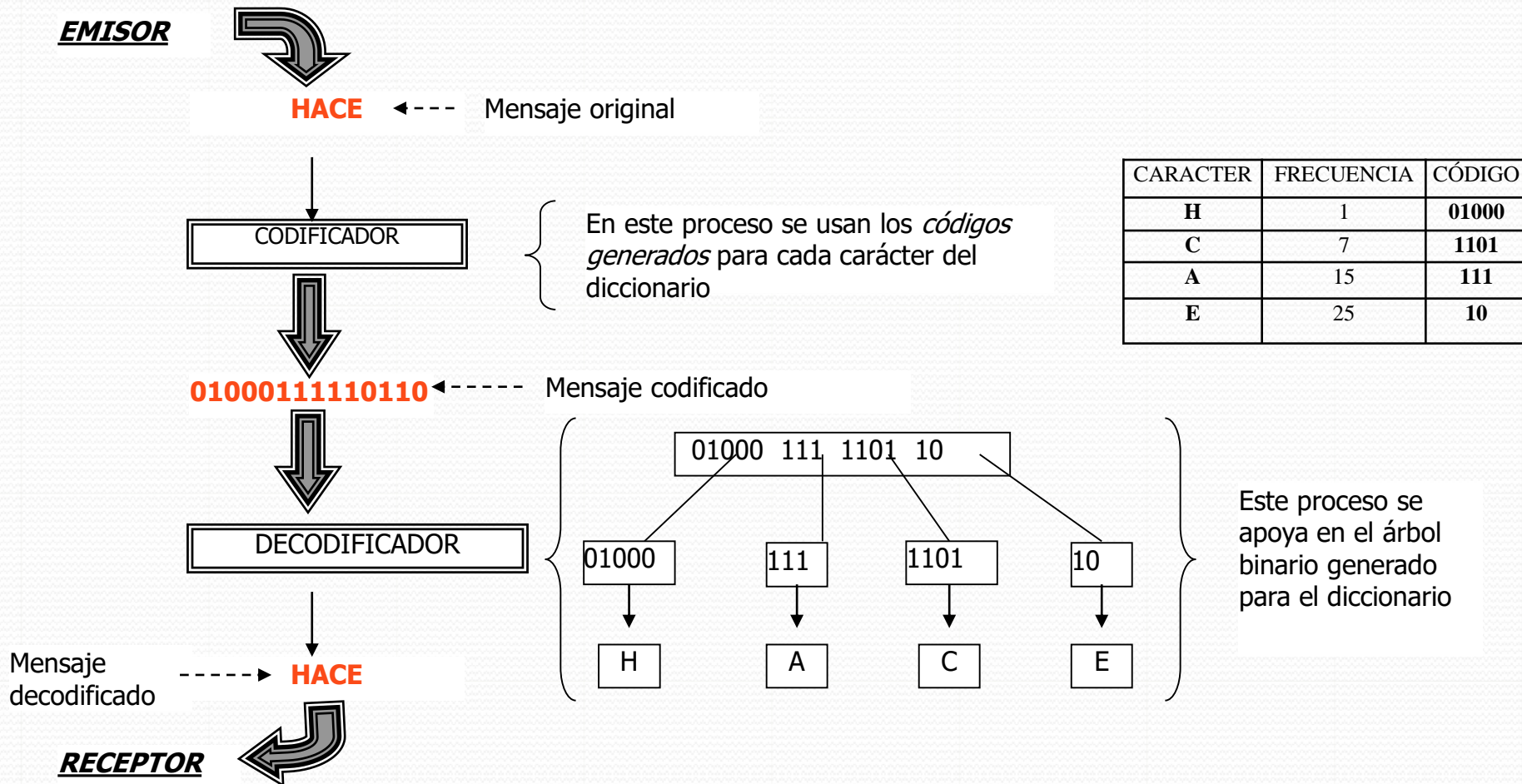
### Generación de Códigos de Huffman

**Paso 3:** Generar el código de longitud variable correspondiente a cada carácter, hoja del árbol, concatenando ceros y unos, según se atravesase en el árbol una rama izquierda o una rama derecha.



CARACTER	FRECUENCIA	CÓDIGO
H	1	01000
F	4	01001
B	6	0101
G	6	1100
C	7	1101
D	12	011
A	15	111
I	15	00
E	25	10

# Codificación-Decodificación



# T.A.D. Árbol Binario de Búsqueda

## Especificación (1)

Un **Árbol Binario de Búsqueda –ABB–** es un Árbol Binario en el que:

- Cada nodo contiene un campo clave (lo identifica en forma única dentro del árbol).
- Los nodos del árbol están ordenados de tal forma que para cualquier nodo  $x$  del árbol,
  - si  $z$  es un nodo cualquiera del subárbol izquierdo de  $x$ , entonces la  $\text{clave}[z] < \text{clave}[x]$  y
  - si  $z$  es un nodo cualquiera del subárbol derecho de  $x$ , entonces  $\text{clave}[x] < \text{clave}[z]$ .

Esta condición es conocida como ***Propiedad del Árbol Binario de Búsqueda***.



# T.A.D. ABB

## Especificación(2)

### Operaciones Abstractas

Sean A: Árbol; X,Z : claves

NOMBRE	ENCABEZADO	FUNCION	ENTRADA	SALIDA
Crear	Crear (A)	Inicializa el árbol A	A	A=( )
Insertar	Insertar(A, X)	Ingresa el elemento X en el árbol A, manteniéndolo como árbol binario de búsqueda.	A, X	A con X como hoja, si $X \notin A$ ; <b>Error en caso contrario</b>
Suprimir	Suprimir(A, X)	Elimina el elemento X del árbol A, manteniéndolo como árbol binario de búsqueda.	A, X	A sin el nodo que contenía a X, si $X \in A$ ; <b>Error en caso contrario</b>
Buscar	Buscar(A,X)	Localiza el nodo con clave X en el árbol A	A,X	Reporta los datos asociados con X, si $X \in A$ ; <b>Error en caso contrario</b>
Nivel	Nivel(A, X)	Calcula el nivel del nodo con clave X	A, X	Reporta el nivel del nodo con clave X si $X \in A$ ; <b>Error en caso contrario</b>
Hoja	Hoja(A, X)	Evalúa si el nodo con clave X es hoja	A, X	Verdadero si el nodo con clave X es hoja, <b>Falso en caso contrario.</b>

# T.A.D. ABB

## Especificación(3)

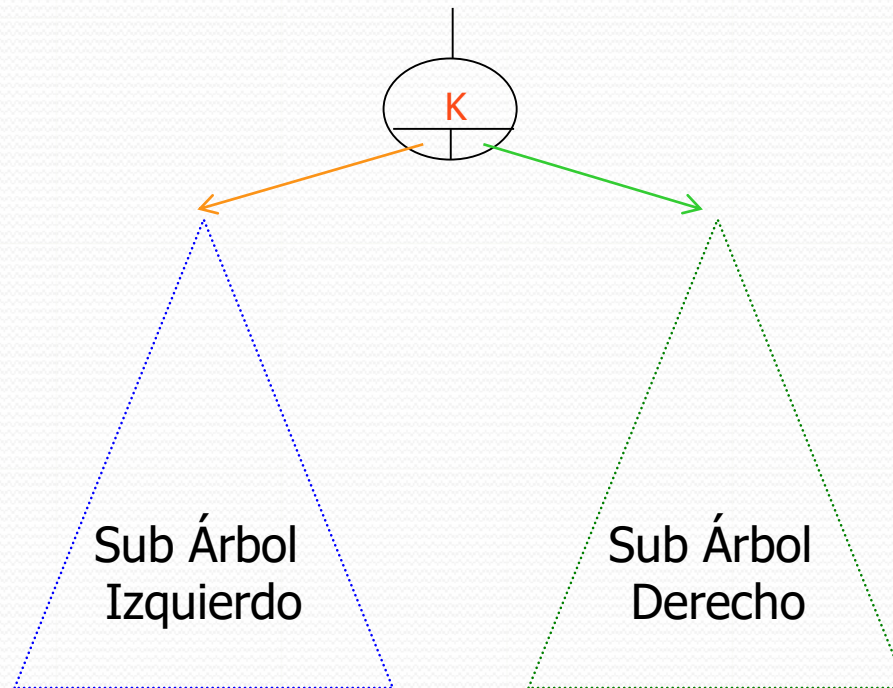
Operaciones Abstractas

Sean A: Árbol; X,Z : claves

<i>NOMBRE</i>	<i>ENCABEZADO</i>	<i>FUNCION</i>	<i>ENTRADA</i>	<i>SALIDA</i>
Hijo	Hijo(A, X, Z)	Evalúa si X es hijo (descendiente directo) de Z	A, X, Z	Verdadero si el nodo X es hijo del nodo Z, <b>Falso en caso contrario.</b>
Padre	Padre(A, X, Z)	Recíproca de la operación Hijo	A, X, Z	...
Camino	Camino(A, X, Z)	Recupera el camino del nodo con clave X al nodo con clave Z	A, X, Z	Reporta el camino de X a Z, si X es ancestro de Z; <b>Error en caso contrario.</b>
Altura	Altura(A)	Evalúa la altura de A	A	Reporta la altura de A.
InOrden	InOrden(A)	Procesa A en Inorden	A	Está sujeta al proceso que se realice sobre los elementos de A
PreOrden	PreOrden(A)	Procesa A en Preorden	A	Está sujeta al proceso que se realice sobre los elementos de A
PostOrden	PostOrden(A)	Procesa A en Postorden	A	Está sujeta al proceso que se realice sobre los elementos de A

# T.A.D. ABB

## Representación

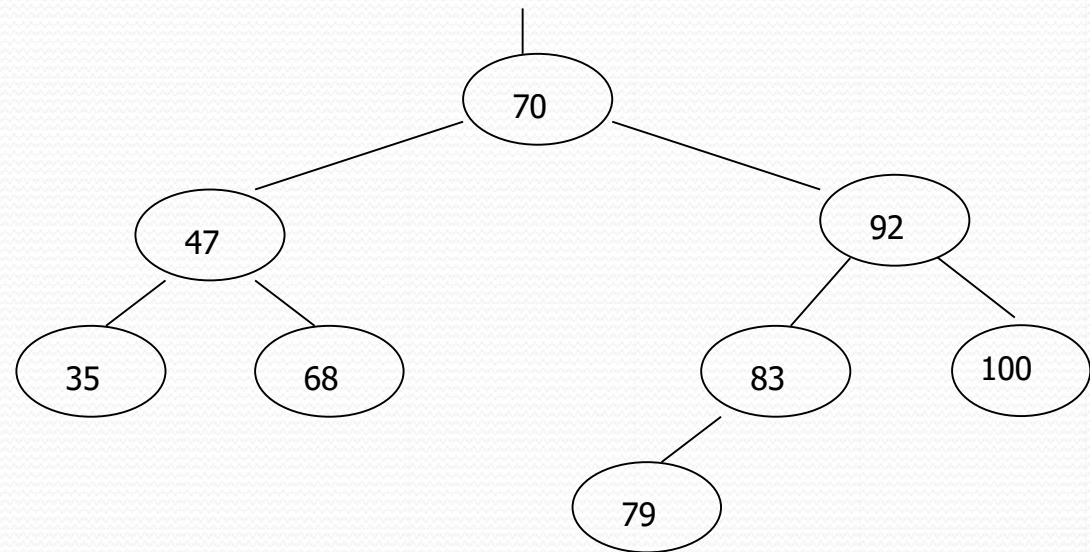




# T.A.D. ABB

## Construcción de Operaciones Abstractas (1)

**Buscar(A,X)**



**Si** (sub)árbol vacío

**entonces** **Error-** Elemento Inexistente

**sino**

**Si** Clave [X] = Clave [R] (R: nodo raíz de (sub)árbol)

**entonces** **Éxito-** Elemento existente

**sino**

**Si** Clave [X] < Clave [R] (R: nodo raíz de (sub)árbol)

**entonces** **Buscar** ((sub)árbol izquierdo( R), X)

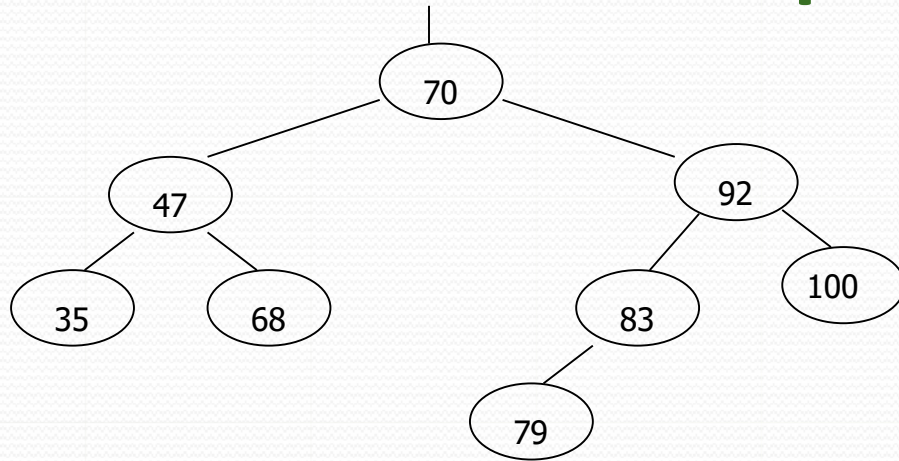
**sino**

**Si** Clave[X] > Clave [R] (R: nodo raíz de (sub)árbol)

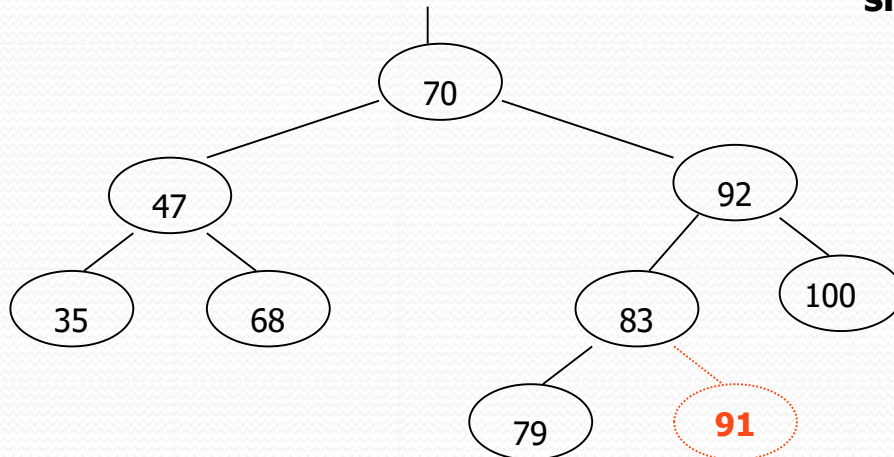
**entonces** **Buscar** ((sub)árbol derecho(R), X)

# T.A.D. ABB

## Construcción de Operaciones Abstractas (2)



**Insertar (A,X=91)**



**Si** (sub)árbol vacío

**entonces** **Éxito- X nueva hoja**

**sino**

**Si** Clave [X] = Clave [R]

**entonces** **Error-** Elemento ya existente

**sino**

**Si** Clave [X] < Clave [R]

**entonces** **Insertar**((sub)árbol izquierdo( R),X)

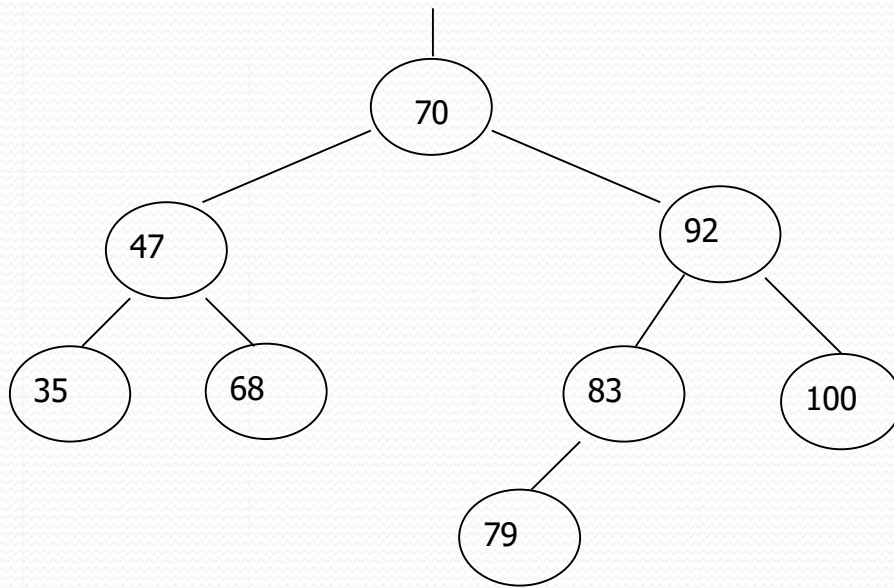
**sino**

**Si** Clave[X] > Clave [R]

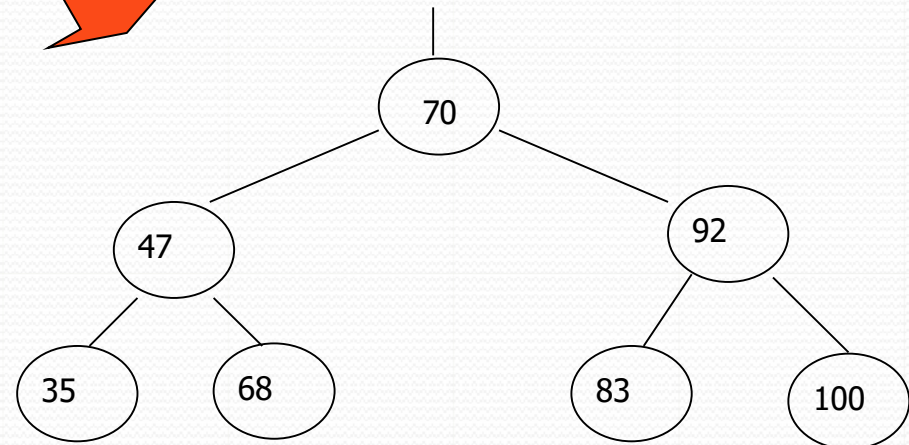
**entonces** **Insertar** ((sub)árbol derecho(R), X)

# T.A.D. ABB

## Construcción de Operaciones Abstractas (3)



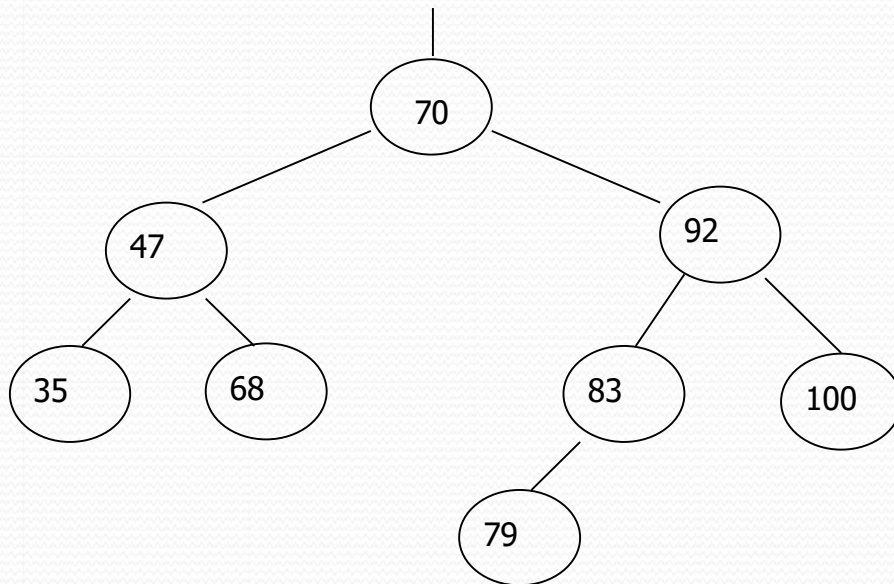
**Suprimir (A , X=79)**



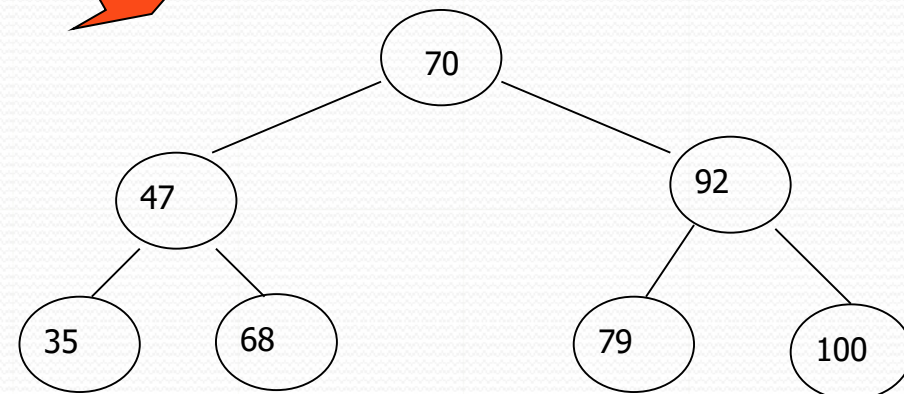


# T.A.D. ABB

## Construcción de Operaciones Abstractas (4)

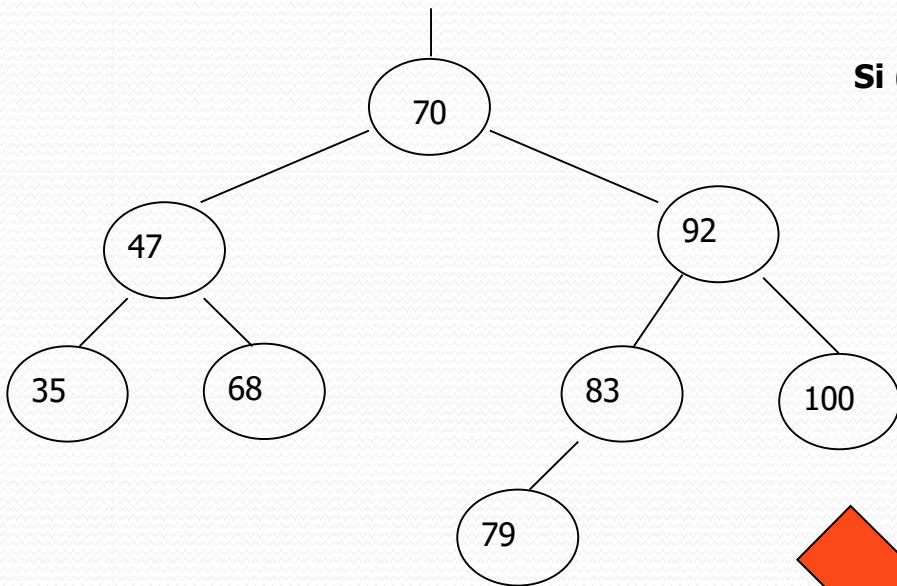


**Suprimir (A , X=83)**



# T.A.D. ABB

## Construcción de Operaciones Abstractas (5)



**Suprimir (A , X=70)**

**Si** (sub)árbol vacío

**entonces Error** -elemento inexistente

**sino**

**Si** Clave [X] = Clave [R] (R: nodo raíz de (sub)árbol)

**entonces**

**Si** Grado(R) = 0

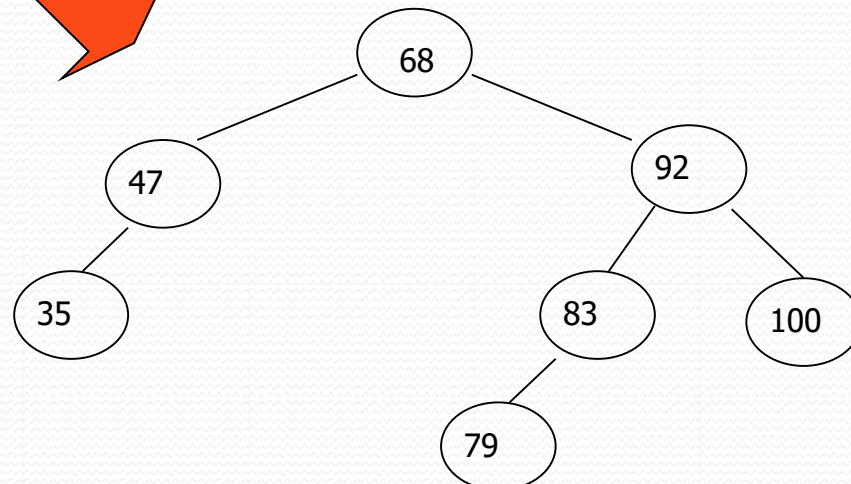
**entonces** eliminar nodo R

**Si** Grado(R) = 1

**entonces** Padre(R) ← Hijo(R)

**Si** Grado(R) = 2

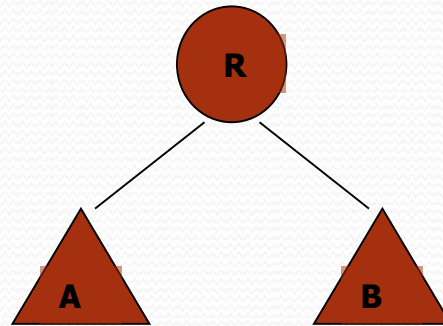
**entonces** R ← Máximo ((sub)árbol-izquierdo (R))  
Eliminar (Máximo((sub)árbol-izquierdo(R)))



# Árbol Binario

## Construcción de Operaciones Abstractas-Recorridos (6)

Recorridos



Árbol

R: raíz

A: Sub Árbol izq de R

B: Sub Árbol der de R

**Preorden** (Árbol)

Si (Árbol no vacío)

entonces

**Procesar nodo R**

**Preorden** ((Sub)Árbol izq  
de R)

**Preorden** ((Sub)Árbol der  
de R)

**Inorden** (Árbol)

Si (Árbol no vacío)

entonces

**Inorden**((Sub) Árbol izq  
de R)

**Procesar nodo R**

**Inorden**((Sub) Árbol der  
de R)

**Postorden** (Árbol)

Si (Árbol no vacío)

entonces

**Postorden**((Sub) Árbol izq  
de R)

**Postorden**((Sub) Árbol der  
de R)

**Procesar nodo R**



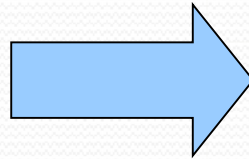
# T.A.D. ABB

## Aplicación

### Índice de referencias cruzadas

ENTRADA

- 1 . `El editor de lenguaje C
- 2 . presenta un entorno
- 3 . similar al entorno
- 4 . de lenguaje Pascal`



SALIDA

al	3
C	1
de	1, 4
editor	1
entorno	2, 3
el	1
Lenguaje	1, 4
Pascal	4
presenta	2
similar	3
un	2

# Árbol Binario

## Tipos

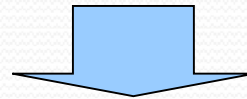
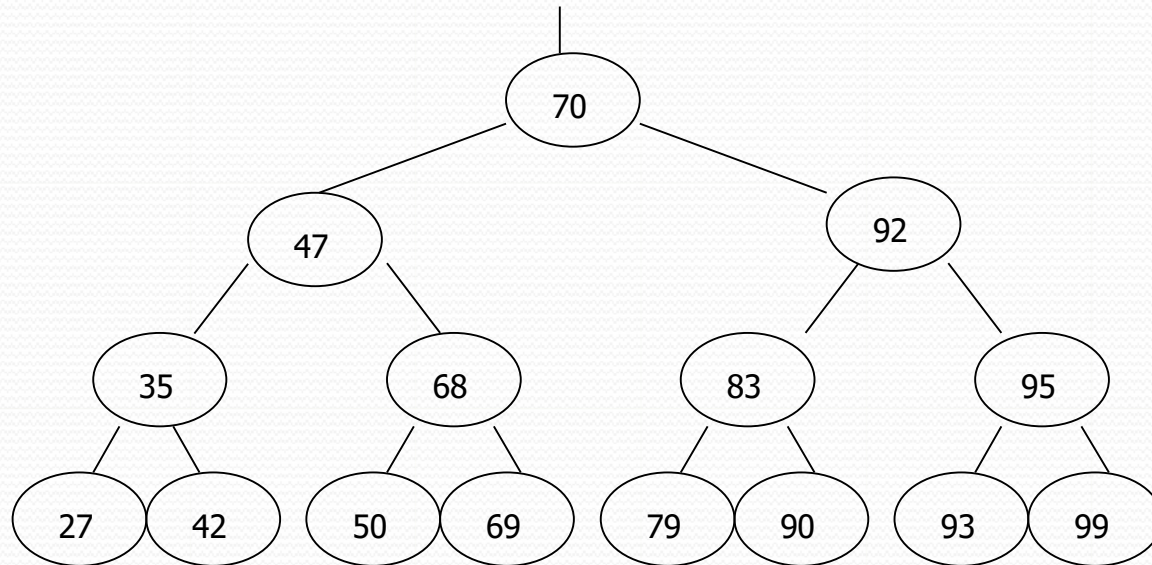
¿Cuántas comparaciones se realizan en una **búsqueda**, en el peor de los casos, en un **ABB** ?

**Las operaciones Insertar, Suprimir y Buscar se realizan en  $h$  accesos como máximo, siendo  $h$  la altura del árbol binario.**

- *Árbol Binario Relleno*: Es aquel árbol en el que todo nodo o bien es una hoja, o tiene dos hijos.
- *Árbol Binario Completo*: Es un árbol binario relleno en el que todas las hojas están en el mismo nivel.

¿Cuántas comparaciones se realizan en una **búsqueda**, en el peor de los casos, en un **ABB Completo**?

# ABB Completo



N	1	3	7	15
C	1	2	3	4



$$N = 2^C - 1 \Rightarrow N + 1 = 2^C$$

$$\Rightarrow \log_2 (N+1) = C (\log_2 2)$$

$$\Rightarrow \log_2 (N+1) = C$$

$t(\text{Buscar (ABB Completo)}) \in O(\log n)$

# Operaciones Abstractas: BUSCAR



¿A que Orden de Complejidad pertenece la operación Buscar?

LISTA ?

LISTA  
ordenada  
por  
contenido?

ABB  
Completo?

ABB ?

tiempo

tiempo

