Programação Linear e Grafos

Sistemas de Informação - UNISUL

Aran Bey Tcholakian Morales, Dr. Eng.

(Programação Linear e Grafos - Apostila 5)

1. Conceitos preliminares

- A **Pesquisa Operacional (PO)** surgiu durante a segunda grande guerra, para resolver problemas militares de ordem estratégica, logística e tática, que necessitavam de **alocar da melhor forma recursos que eram limitados e restritos**, isto é, alocar recursos de forma **ótima**.

- Como as equipes de cientistas e pesquisadores que atuavam na solução dos problemas militares, eram geralmente subordinados aos chefes encarregados das **operações**, logo seu trabalho ficou conhecido como **"Pesquisa Operacional" (Operational Research).**

1. Conceitos preliminares

- Finalizada a segunda grande guerra, os pesquisadores desligados da área militar foram absorvidos para a **indústria**:
  - Na reconstrução da Europa foram indispensáveis nos parques fabris, nas siderúrgicas, nos transportes e serviços públicos;
  - Nos EUA, continuarão a trabalhar na área militar, mais a segunda revolução industrial, criou a necessidade do aumento da produção e a melhoria da produtividade, o que fez que muitos pesquisadores fossem para a iniciativa privada e para as universidades;

1. Conceitos preliminares

- A **Pesquisa Operacional** (ou pesquisa de operações, ciência da decisão, ciência da gestão) é a **aplicação de métodos científicos** voltada para o **processo de tomada de decisão**.
- Em outros termos, a PO consiste na **resolução de problemas de tomada de decisão**, através de **modelos matemáticos processados computacionalmente**.
- A PO **representa o mundo real** através de **modelos matemáticos**, **resolvidos por métodos quantitativos**, onde o **modelo** pode ser visto como uma **representação de um sistema real**.

Pesquisa Operacional

Business Analytics

(BI e Ciência dos Dados)

1. Conceitos preliminares

A resolução de um **problema pela PO**, costuma envolver várias etapas, as principais são:

1. **Formulação do problema**: consiste na identificação dos elementos do problema:

   - definir os **objetivos** a serem alcançados e colocar quais são possíveis caminhos alternativos para que isso ocorra;

   - identificar as **variáveis de decisão** (de controle);

   - identificar as **variáveis não controláveis**;

   - identificar as **restrições** sobre as variáveis;

1. Conceitos preliminares

A resolução de um problema pela PO, costuma envolver várias etapas, as principais são:

2. **Construção do modelo que representa o sistema**: os modelos de PO são modelos matemáticos, isto é **formado por um conjunto de equações e inequações** e as **relações matemáticas** entre estes elementos.

3. **Cálculo da solução através do modelo**: são **algoritmos** específicos para o **tipo de modelo construído**. (modelos lineares, não lineares, inteiros, estocásticos, entre outros modelos matemáticos possíveis que podem ser usados na representação de uma sistema).

1. Conceitos preliminares

A resolução de um problema pela PO, costuma envolver várias etapas, as principais são:

4. **Teste do modelo e da solução**: são testes realizados com dados empíricos do sistema. Dependendo dos resultados alcançados, podemos retornar as fases anteriores.

1. Conceitos preliminares

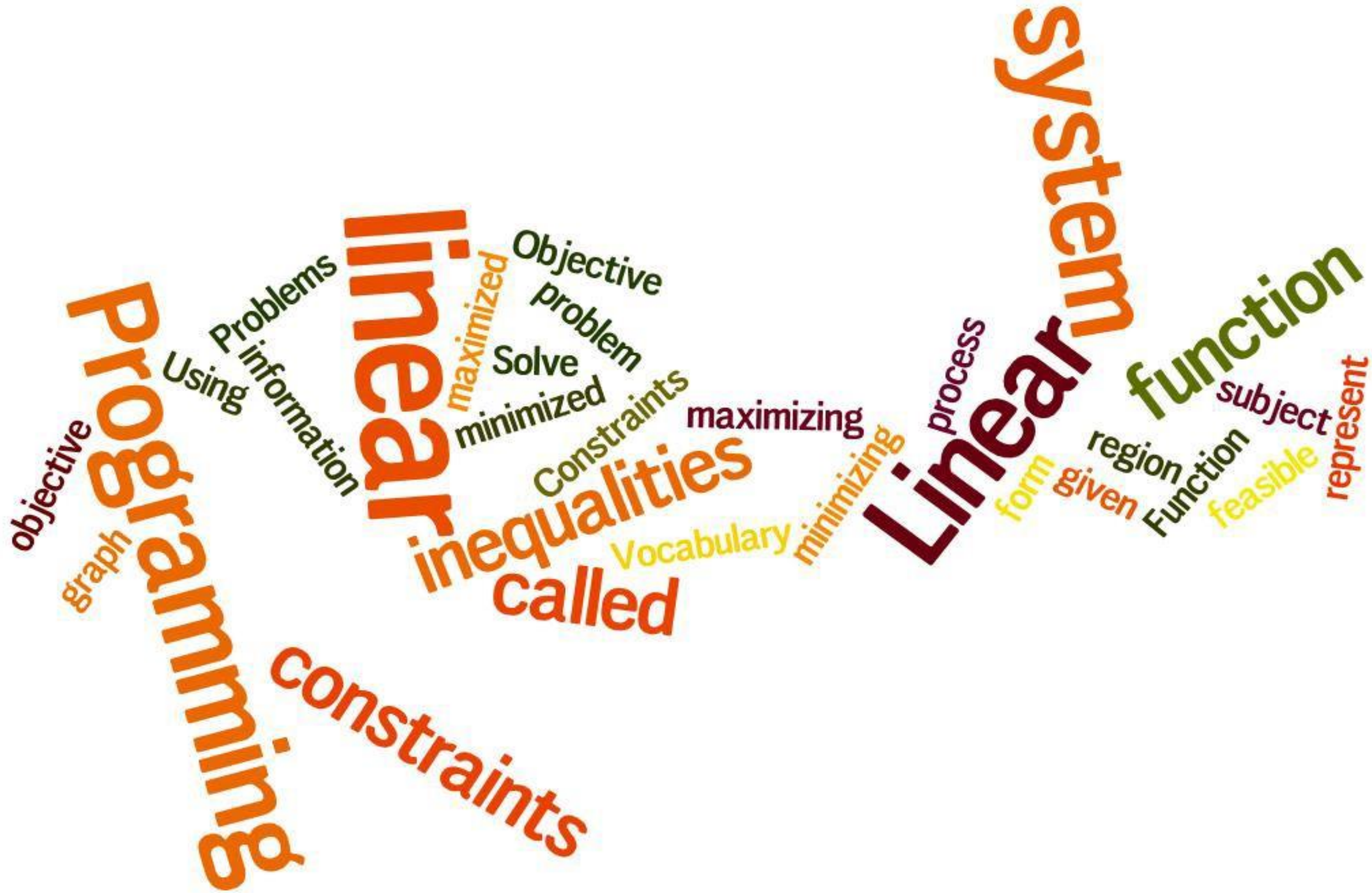
A resolução de um problema pela PO, costuma envolver várias etapas, as principais são:

5. **Estabelecimentos de controles da solução**: o modelo identifica parâmetros fundamentais para a solução do problema.

Qualquer mudança nestes parâmetros deverá ser controlada para garantir a validade da solução adotada (**análises de sensibilidade**).

6. **Implantação e acompanhamento**: implantar a solução encontrada e acompanhar o desenvolvimento do sistema.

2. Problemas de Programação Linear



2. Problemas de Programação Linear

A **PO** utiliza um **modelo matemático** na representação da realidade.

Entendemos por **modelo**, uma **representação simplificada da realidade** que **preservam**, para determinadas situações, uma **equivalência adequada**.

Um modelo não é igual a realidade, mas suficientemente similar para que as **conclusões obtidas** através de sua **análises ou operação**, possam ser **estendidas à realidade**.

2. Problemas de Programação Linear

A **Modelagem Matemática**, é direcionada para o apoio ao **processo de Tomada de decisão**, especialmente no que diz respeito ao tratamento de **variáveis quantitativas**.

O processo de tomada de decisão, é o ato de selecionar, dentre várias **decisões possíveis**, a mais adequada para alcançar um **certo objetivo**.

2. Problemas de Programação Linear

Na **modelagem matemática**, a representação de determinado sistema, é geralmente realizada por um **conjunto de equações** ou **expressões matemáticas**.

Se existem **n** decisões quantificáveis a serem tomadas, então pode-se associar a **cada decisão uma variável do modelo** (variável de decisão), **cujos valores**, o **próprio modelo deverá determinar**, através dos algoritmos computacionais.

Por este motivo na PO, chamamos a modelagem matemática de **Programação Matemática.**

2. Problemas de Programação Linear

A **eficácia da solução**, é calculada pela **função objetivo**, uma equação das variáveis de decisão.

A limitação dos recursos é representada no modelo, pelas **restrições** aos valores das variáveis.

A **Programação Linear** (PL) é uma técnica de **programação matemática** onde a **função objetivo** e as **restrições** são **expressões lineares**.

2. Problemas de Programação Linear

Exemplo:

Uma certa empresa fabrica dois produtos P1 e P2. O lucro unitário do produto P1 é de R$ 100,00 e do produto P2 é R$ 180,00. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P1 e 30 horas para uma unidade de P2. O tempo disponível de fabricação para o próximo mês, é de 1.200 horas, sendo a demanda máxima esperada para P1 de 40 unidades e para P2 de 30 unidades.

Qual é o plano de produção para maximizar o lucro?

Em outros termos, quantas unidades de P1 e de P2 devemos fabricar para maximizar o lucro? Construir o modelo de PL que represente o problema.

2. Problemas de Programação Linear

Roteiro de solução:

1. **Quais são as variáveis de decisão?**

Em um problema de programação da produção, as variáveis de decisão, são as quantidades a produzir. Em um problema de investimento, serão, quanto investir em cada oportunidade de investimento, em um problema de logística, quanto transportar de cada origem para cada destino.

No problema em questão as variáveis de decisão são:

X1 : quantidade a ser produzida do produto P1;

X2 : quantidade a ser produzida do produto P2;

2. Problemas de Programação Linear

Roteiro de solução:

2. Qual é o objetivo?

O objetivo da tomada de decisão, geralmente é, maximizar lucro (receita) ou minimizar custos (perdas).

A função objetivo, é a expressão que calcula o valor do objetivo (lucro, receita, custo, perdas) em função das variáveis de decisão.

Neste exemplo, o lucro será a soma do: número de unidades de P1 fabricadas vezes o lucro unitário de P1 , e o número de unidades de P2 fabricadas vezes o lucro unitário de P2.

Maximizar Z = 100*X1 + 180*X2

2. Problemas de Programação Linear

Roteiro de solução:

3. Quais são as restrições?

Cada restrição imposta pelo problema (disponibilidade de mão de obra ou horas máquina para fabricação, de valor monetário para investimento, de capacidade de transporte), deve ser expressa como uma relação linear das variáveis de decisão.

No problema em questão, temos dois restrições:

Disponibilidade de horas para produção: 20 * X1 + 30 * X2 <= 1200;

Demanda de cada produto: X1 <=40 ; X2 <=30

2. Problemas de Programação Linear

Modelo matemático de PL para o problema em questão:

Max Z = 100 * X1 + 180 * X2 (função objetivo)

Sujeito a:

20 * X1 + 30 * X2 <= 1200; (restrição de horas de produção)

X1 <= 40; (restrição de demanda)

X2 <= 30; (restrição de demanda)

X1>= 0 e X2 >=0 (restrição de não negatividade)

2. Problemas de Programação Linear

Determinação do mix de produtos:

Uma empresa pode fabricar uma variedade de produtos.

Cada produto, requer uma quantidade de matéria prima e de mão de obra, tem uma demanda estimada e um lucro diferente.

O gerente deverá decidir **quanto fabricar de cada produto**, para **maximizar o lucro** ou atender a demanda com **custo mínimo** respeitando as **restrições** de **matéria prima** e **mão de obra**.

2. Problemas de Programação Linear

Roteamento e Logística:

Uma empresa de varejo tem armazéns em todo o pais, os quais são responsáveis por manter as lojas abastecidas com mercadorias. As quantidades de mercadorias disponíveis nos armazéns e a quantidade necessárias em cada loja, tende a flutuar, assim como o custo da remessa e da entrega da mercadoria dos armazéns para as lojas.

O gestor, deve determinar a forma de transferir as mercadorias dos armazéns para as lojas, com o **menor custo** possível, considerando as **necessidade de cada loja** e a **disponibilidade de cada armazém**

2. Problemas de Programação Linear

Planejamento Financeiro:

O gestor de uma empresa, tem o **orçamento disponível para este ano e os próximos dois anos**. Esse excesso de capital é oriundo de uma boa rentabilidade atual e da esperança da rentabilidade futura.

A empresa possui uma série de oportunidades para investimento, o gestor deve definir onde seus investimentos devem ser realizados para que o VPL (valor presente líquido) dos mesmos seja **maximizado**.

2. Problemas de Programação Linear

Problema da Montadora de Notebooks

Uma empresa resolveu desenvolver 2 modelos de notebooks a preços populares. O modelo M1, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de montagem em relação ao modelo M2. Se todos os notebooks fossem do modelo M2, a empresa teria tempo disponível para montar 1000 unidades por dia. Porém a disponibilidade de material permite fabricar no máximo 800 notebooks de ambos os modelos por dia. Os dois modelos empregam telas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para M1 e 700 para M2. Os lucros unitários são de $ 400,00 para M1 e $ 300,00 para M2. Qual o programa ótimo de produção que maximiza o lucro total diário da empresa? Construa o modelo de programação linear do sistema.

2. Problemas de Programação Linear

Variáveis:

$X1$: Quantidade de notebooks do modelo M1 a ser montada por dia

$X2$: Quantidade de notebooks do modelo M2 a ser montada por dia

Maximizar $L = 400\,X1 + 300\,X2$

Sujeito à

$X1 + X2 \leq 800$ (R1) (Restrição de material disponível para a montagem)

$2X1 + X2 \leq 1000$ (R2) (Restrição de horas de montagem disponíveis)

$X1 \leq 400$ (R3) (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)

$X2 \leq 700$ (R4) (Restrição número de telas do modelo 2 disponíveis)

$X1, X2 \geq 0$

2. Problemas de Programação Linear

A Só Bicicletas (SB) é uma empresa que atua no ramo de produção de bicicletas, e acaba de lançar 2 modelos de bicicletas, um para meninos e outro para meninas. O departamento de marketing recomenda que ao menos 250 bicicletas de cada modelo sejam produzidos. O lucro unitário na produção e venda da bicicleta feminina é de \$50 e da masculina é de \$30. A empresa conta para a produção destes dois modelos com 200 trabalhadores no setor de fabricação (por turno) e 100 trabalhadores no setor de montagem (por turno). A empresa trabalha em três turnos de 8 horas por dia. O modelo feminino necessita de 4 horas de mão de obra para fabricação e de 2 horas para montagem. O modelo masculino de 4 horas de mão de obra para fabricação e de 1 hora para montagem. Formule um modelo que informe o plano de produção diário que maximiza seu lucro.

2. Problemas de Programação Linear

Variáveis de decisão:
X1: quantidade de bicicletas femininas produzidas;
X2: quantidade de bicicletas masculinas produzidas;

Maximizar Lucro $= 50\ X1 + 30\ X2$

Sujeito a:

R1: $4\ X1 + 4\ X2 <= 4800$ (tempo máxima para fabricação)
R2: $2\ X1 + X2 <= 2400$ (tempo máximo de montagem)
R3 - produção mínima do modelo feminino: $X1 >= 250$
R4 - produção mínima do modelo masculino: $X2 > = 250$

2. Problemas de Programação Linear

"Problema da dieta"

Um fabricante de ração para aves, utiliza dois produtos na composição da ração.

Cada produto tem um custo e uma quantidade de nutrientes diferentes.

Quanto às aves, sabe-se que uma ave necessita de uma alimentação de nutrientes, cujas quantidades mínimas (em unidade por quilo) obtidas dos produtos A e B, estão descritas abaixo. Quanto deve ser utilizado de cada produto na formulação da ração, minimizar o custo.

	Composição (Unid. de nutriente por kg)		
Nutrientes	**Produto A**	**Produto B**	**Requisito mínimo diário**
Tipo 1	**3**	**2**	**60**
Tipo 2	**7**	**2**	**84**
Tipo 3	**3**	**6**	**72**
Custo (R$)	**R$ 10,00**	**R$ 4,00**	

2. Problemas de Programação Linear

Variáveis de decisão:

X1 : Qde do produto A a ser introduzido na ração (Kg/dia)
X2: Qde do produto B a ser introduzido na ração(Kg/dia)

Minimizar Custo: $C = 10\,X1 + 4\,X2$

Sujeito à

$$3\,X1 + 2X2 \geq 60$$

$$7\,X1 + 2X2 \geq 84$$

$$3\,X1 + 6X2 \geq 72$$

$$X1 \geq 0; \quad X2 \geq 0$$

2. Problemas de Programação Linear

Um agricultor pretende cultivar 80 ha de terra com tomate e trigo de forma a maximizar a receita. As receitas resultantes de cada hectare de tomate e trigo são R$ 300,00 e R$ 200,00 respectivamente. As necessidades de recursos para cada cultura e a disponibilidade desses recursos estão no quadro a seguir.

Recursos	Necessidades (por há)		Disponibilidade
	Tomate	Trigo	
Agua (em mil litros)	1	0	40
Fertilizantes (em Kg)	2	1	100

Construir o modelo matemático que indique o número de há dedicadas a cada cultura.

2. Problemas de Programação Linear

X: ha dedicadas ao cultivo do tomate;

Y: ha dedicadas ao cultivo do trigo;

Maximizar Receita = 300 X + 200 Y

Sujeito a:

$X + Y <= 80$ (restrição da disponibilidade de ha)

$X \quad <= 40$ (restrição da disponibilidade de água)

$2X + Y <= 100$ (restrição da disponibilidade de fertilizantes)

2. Problemas de Programação Linear

Um microempresário vende **Pão de Queijo (P)** a R$ 3,50 e **Biscoitos (B)** a R$ 5,20. Para a fabricação dos produtos, temos que usar farinha, ovos, óleo, queijo. O estoque atual é de 1.750 gramas de farinha, 55 unidades de ovos, 30 litros de óleo e 10 kg de queijo. Para cada unidade de pão de queijo fabricada é necessário de 10 gramas de farinha, 0,3 unidades de ovos, 0,2 litros de óleo e 12 gramas de queijo. Para cada unidade de biscoito, utiliza-se 12 gramas de farinha, 0,5 unidades de ovos, 0,2 litros de óleo e 17 gramas de queijo.

Contruir o modelo de programação linear que maximize a receita.

2. Problemas de Programação Linear

Max Receita = 3,50 P + 5,20 B

sujeito às restrições:

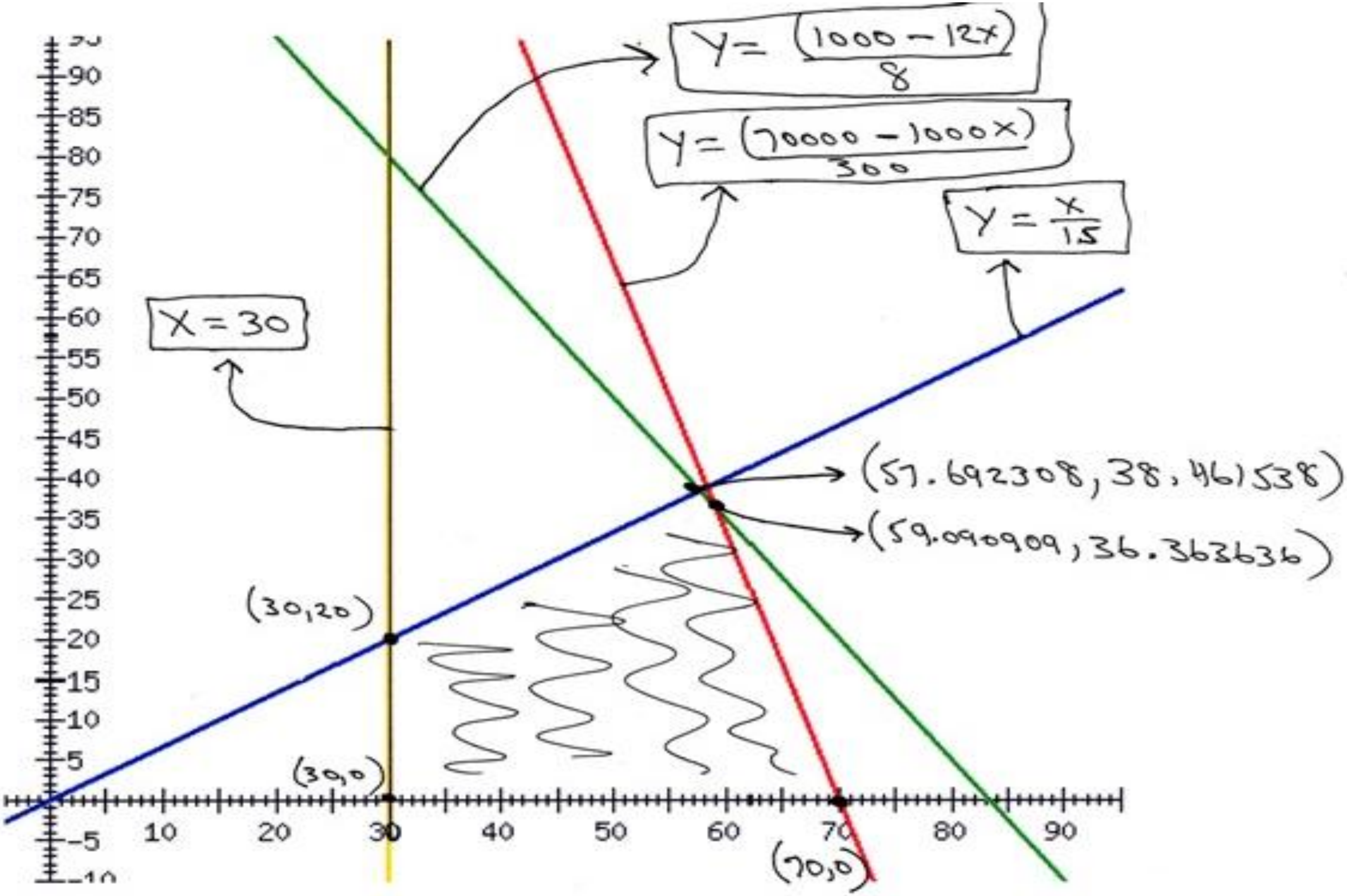
Farinha: 10 P + 12 B ≤ 1.750

Ovos: 0,3 P + 0,5 B ≤ 55

Óleo: 0,2 P + 0,2 B ≤ 30

Queijo: 12 P + 17 B ≤ 10.000

3. Solução Gráfica



3. Solução Gráfica

- A solução gráfica de um problema de programação linear (PPL) pode ser feita em 2 passos:
  - Identificação da região viável;
  - Identificação do ponto ótimo;

3. Solução Gráfica

- Identificação da região viável:

A solução gráfica é usada para problemas com duas variáveis de decisão.

As variáveis de decisão X1 e X2 representam os eixos do plano cartesiano.

As restrições definem a “região viável”, isto é, a região onde a solução ótima deve estar.

A “região viável” é criada utilizando-se todas as restrições do problema.

3. Solução Gráfica

$\text{Max } f = 3\ X1 + 2\ X2$

Sujeito a:

$2\ X1 + X2 <= 100$ (R1)

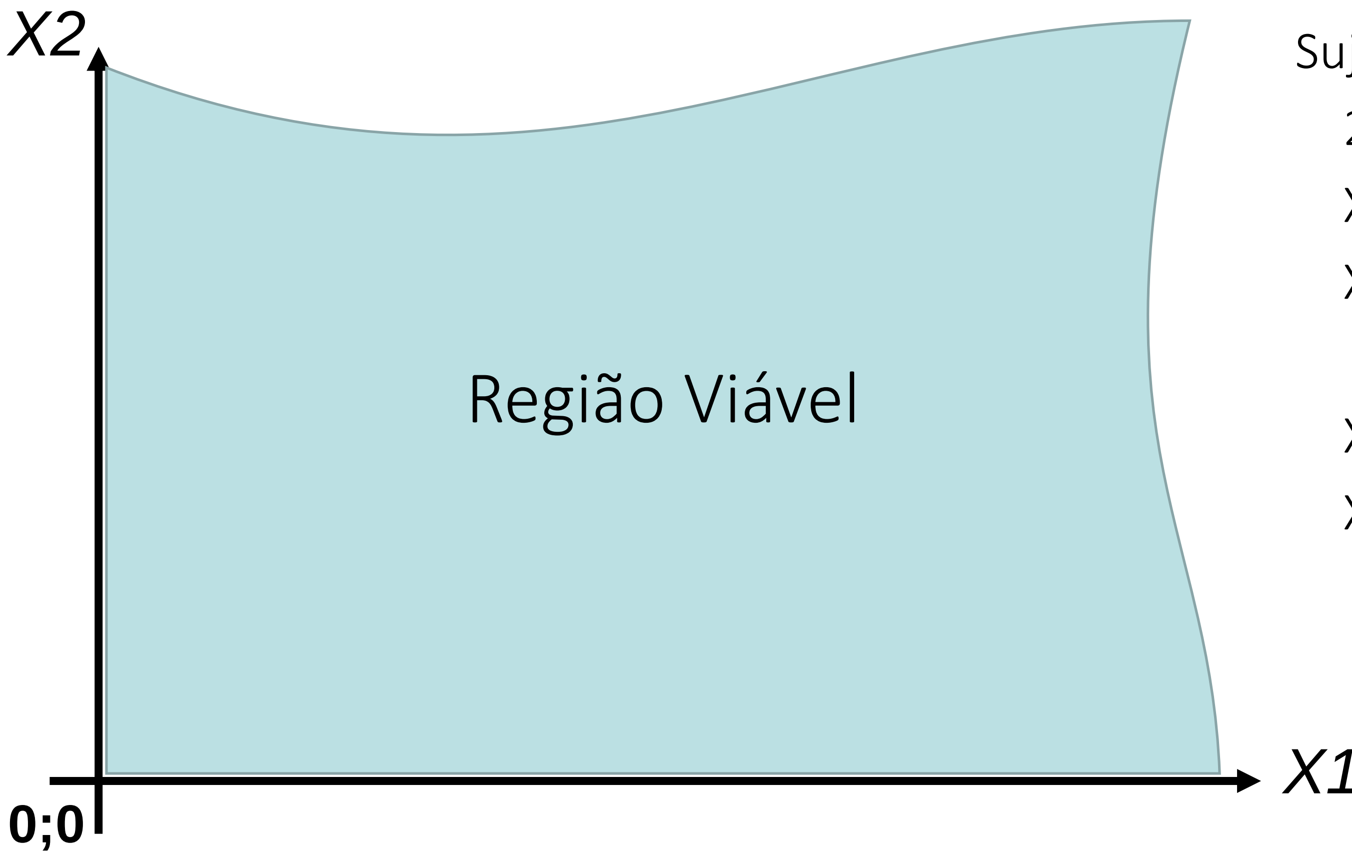
$X1 + X2 <= 80$ (R2)

$X1 <= 40$ (R3)

$X1 >= 0$; (R4)

$X2 >= 0$; (R5)

3. Solução Gráfica



- Max f = 3 X1 + 2 X2

  Sujeito a:

  2 X1 + X2 <= 100 (R1)

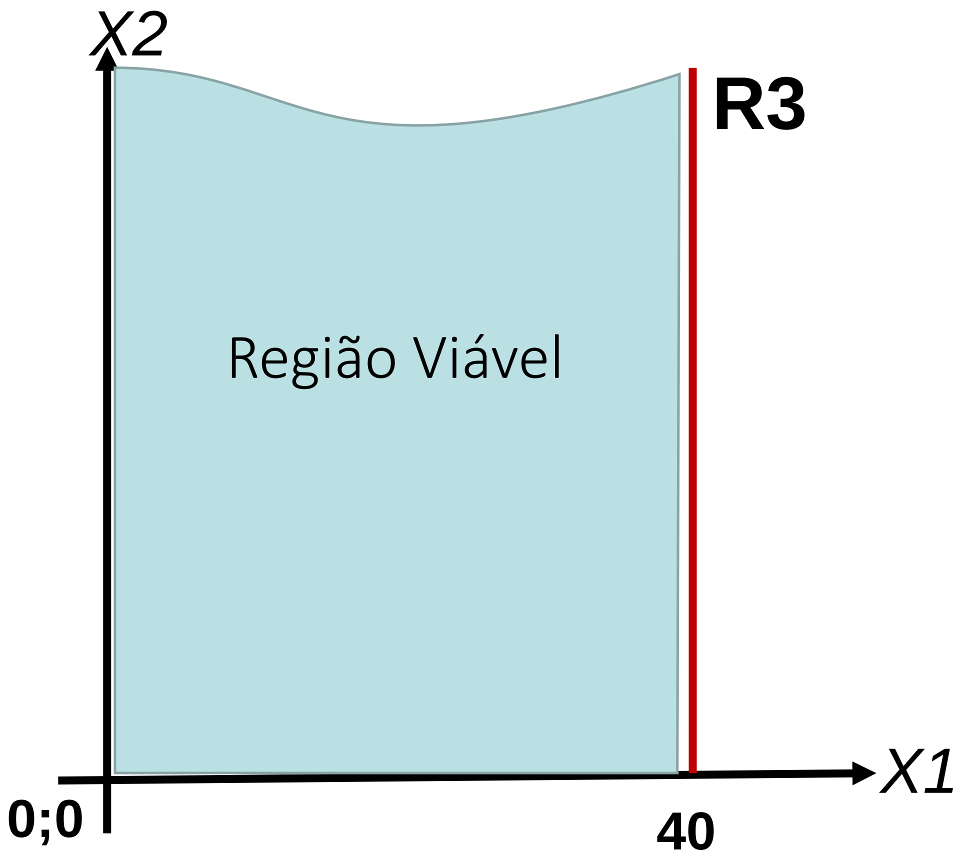
  X1 + X2 <= 80 (R2)

  X1 <=40 (R3)

  X1 >=0; (R4)

  X2 >=0; (R5)

3. Solução Gráfica



- Max f = 3 X1 + 2 X2

  Sujeito a:

  2 X1 + X2 <= 100 (R1)

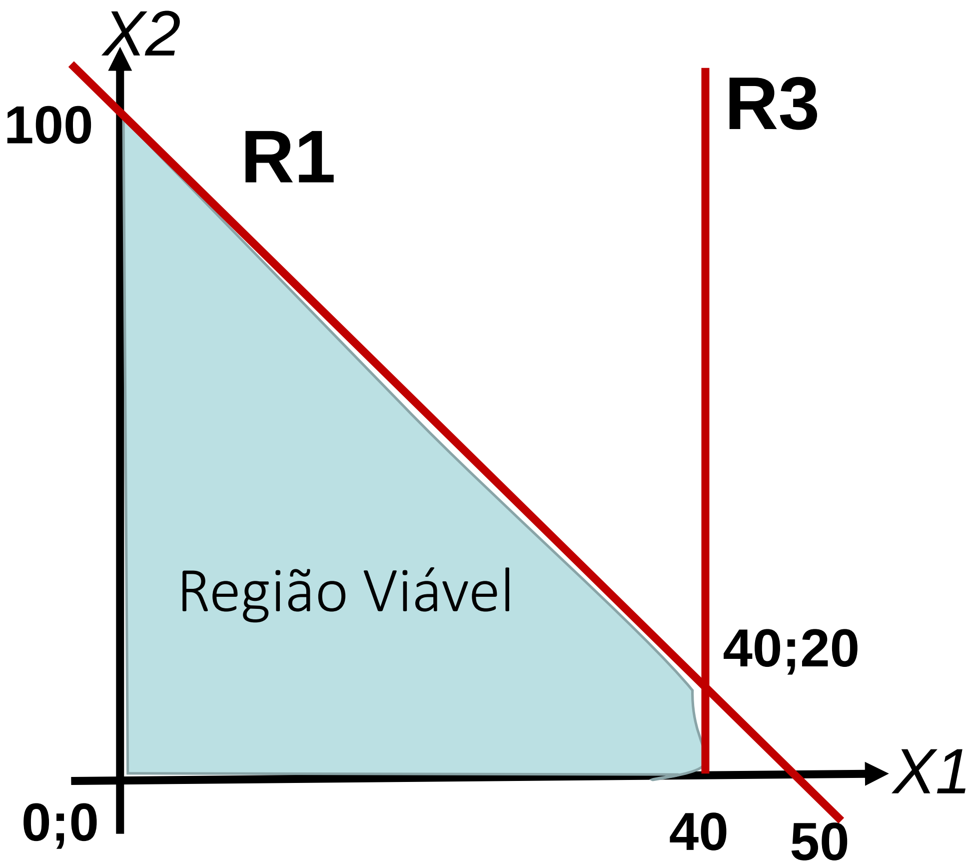
  X1 + X2 <= 80 (R2)

  X1 <=40 (R3)

  X1 >=0; (R4)

  X2 >=0; (R5)

3. Solução Gráfica



- Max f = 3 X1 + 2 X2

  Sujeito a:

  2 X1 + X2 <= 100 (R1)

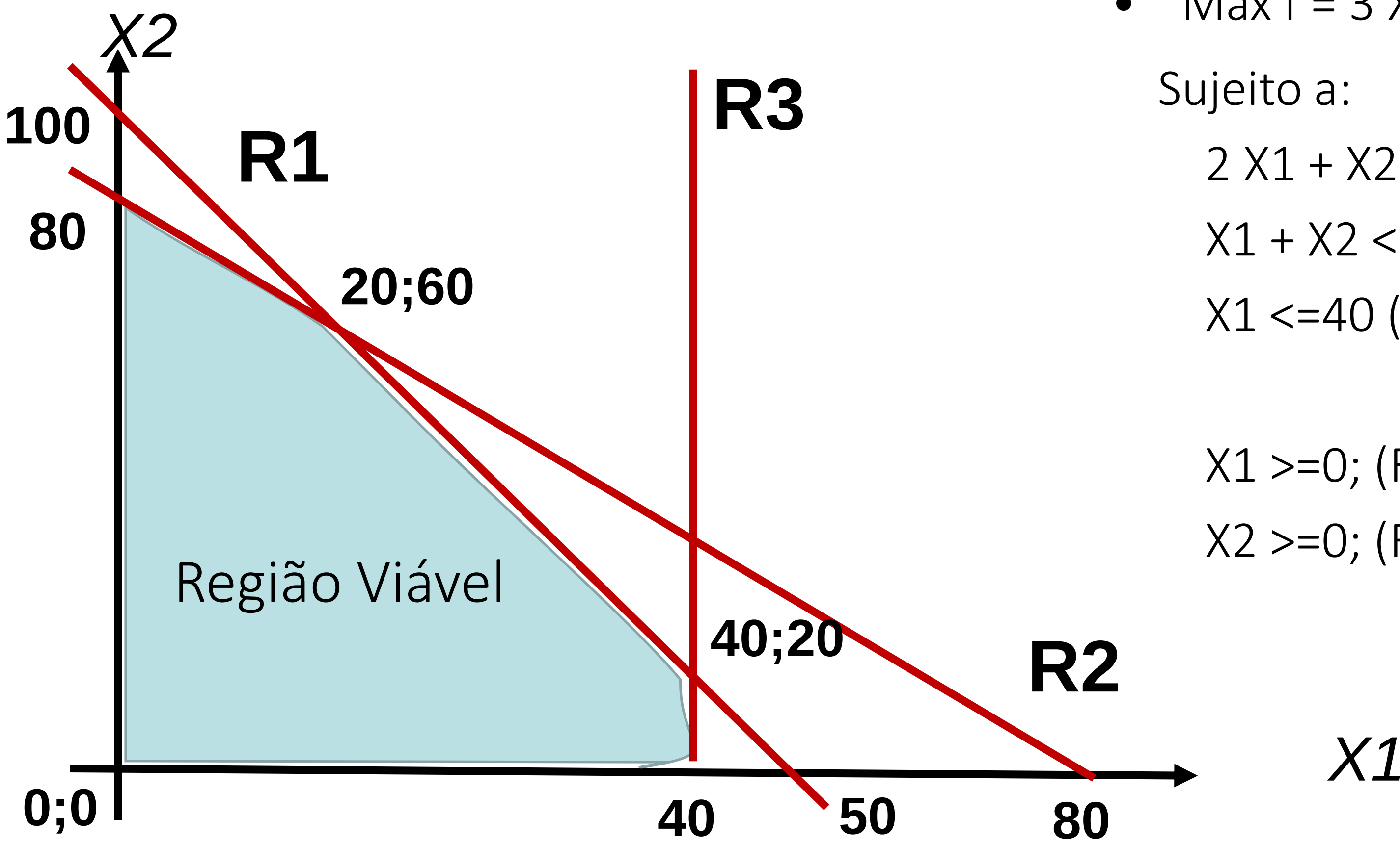
  X1 + X2 <= 80 (R2)

  X1 <=40 (R3)

  X1 >=0; (R4)

  X2 >=0; (R5)

3. Solução Gráfica



- Max f = 3 X1 + 2 X2

  Sujeito a:

  2 X1 + X2 <= 100 (R1)

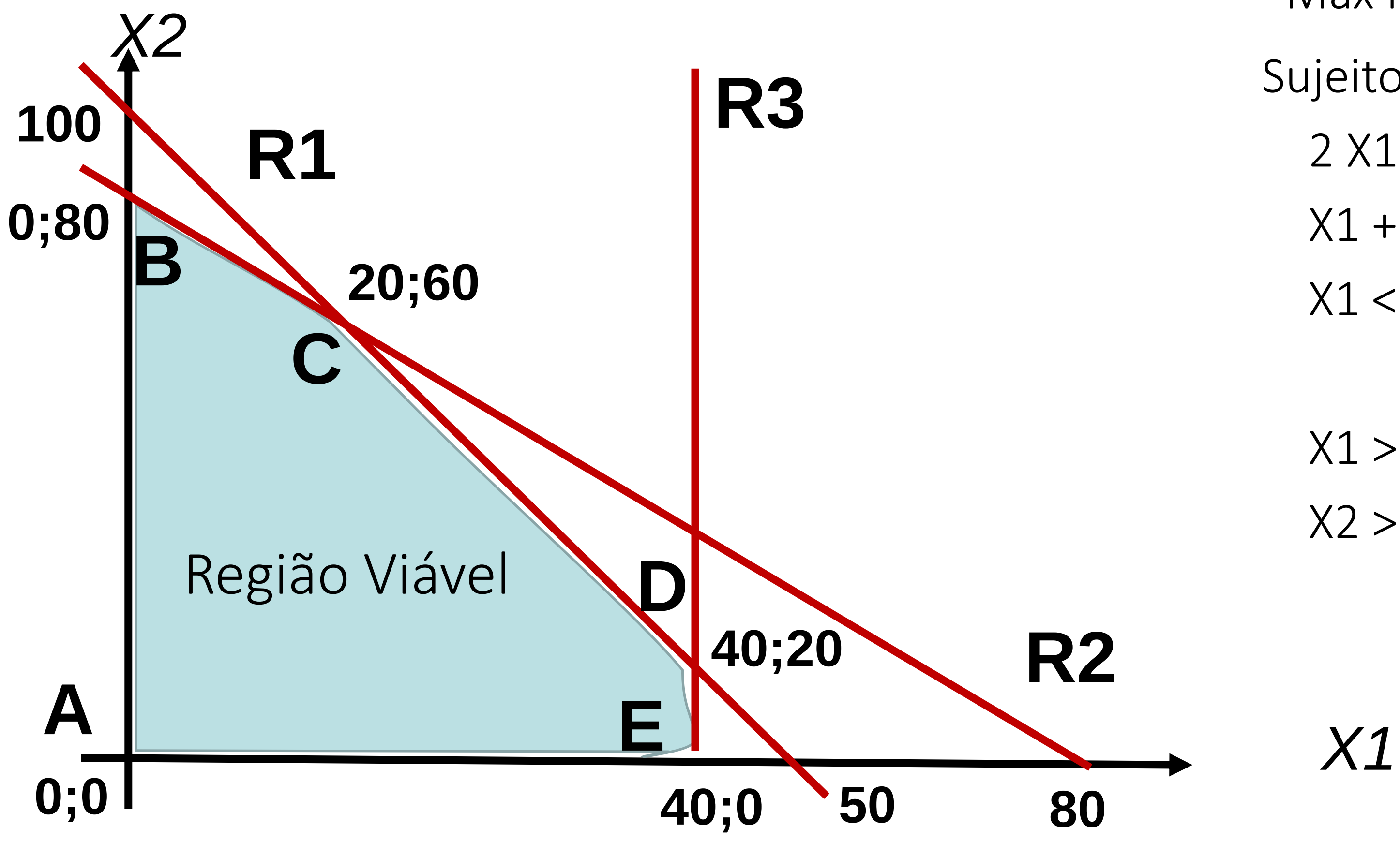
  X1 + X2 <= 80 (R2)

  X1 <=40 (R3)

  X1 >=0; (R4)

  X2 >=0; (R5)

3. Solução Gráfica



- Max f = 3 X1 + 2 X2

  Sujeito a:

  2 X1 + X2 <= 100 (R1)

  X1 + X2 <= 80 (R2)

  X1 <=40 (R3)

  X1 >=0; (R4)

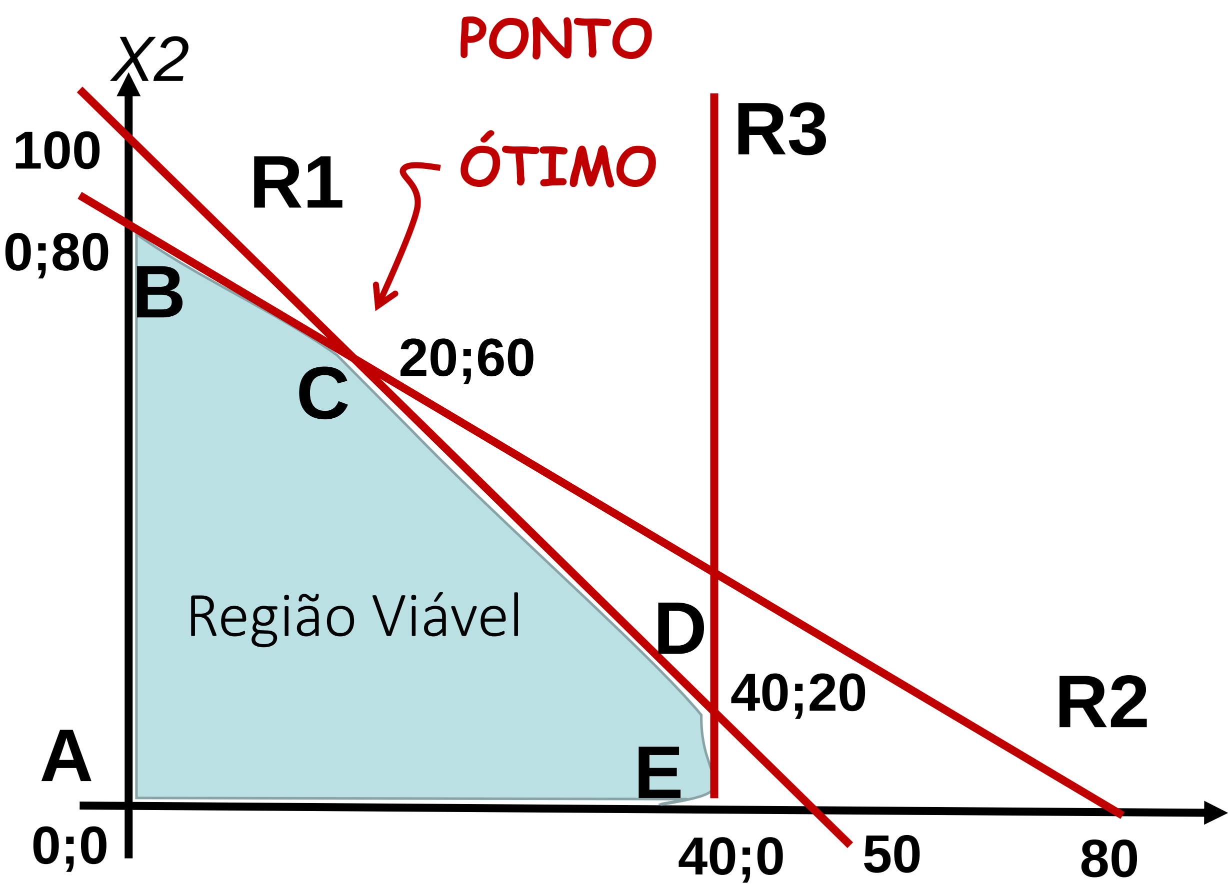
  X2 >=0; (R5)

3. Solução Gráfica

Identificação do ponto ótimo:

- A região viável de um PPL, sempre é um polígono para problemas de duas variáveis (poliedro para 3 variáveis ou hiper-poliedro para mais de 3 dimensões).
- Outra caraterística, de um PPL, é que a solução ótima sempre estará em um dos vértices da região viável;
- Se uma solução em um vértice é melhor (ou igual) que todas as soluções nos **vértices adjacentes a ela**, então é melhor (ou igual) que todas as demais soluções factíveis existentes nos vértices, isto é, é uma **solução ótima**.

3. Solução Gráfica



Max f = 3 X1 + 2 X2

Sujeito a:

2 X1 + X2 <= 100 (R1)

X1 + X2 <= 80 (R2)

X1 <=40 (R3)

X1 >=0; (R4)

X2 >=0; (R5)

f(A) = f(0;0) = 0; f(B) = f(0;80) = 160; **f(C) = f(20;60) = 180;**
f(D) = f(40;20) = 160; f(E)= f(40;0) = 120

3. Solução Gráfica

Problema da Montadora de Notebooks

Uma empresa resolveu desenvolver 2 modelos de notebooks a preços populares. O modelo **M1**, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de montagem em relação ao modelo **M2**. Se todos os notebooks fossem do modelo **M2**, a empresa teria tempo disponível para montar 1000 unidades por dia. Porém a disponibilidade de material permite fabricar no máximo 800 notebooks de ambos os modelos por dia. Os dois modelos empregam telas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para **M1** e 700 para **M2**. Os lucros unitários são de $ 400,00 para **M1** e $ 300,00 para **M2**. Qual o programa ótimo de produção que maximiza o lucro total diário da empresa? Construa o modelo do sistema e encontre a solução pelo método gráfico.

3. Solução Gráfica

Variáveis:

X1: Quantidade de notebooks do modelo M1 a ser montada por dia

X2: Quantidade de notebooks do modelo M2 a ser montada por dia

Maximizar $L = 400\ X1 + 300\ X2$

Sujeito à

$X1 + X2 \leq 800$ (R1) (Restrição de material disponível para a montagem)

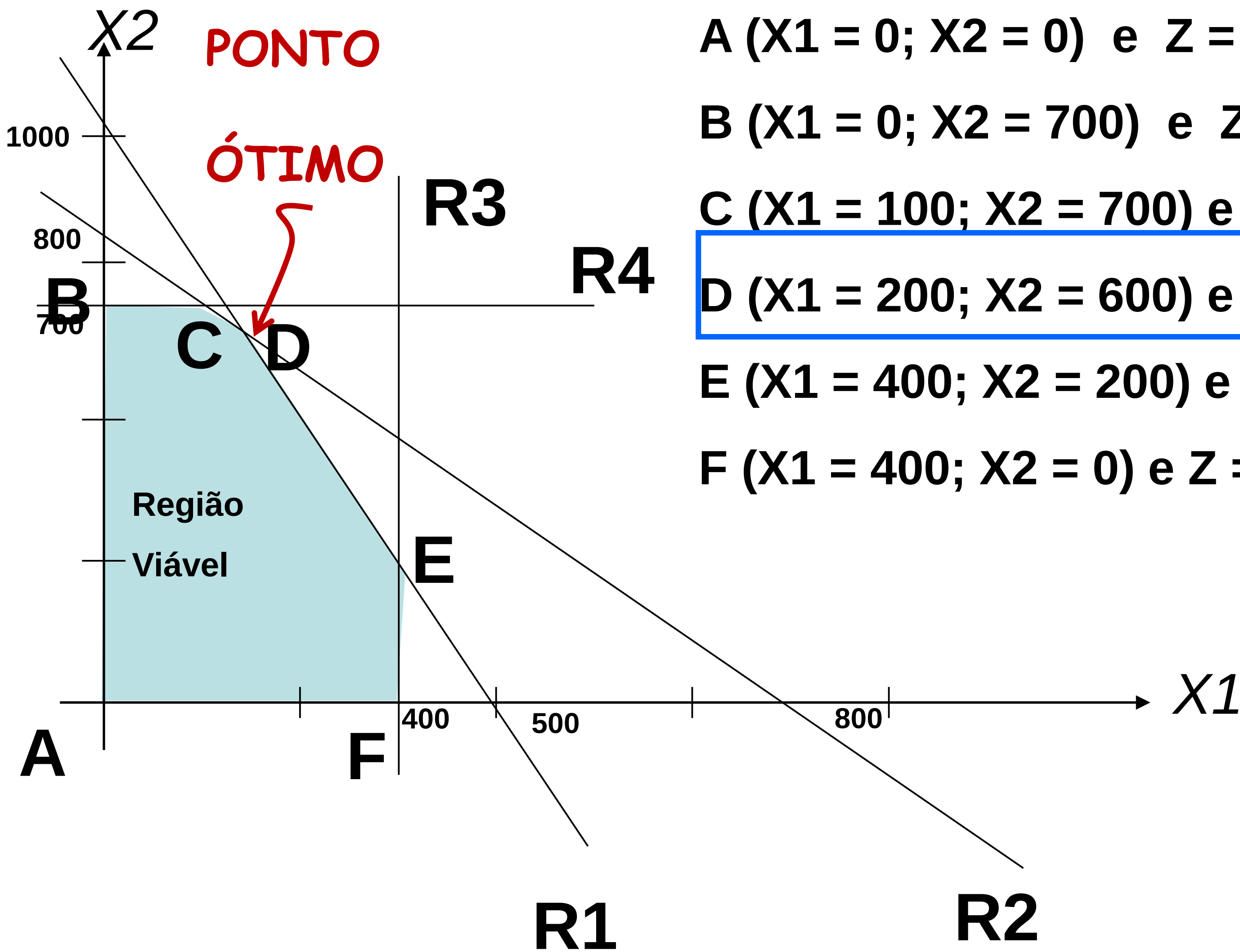
$2X1 + X2 \leq 1000$ (R2) (Restrição de horas de montagem disponíveis)

$X1 \leq 400$ (R3) (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)

$X2 \leq 700$ (R4) (Restrição número de telas do modelo 2 disponíveis)

$X1, X2 \geq 0$

3. Solução Gráfica



Vértices do Polígono:

A (X1 = 0; X2 = 0) e Z = 0

B (X1 = 0; X2 = 700) e Z = 210000

C (X1 = 100; X2 = 700) e Z = 250000

$\boxed{\textbf{D (X1 = 200; X2 = 600) e Z = 260000}}$

E (X1 = 400; X2 = 200) e Z = 220000

F (X1 = 400; X2 = 0) e Z = 160000

3. Solução Gráfica

A Só Bicicletas (SB) é uma empresa que atua no ramo de produção de bicicletas, e acaba de lançar 2 modelos de bicicletas, um para meninos e outro para meninas. O departamento de marketing recomenda que ao menos 250 bicicletas de cada modelo sejam produzidos. O lucro unitário na produção e venda da bicicleta feminina é de \$50 e da masculina é de \$30. A empresa conta para a produção destes dois modelos com 200 trabalhadores no setor de fabricação (por turno) e 100 trabalhadores no setor de montagem (por turno). A empresa trabalha em três turnos de 8 horas por dia. O modelo feminino necessita de 4 horas de mão de obra para fabricação e de 2 horas para montagem. O modelo masculino de 4 horas de mão de obra para fabricação e de 1 hora para montagem. Formule um modelo que informe o plano de produção diário que maximiza seu lucro e resolva graficamente.

3. Solução Gráfica

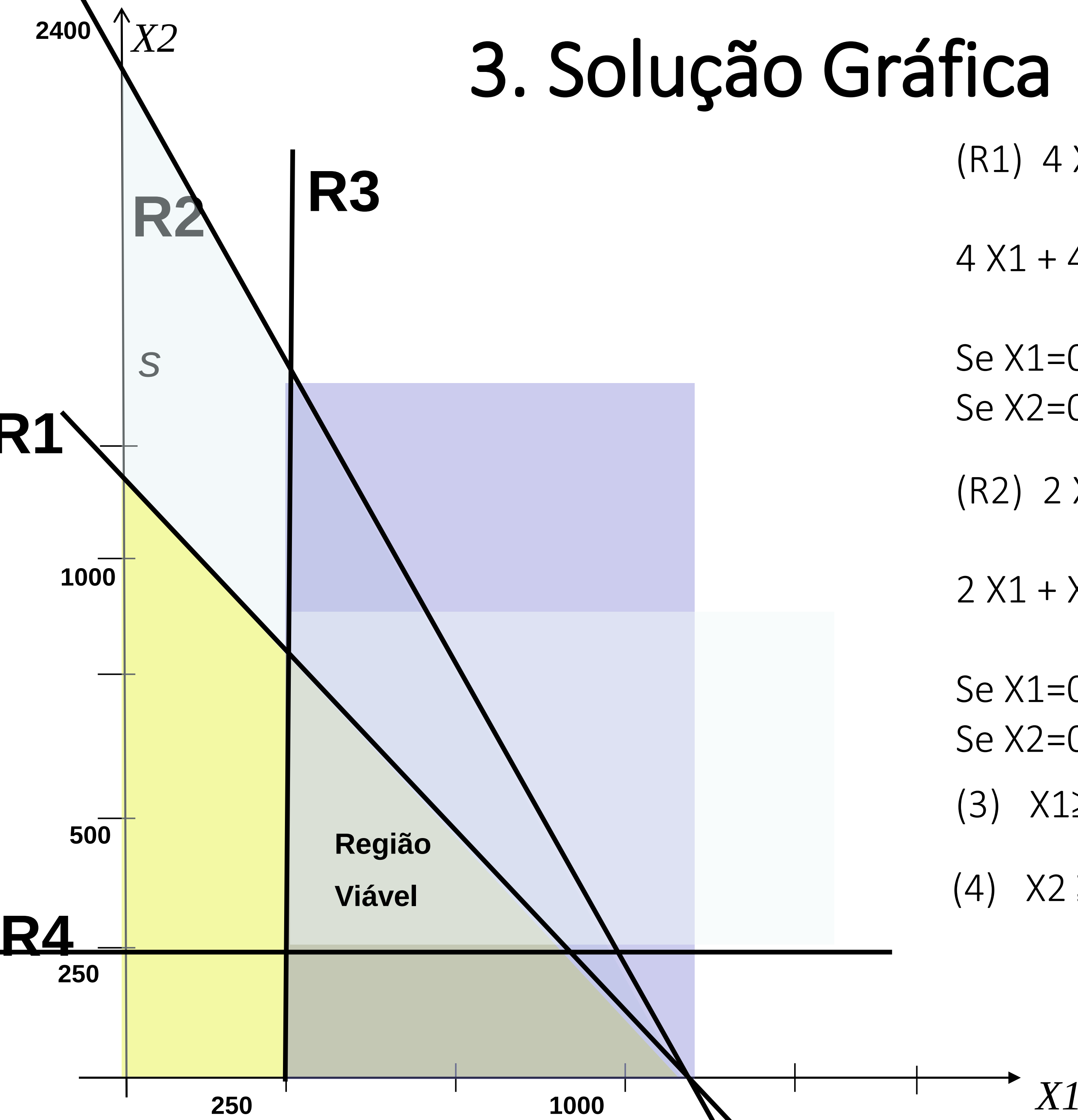
Variáveis de decisão:
X1: quantidade de bicicletas femininas produzidas;
X2: quantidade de bicicletas masculinas produzidas;

Maximizar Lucro = 50 X1 + 30 X2

Sujeito a:

R1: 4 X1 + 4 X2 <=4800 (tempo máxima para fabricação)
R2: 2 X1 + X2 <=2400 (tempo máximo de montagem)
R3 - produção mínima do modelo feminino: X1 >= 250
R4 - produção mínima do modelo masculino: X2 > = 250

3. Solução Gráfica



(R1) $4\,X1 + 4X2 \leq 4800$

$4\,X1 + 4X2 = 4800$

Se $X1=0$, então $X2 = 1200$

Se $X2=0$, então $X1 = 1200$

(R2) $2\,X1 + X2 \leq 2400$

$2\,X1 + X2 = 2400$

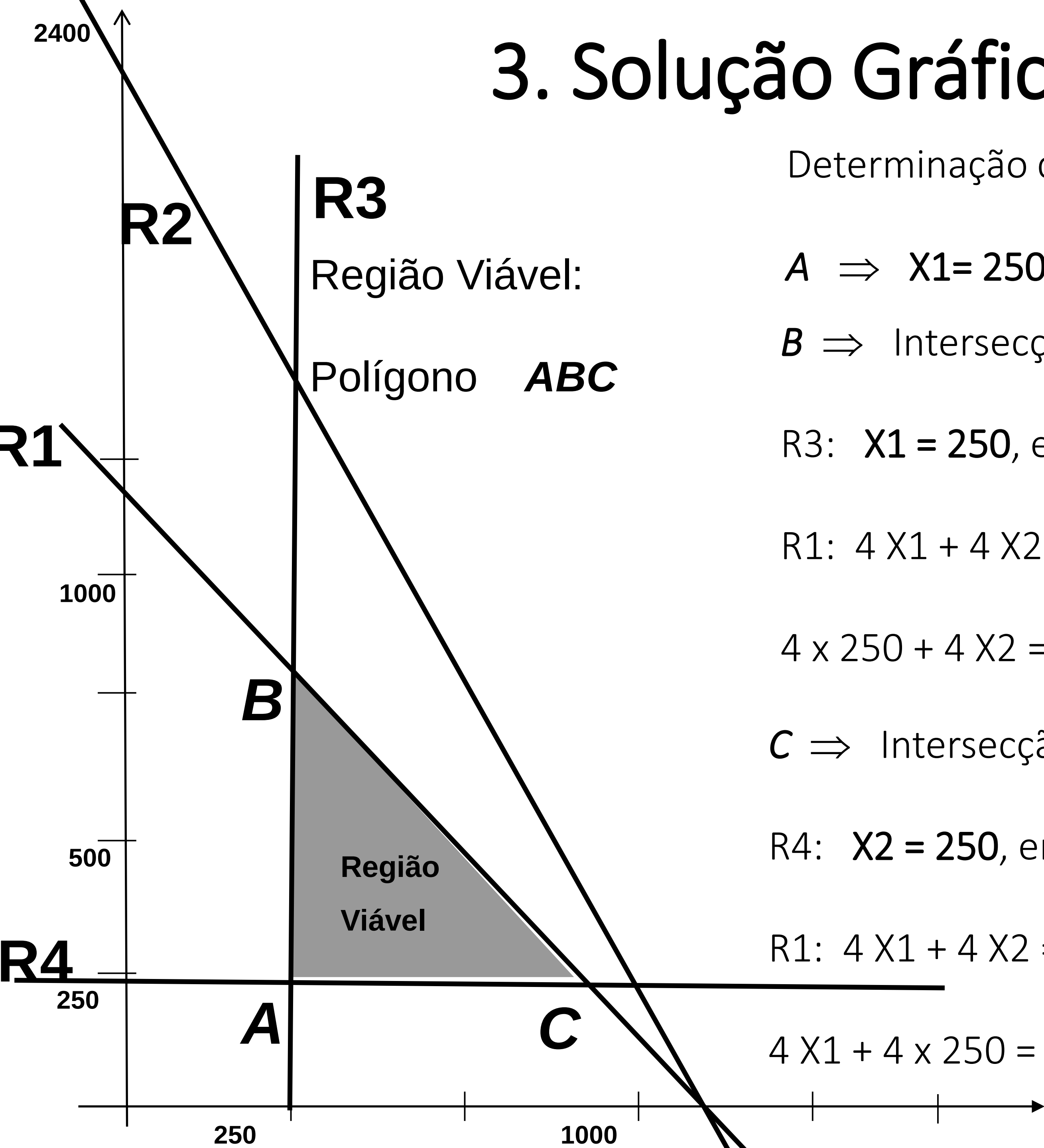
Se $X1=0$, então $X2 = 2400$

Se $X2=0$, então $X1 = 1200$

(3) $X1 \geq 250$ $X1 = 250$

(4) $X2 \geq 250$

3. Solução Gráfica



Determinação dos vértices:

A $\Rightarrow$ **X1= 250** e **X2 = 250**

B $\Rightarrow$ Intersecção entre **R1** e **R3**

R3: **X1 = 250**, em

R1: 4 X1 + 4 X2 = 4800

4 x 250 + 4 X2 = 4800, então **X2 = 950**

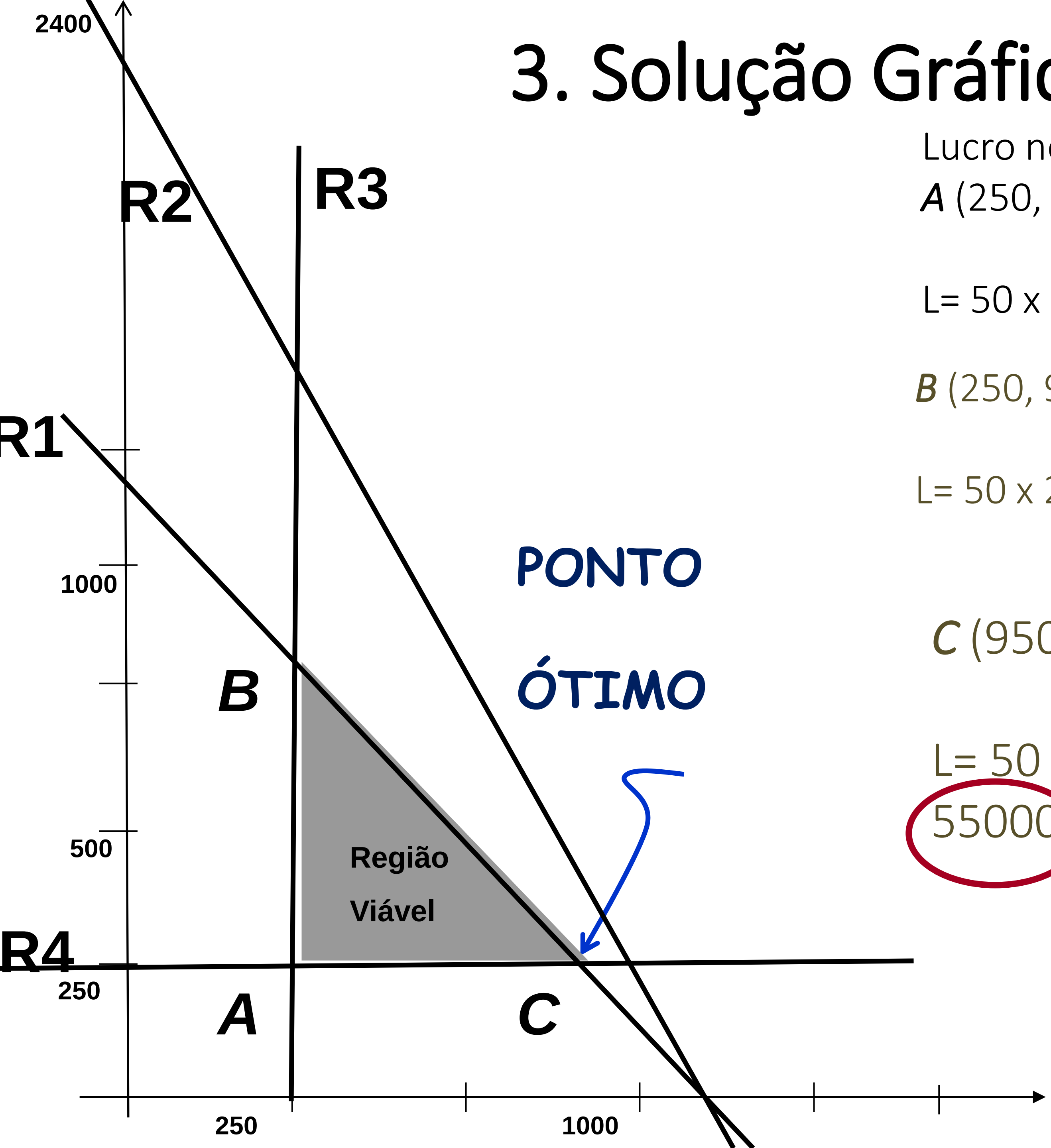
C $\Rightarrow$ Intersecção entre **R1** e **R4**

R4: **X2 = 250**, em

R1: 4 X1 + 4 X2 = 4800

4 X1 + 4 x 250 = 4800, então **X1 = 950**

3. Solução Gráfica



Lucro nos vértices:

A (250, 250)

L= 50 x 250+ 30 x 250 = 20000

B (250, 950)

L= 50 x 250+ 30 x 950 = 41000

C (950, 250)

L= 50 x 950+ 30 x 250 = 55000

3. Solução Gráfica

"Problema da dieta"

Um fabricante de ração para aves, utiliza dois produtos na composição da ração.

Cada produto tem um custo e uma quantidade de nutrientes diferentes.

Quanto às aves, sabe-se que uma ave necessita de uma alimentação de nutrientes, cujas quantidades mínimas (em unidade por quilo) obtidas dos produtos A e B, estão descritas abaixo. Quanto deve ser utilizado de cada produto na formulação da ração, minimizar o custo.

	Composição (Unid. de nutriente por kg)		
Nutrientes	**Produto A**	**Produto B**	**Requisito mínimo diário**
Tipo 1	**3**	**2**	**60**
Tipo 2	**7**	**2**	**84**
Tipo 3	**3**	**6**	**72**
Custo (R$)	**R$ 10,00**	**R$ 4,00**	

3. Solução Gráfica

Variáveis de decisão:

$X1$: Qde do produto A a ser introduzido na ração (Kg/dia)
$X2$: Qde do produto B a ser introduzido na ração(Kg/dia)

Minimizar Custo: $C = 10\ X1 + 4\ X2$

Sujeito à

$$3\ X1 + 2X2 \geq 60$$

$$7\ X1 + 2X2 \geq 84$$

$$3\ X1 + 6X2 \geq 72$$

$$X1 \geq 0;\ \ X2 \geq 0$$

3. Solução Gráfica

Minimizar $C = 10\,X1 + 4X2$

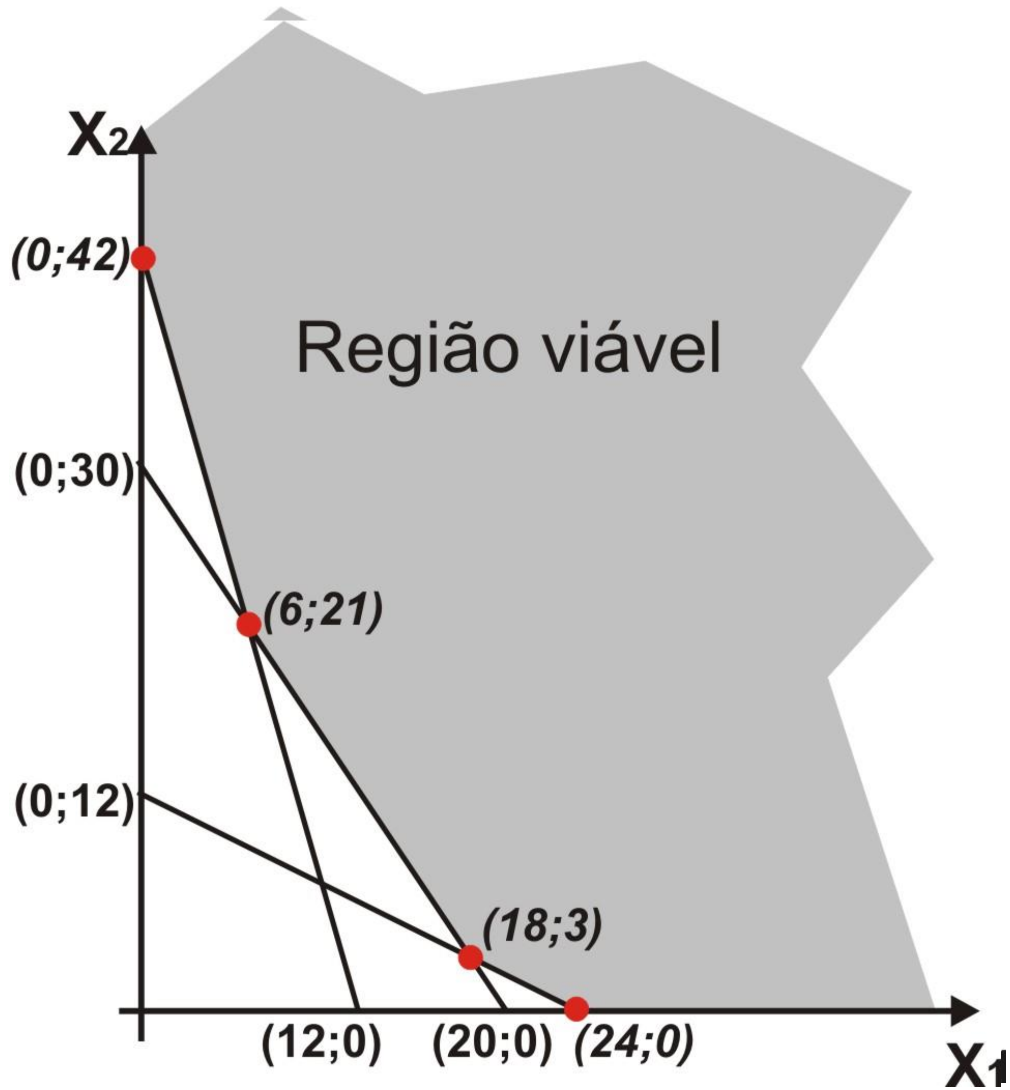
Sujeito à

$$3\,X1 + 2X2 \geq 60$$

$$7\,X1 + 2X2 \geq 84$$

$$3\,X1 + 6X2 \geq 72$$

$$X1 \geq 0; \; X2 \geq 0$$



3. Solução Gráfica: casos especiais

Um agricultor pretende cultivar 80 ha de terra com tomate e trigo de forma a maximizar a receita. As receitas resultantes de cada hectare de tomate e trigo são R$ 300,00 e R$ 200,00 respectivamente. As necessidades de recursos para cada cultura e a disponibilidade desses recursos estão no quadro a seguir.

Recursos	Necessidades (por há)		Disponibilidade
	Tomate	Trigo	
Agua (em mil litros)	1	0	40
Fertilizantes (em Kg)	2	1	100

Construir o modelo matemático que indique o número de há dedicadas a cada cultura. Resolver graficamente.

3. Solução Gráfica: casos especiais

X: ha dedicadas ao cultivo do tomate;

Y: ha dedicadas ao cultivo do trigo;

Maximizar Receita = $300 X + 200 Y$

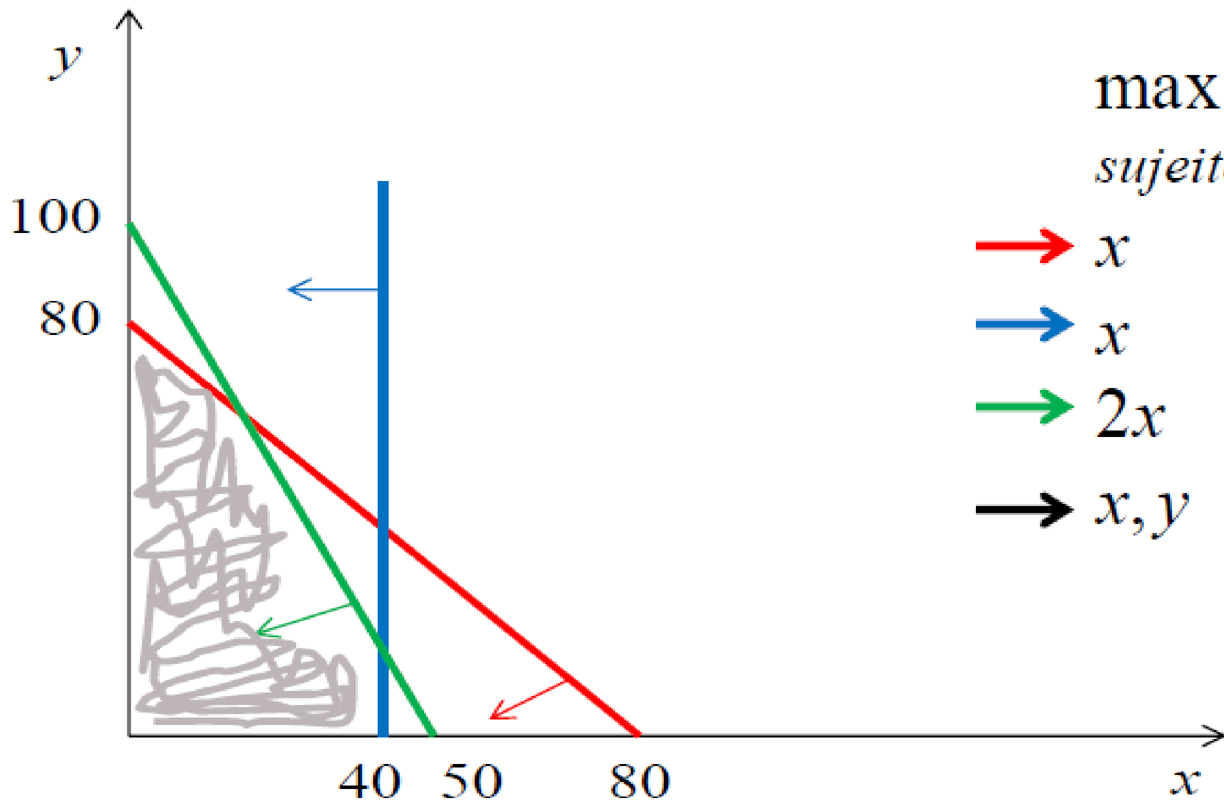
Sujeito a:

$X + Y <= 80$ (restrição da disponibilidade de ha)

$X \quad <= 40$ (restrição da disponibilidade de água)

$2 X + Y <= 100$ (restrição da disponibilidade de fertilizantes)

3. Solução Gráfica: casos especiais

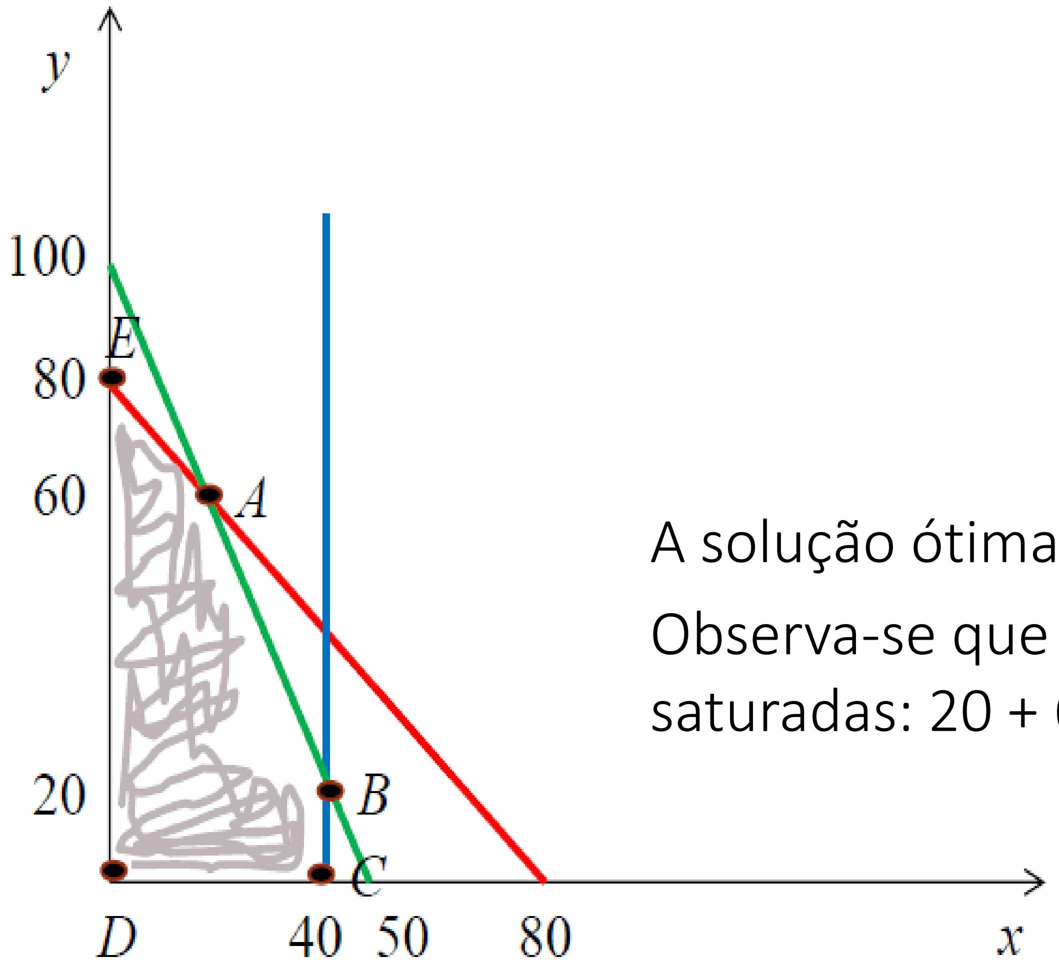


$$\max 300x + 200y$$

sujeito a

$$\begin{aligned} x \quad &+ y &\leq 80 \\ x \quad & &\leq 40 \\ 2x \quad &+ y &\leq 100 \\ x, y \quad & &\geq 0 \end{aligned}$$

3. Solução Gráfica: casos especiais

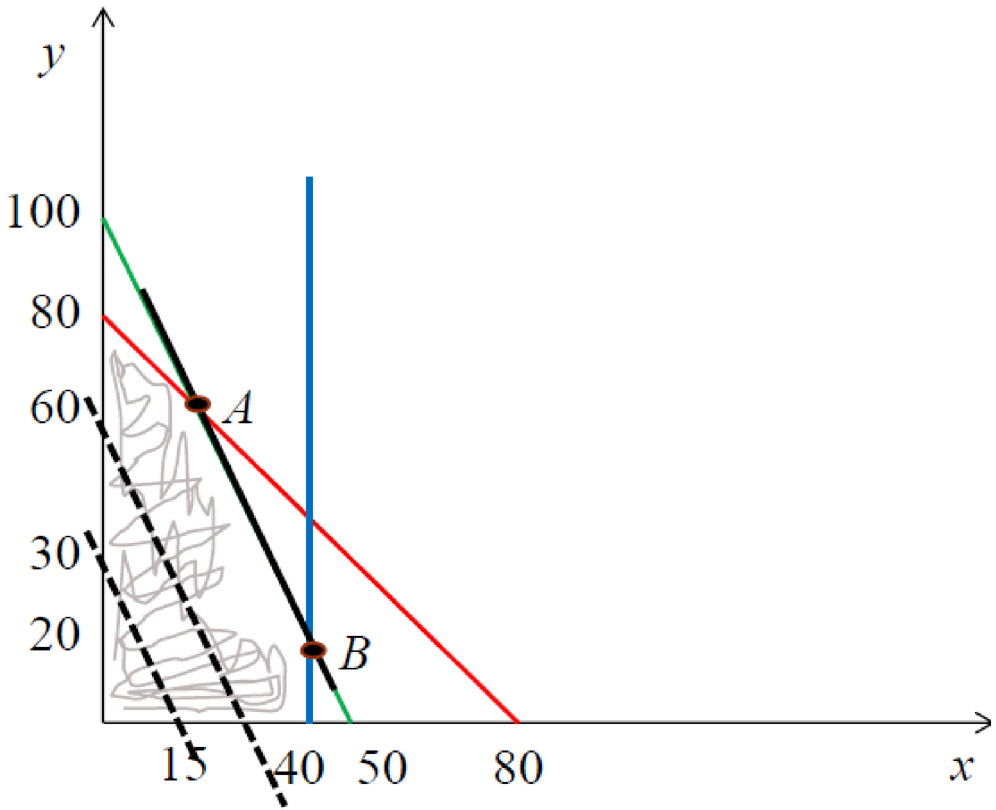


$$
\begin{array}{llll}
\max 300x + 200y & & & \\
\textit{sujeito a} & & & \\
x & +y & \le 80 \\
x & & \le 40 \\
2x & +y & \le 100 \\
x, y & & \ge 0
\end{array}
$$

A solução ótima é no ponto A=(20,60).

Observa-se que as restrições 1 e 3 ficam saturadas: 20 + 60 = 80 e 2 . 20 + 60 =100

3. Solução Gráfica: casos especiais

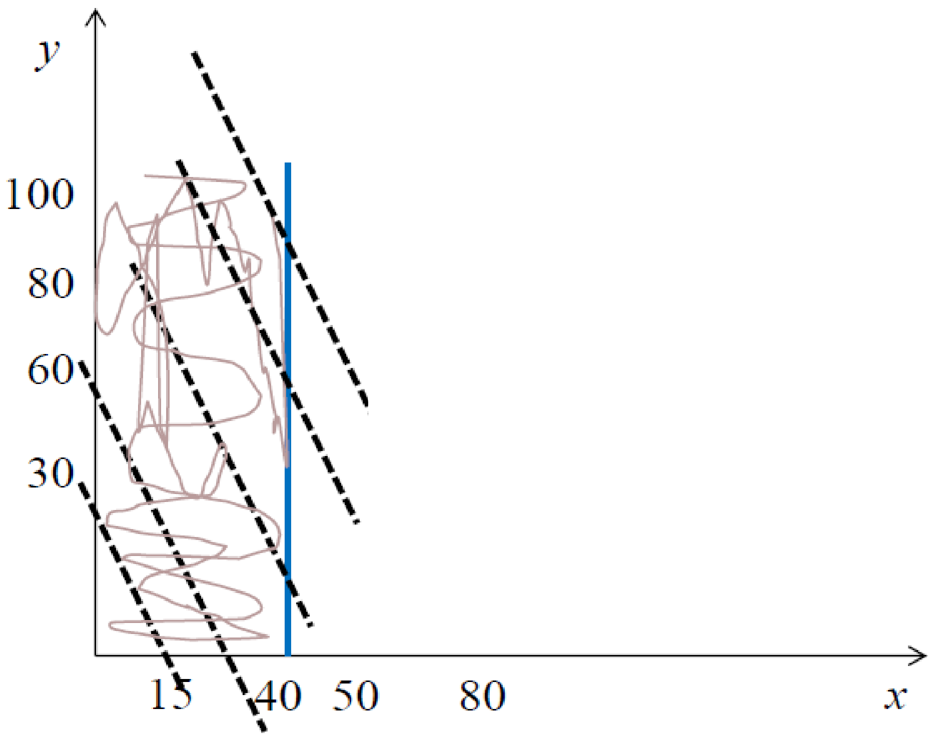


$$
\begin{aligned}
&\max 400x + 200y \\
&\textit{sujeito a} \\
&x + y \leq 80 \\
&x \leq 40 \\
&2x + y \leq 100 \\
&x, y \geq 0
\end{aligned}
$$

A solução ótima é no ponto A=(20,60) e no ponto B = (40,20) (tem o mesmo valor da função objetivo).

Soluções múltiplas (qualquer ponto da reta entre A e B é solução).

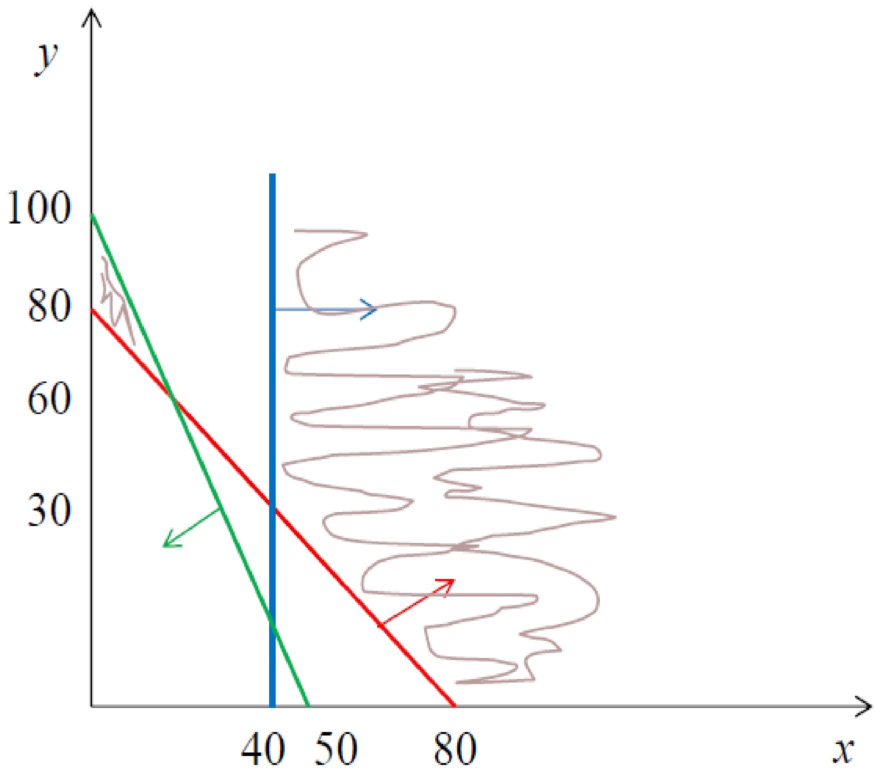
3. Solução Gráfica: casos especiais



$$\max 400x + 200y$$
sujeito a
$$x \leq 40$$
$$x, y \geq 0$$

Não tem solução ótima, ela é **ilimitada** (infinito).

3. Solução Gráfica: casos especiais



$$\max 400x + 200y$$

sujeito a

$$x + y \geq 80$$

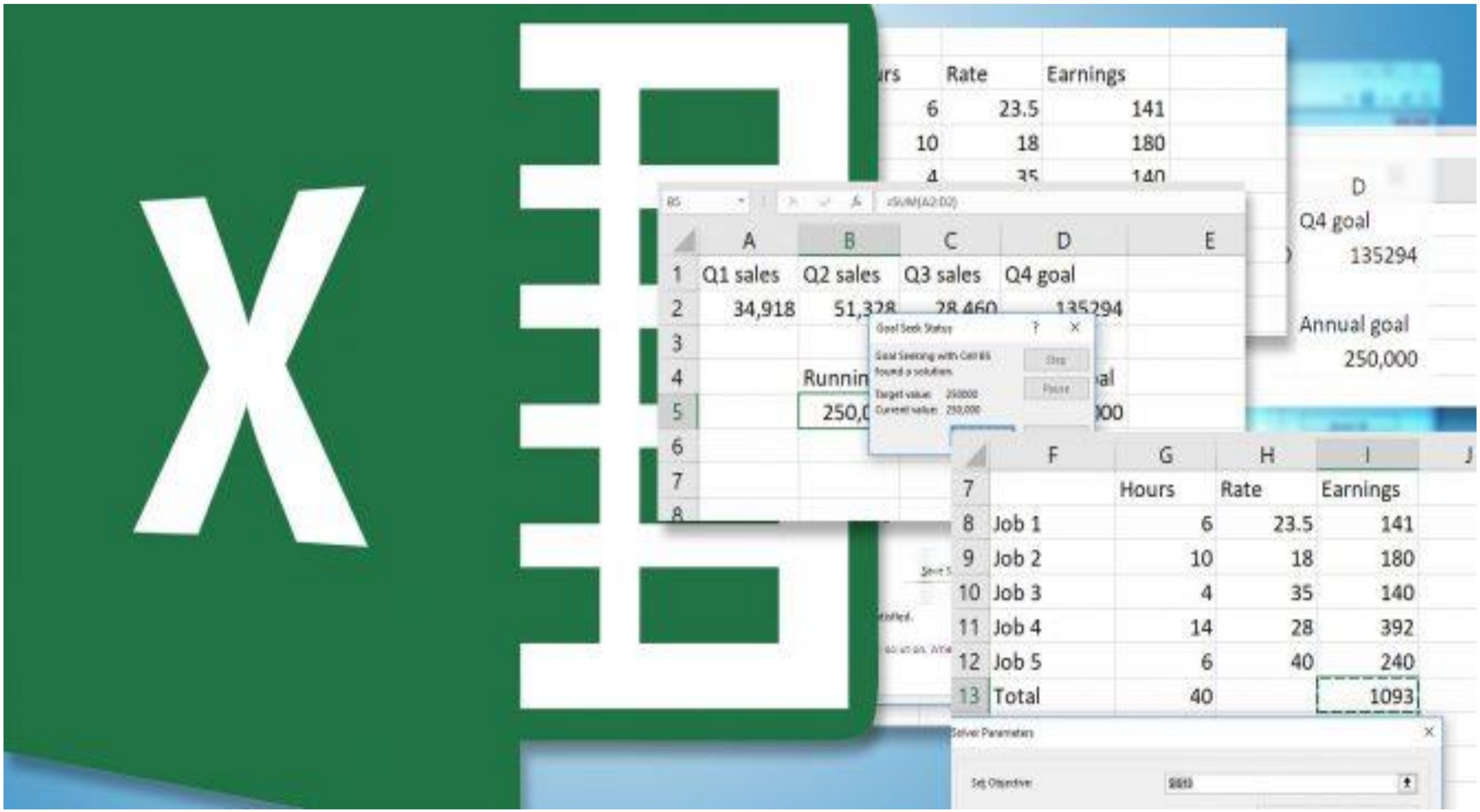
$$x \geq 40$$

$$2x + y \leq 100$$

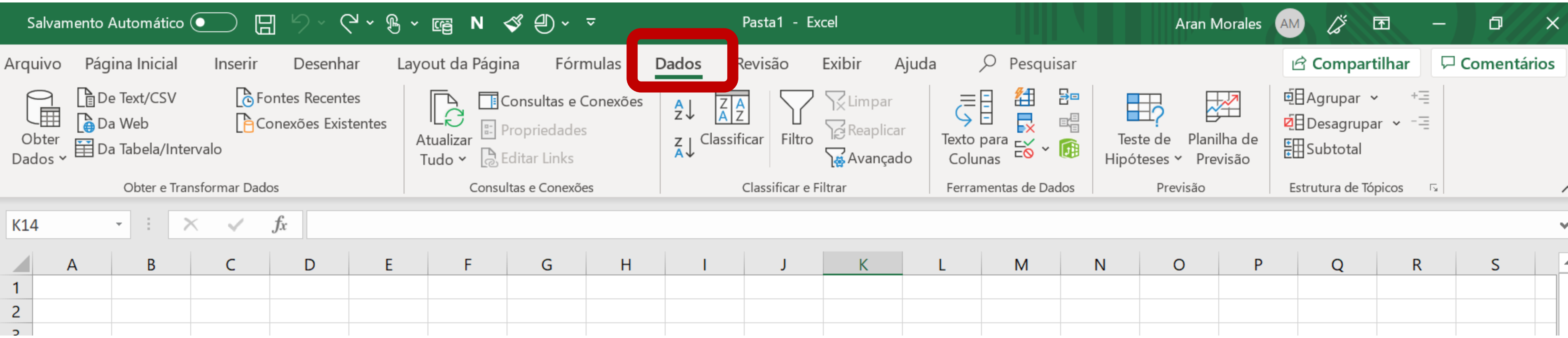
$$x, y \geq 0$$

Não existe região viável, então **não existe solução**.

4. Resolução de PPL no Excel



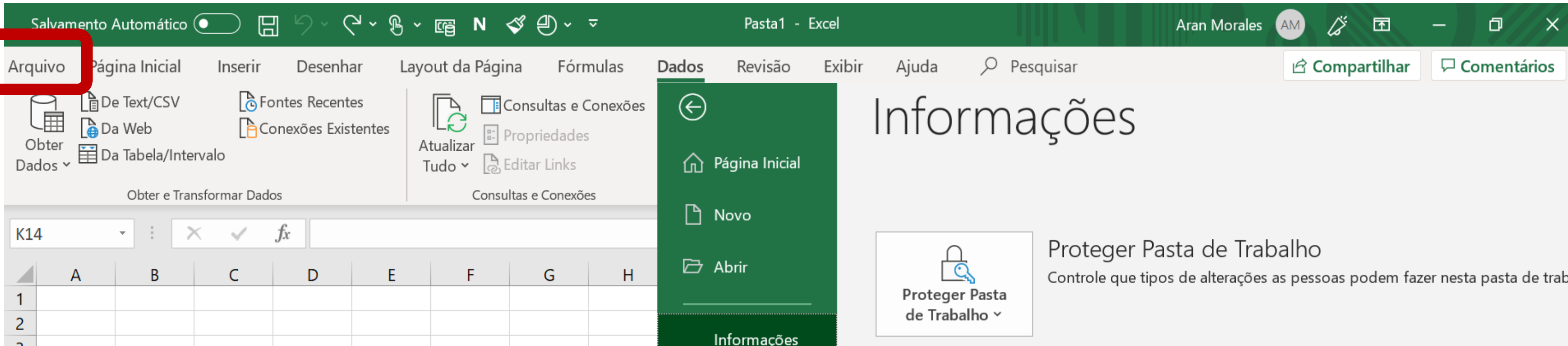
Resolução de PPL no Excel



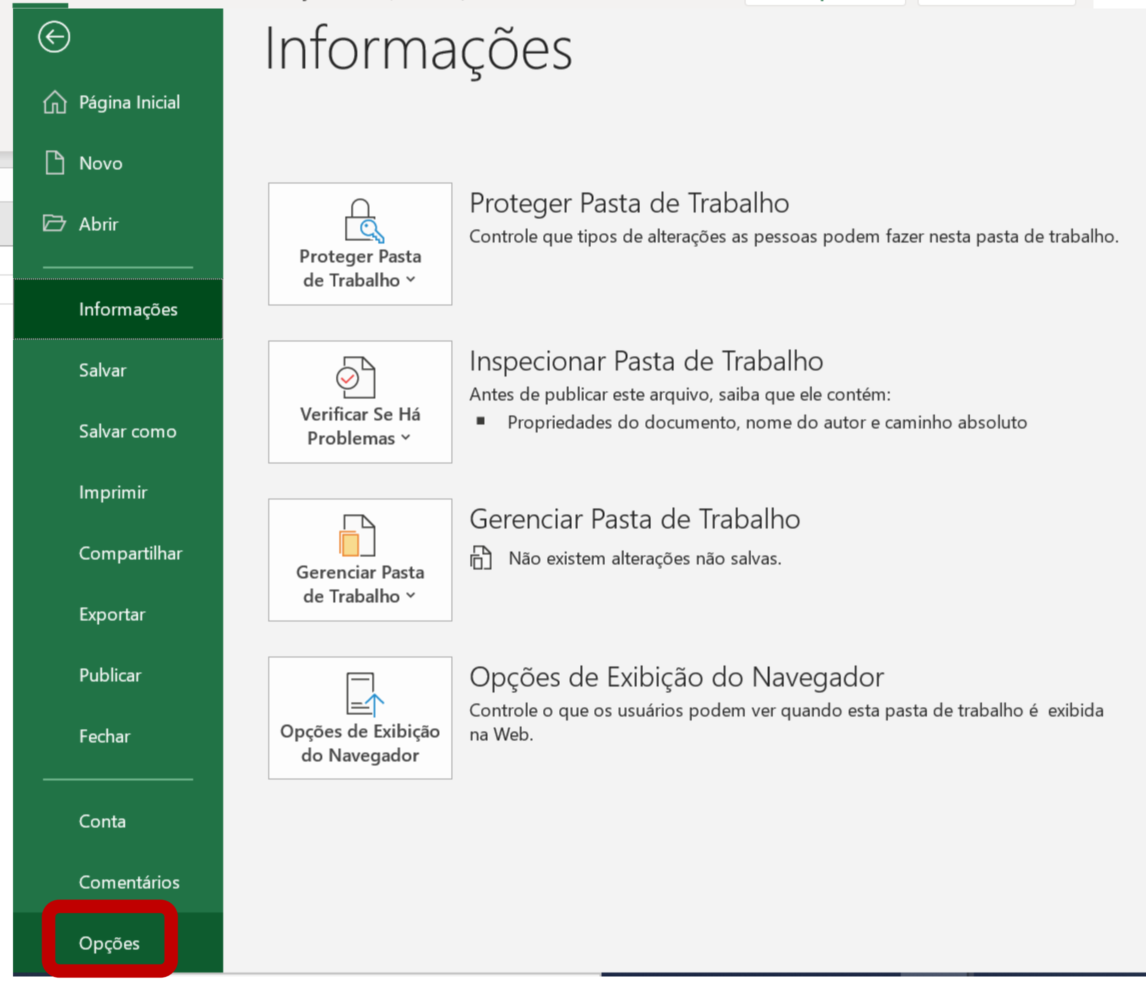
Abra um arquivo Excel e verifique na opção “Dados” se aparece a opção “Análise” - “Solver”.

Se a opção não estiver presente, nos próximos slides mostramos a instalação do “Solver”

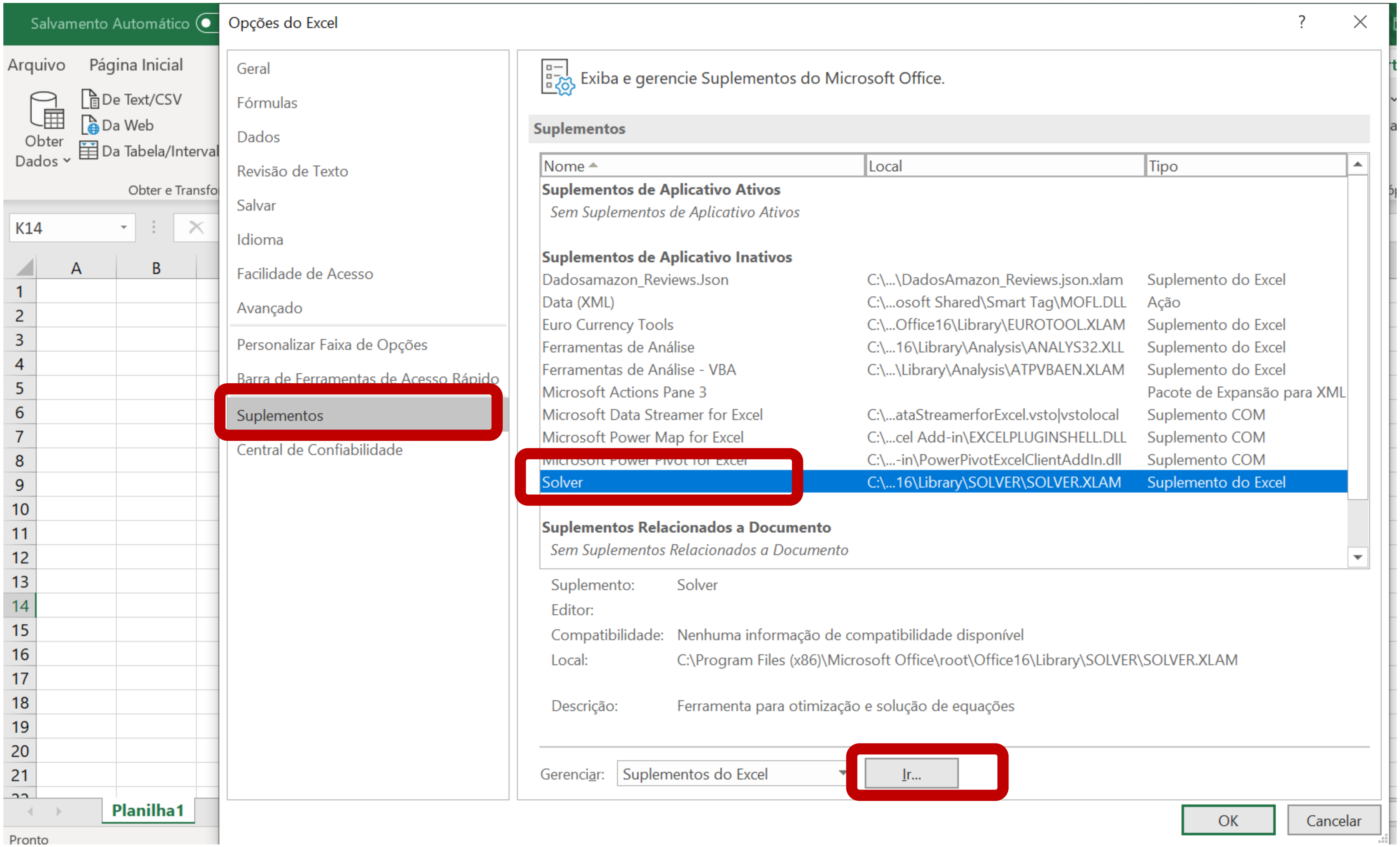
Resolução de PPL no Excel



Escolha a opção “Arquivo” e depois a opção “Opções”.

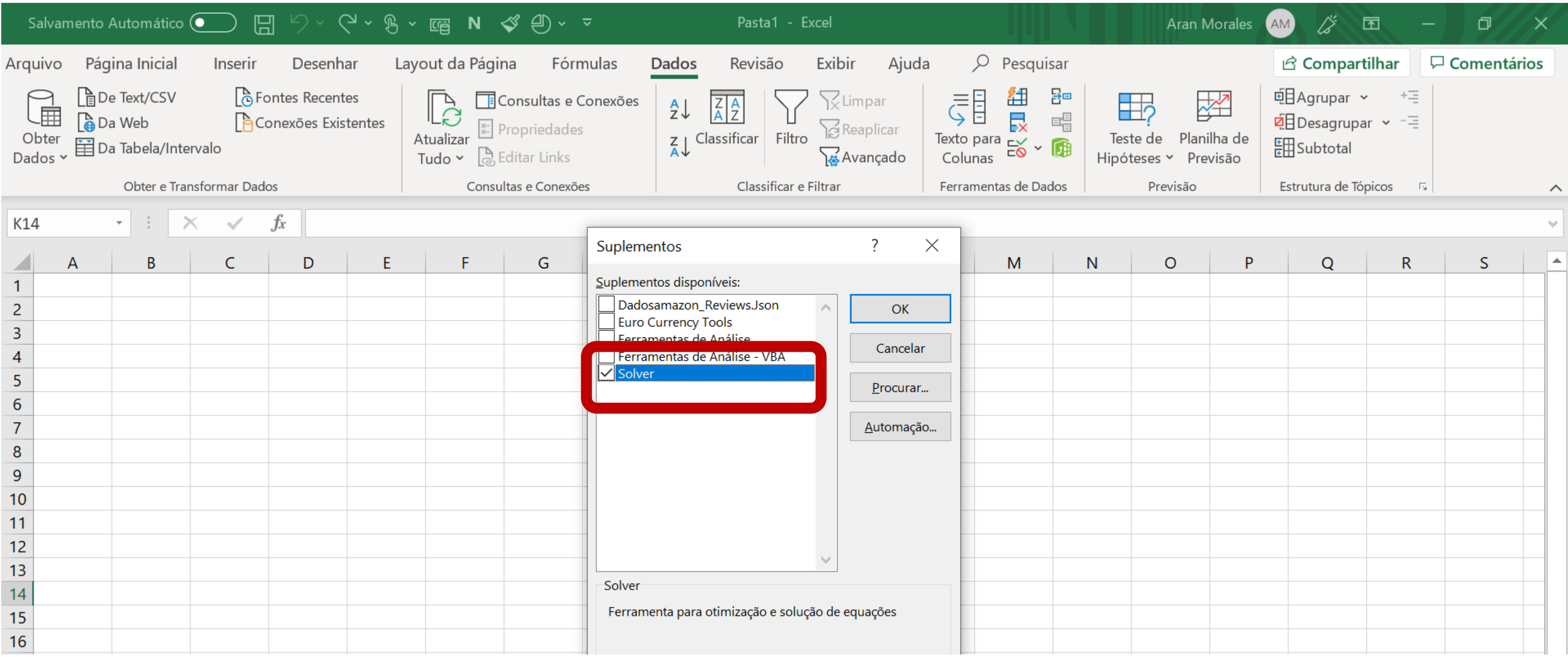


Resolução de PPL no Excel



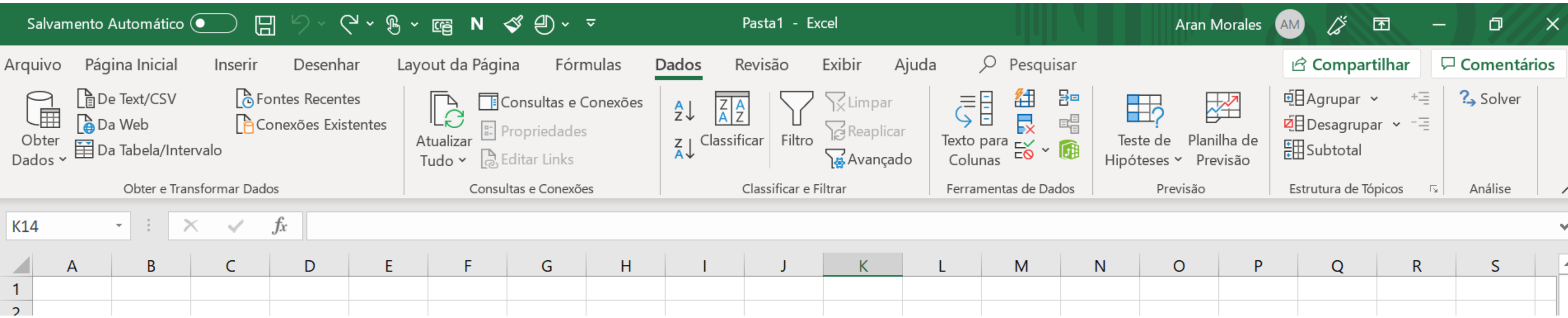
No menu de "Opções", escolher "Suplementos", depois "Solver", para dar um clik na opção "Ir . . ."

Resolução de PPL no Excel



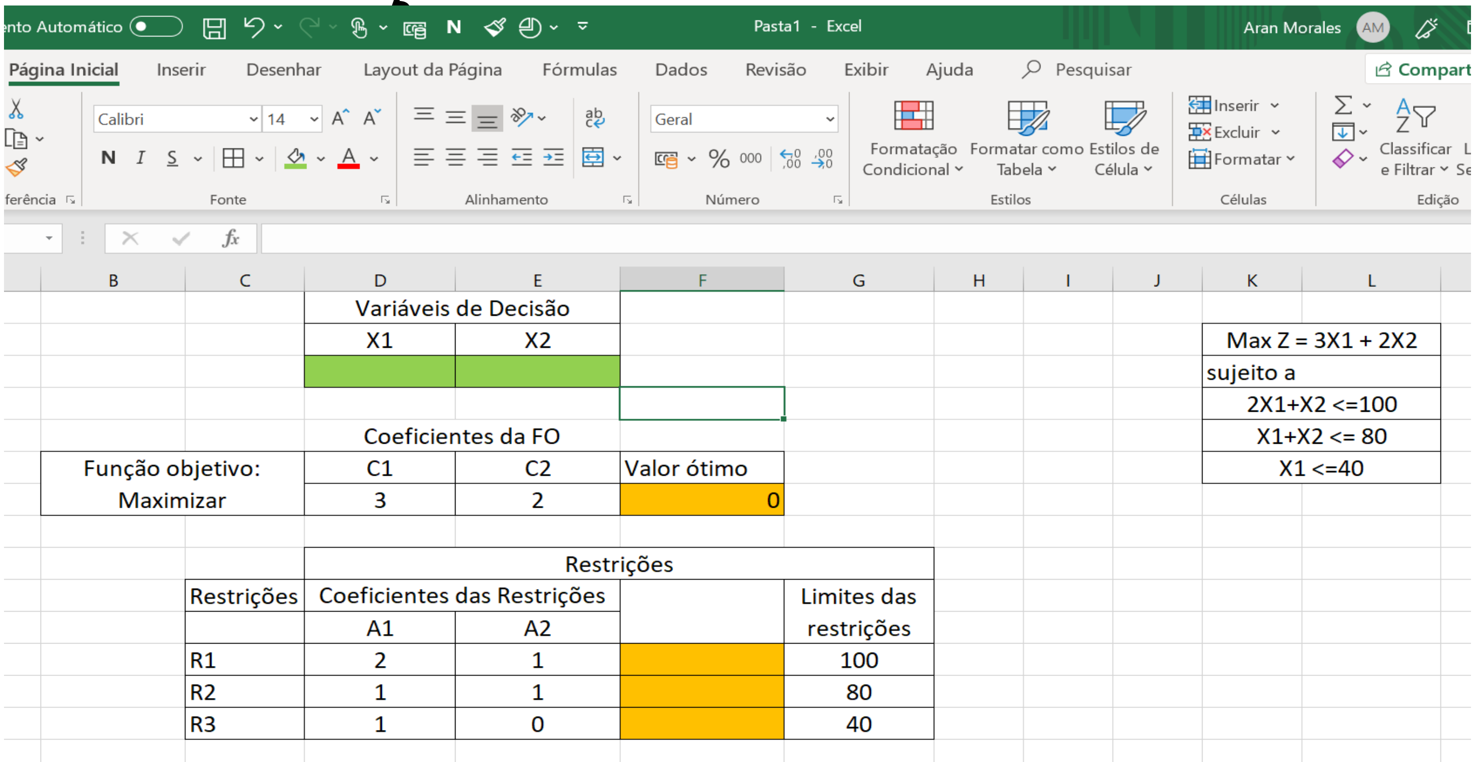
Aparecerá o menu “Suplementos”, onde escolhemos a opção “Solver” e damos um click no “OK”.

Resolução de PPL no Excel



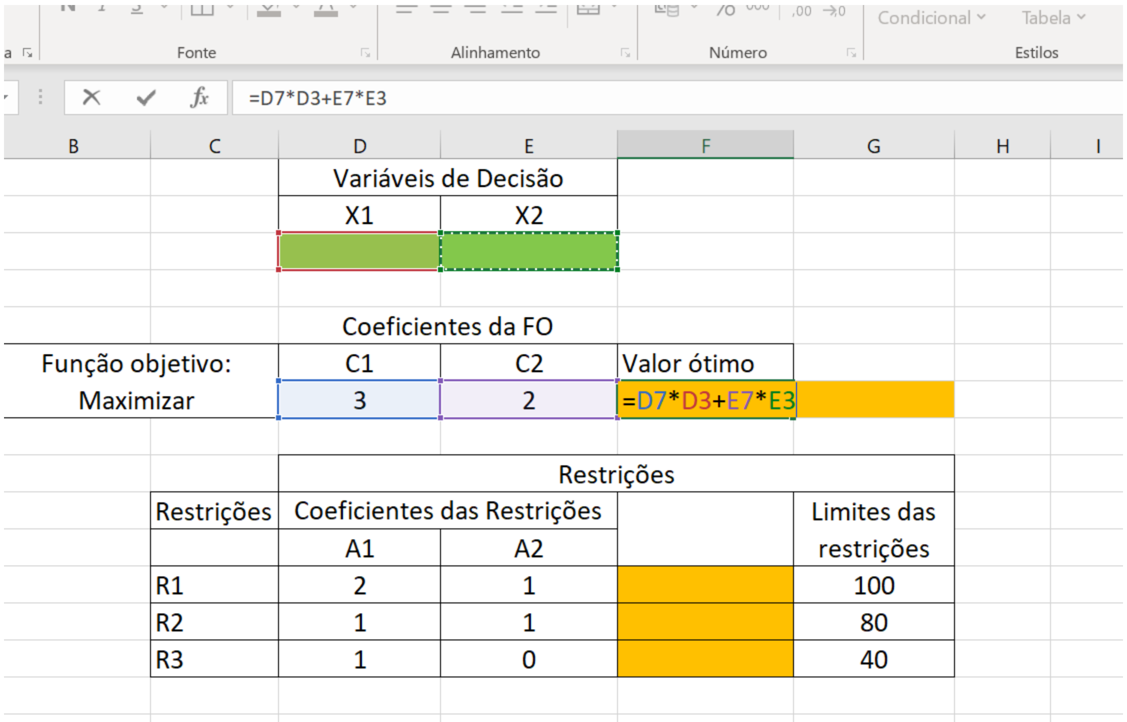
Aparecerá agora opção “Dados”, a opção “Análise” - “Solver”.

Resolução de PPL no Excel



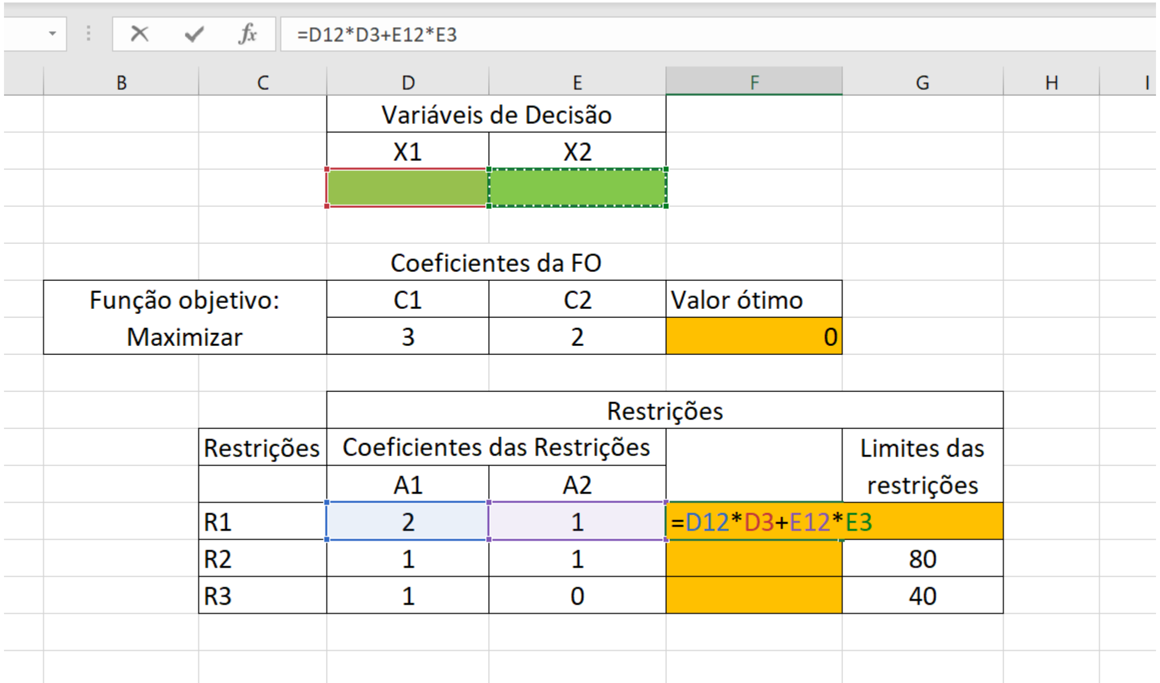
Devemos disponibilizar em uma aba do Excel, os dados do problema: coeficientes da função objetivo, coeficientes das restrições e limites das restrições. Além disso, temos as células em cor "laranja" que representam um cálculo mostrado nos próximos slides, e as células em "verde" que é o espaço para os cálculos realizados pelo "Solver" para encontrar o valor das variáveis de decisão.

Resolução de PPL no Excel



Na figura acima, é apresentada a fórmula incluída para o calculo da função ótima. A formula, é o valor dos coeficientes da Função Objetivo (FO) pelo valor das variáveis de decisão (células em verde).

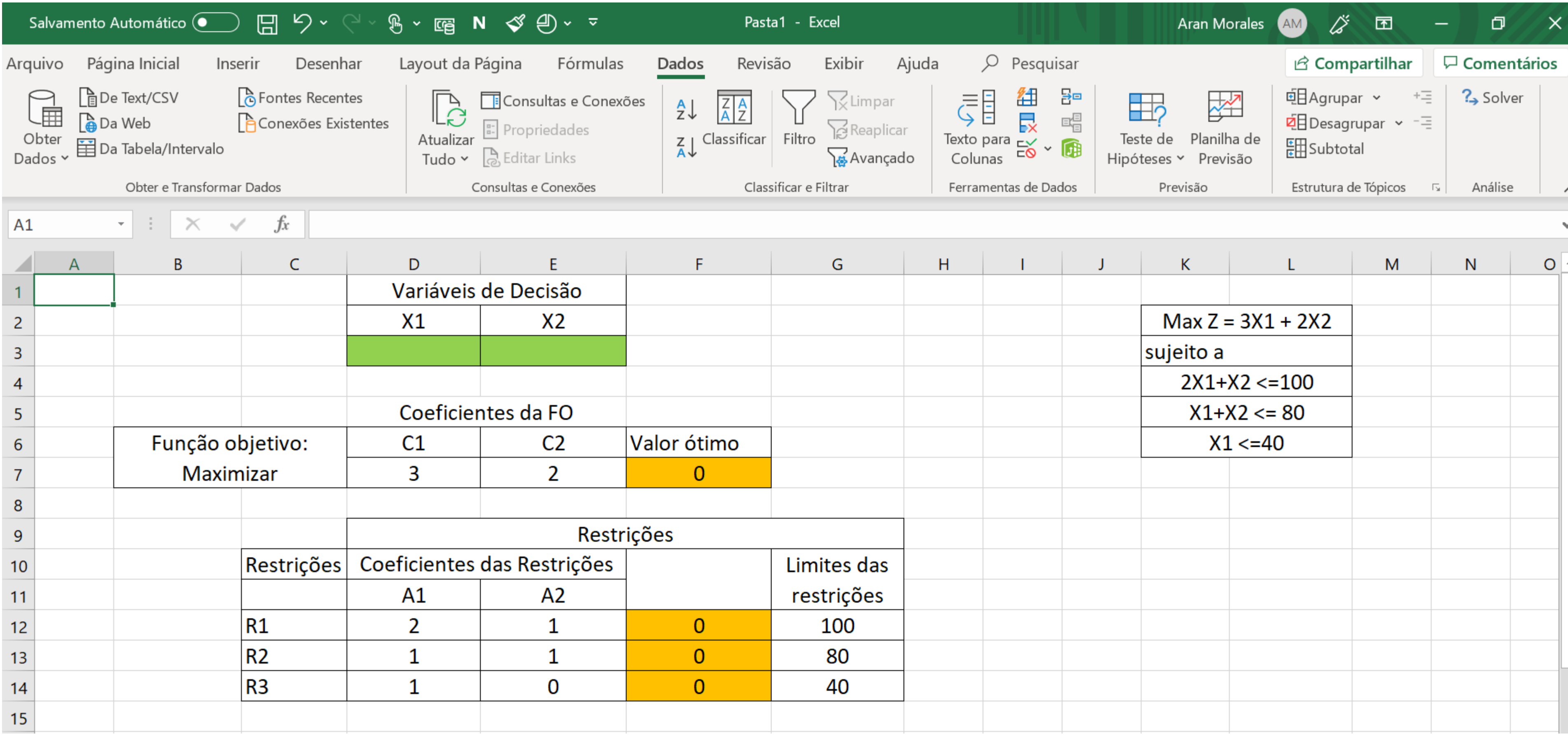
Resolução de PPL no Excel



	B	C	D	E	F	G
			Variáveis de Decisão			
			X1	X2		
			Coeficientes da FO			
	Função objetivo:		C1	C2	Valor ótimo	
	Maximizar		3	2	0	
			Restrições			
		Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
			A1	A2		
		R1	2	1	=D12*D3+E12*E3	
		R2	1	1		80
		R3	1	0		40

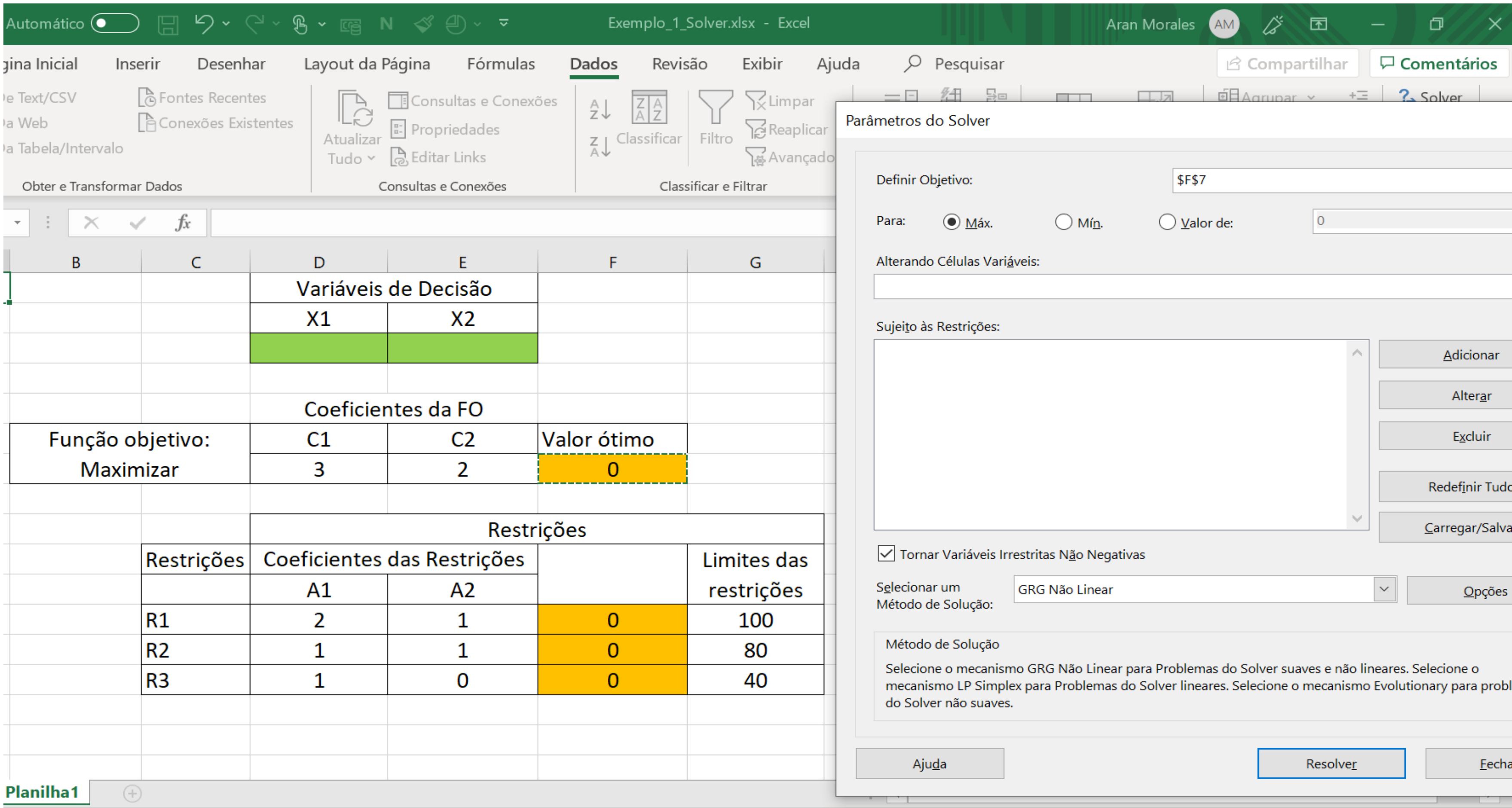
Na figura acima, é apresentada a fórmula incluída para o calculo da primeira restrição. A formula, é o valor dos coeficientes da restrição R1 pelo valor das variáveis de decisão (células em verde). Para as outras células das restrições é calcular é semelhante.

Resolução de PPL no Excel



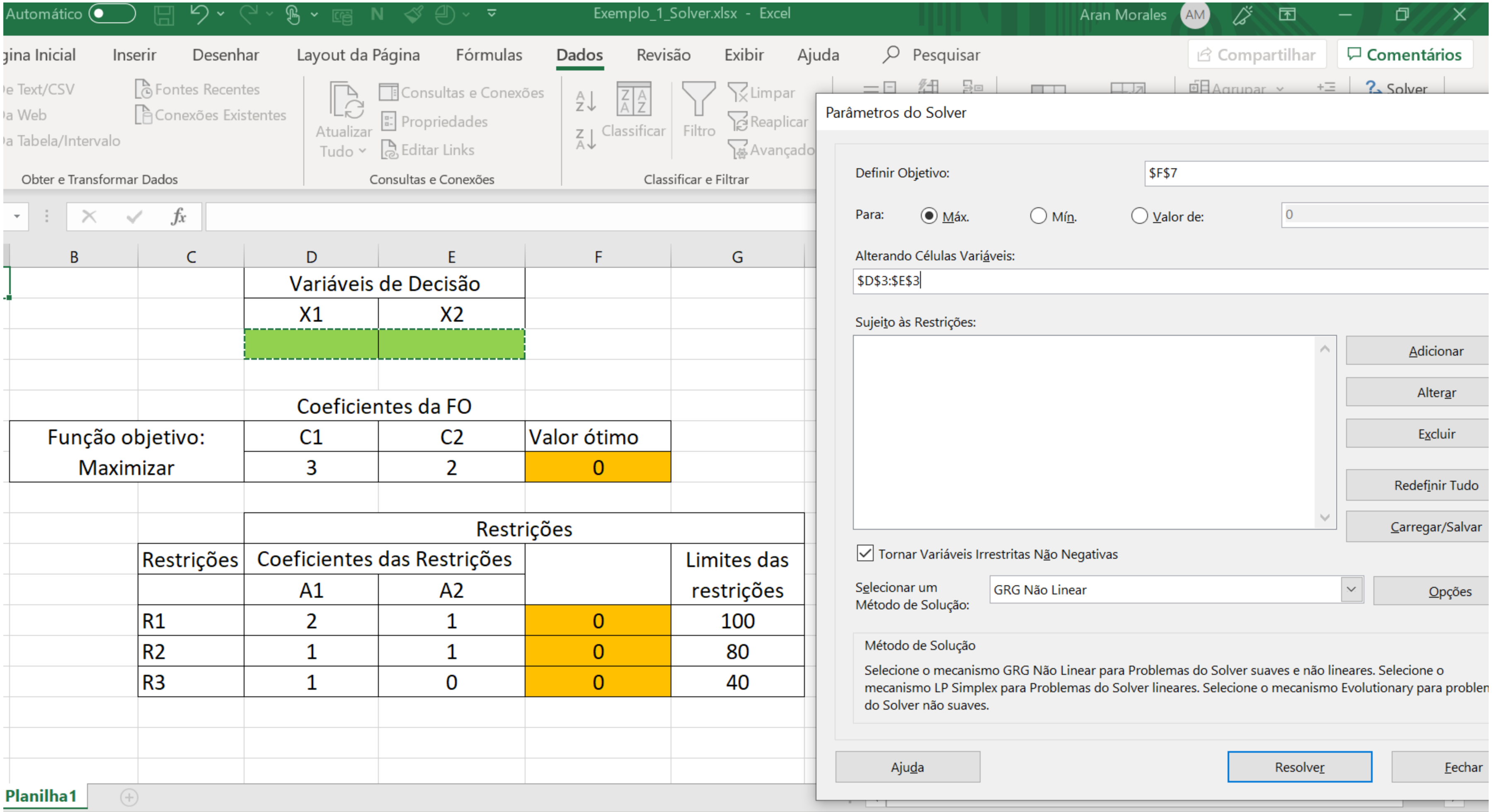
Com todos os dados e formulas de cálculos na planilha Excel, podemos ir na opção “Dados” do menu e escolher a opção “Solver”.

Resolução de PPL no Excel



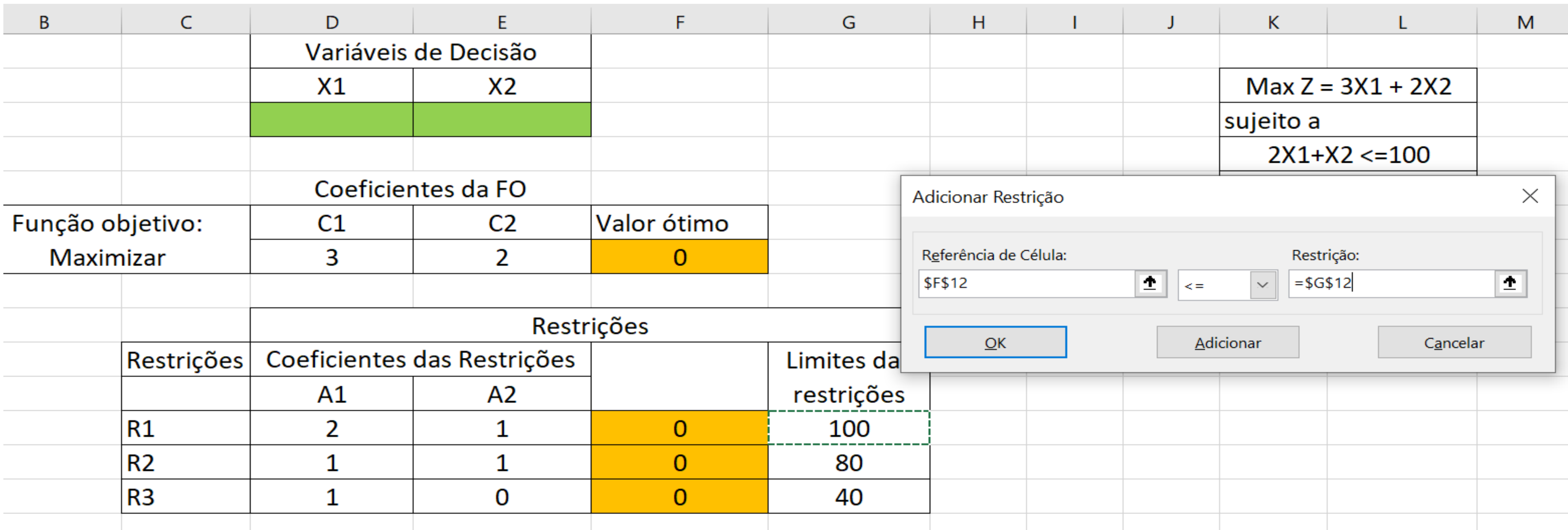
Aparece a tela com os “Parâmetros do Solver”, na primeiro parâmetro “Definir Objetivo”, indica a célula do Excel, onde aparecerá o “Valor ótimo” (célula F7 em nosso exemplo)

Resolução de PPL no Excel



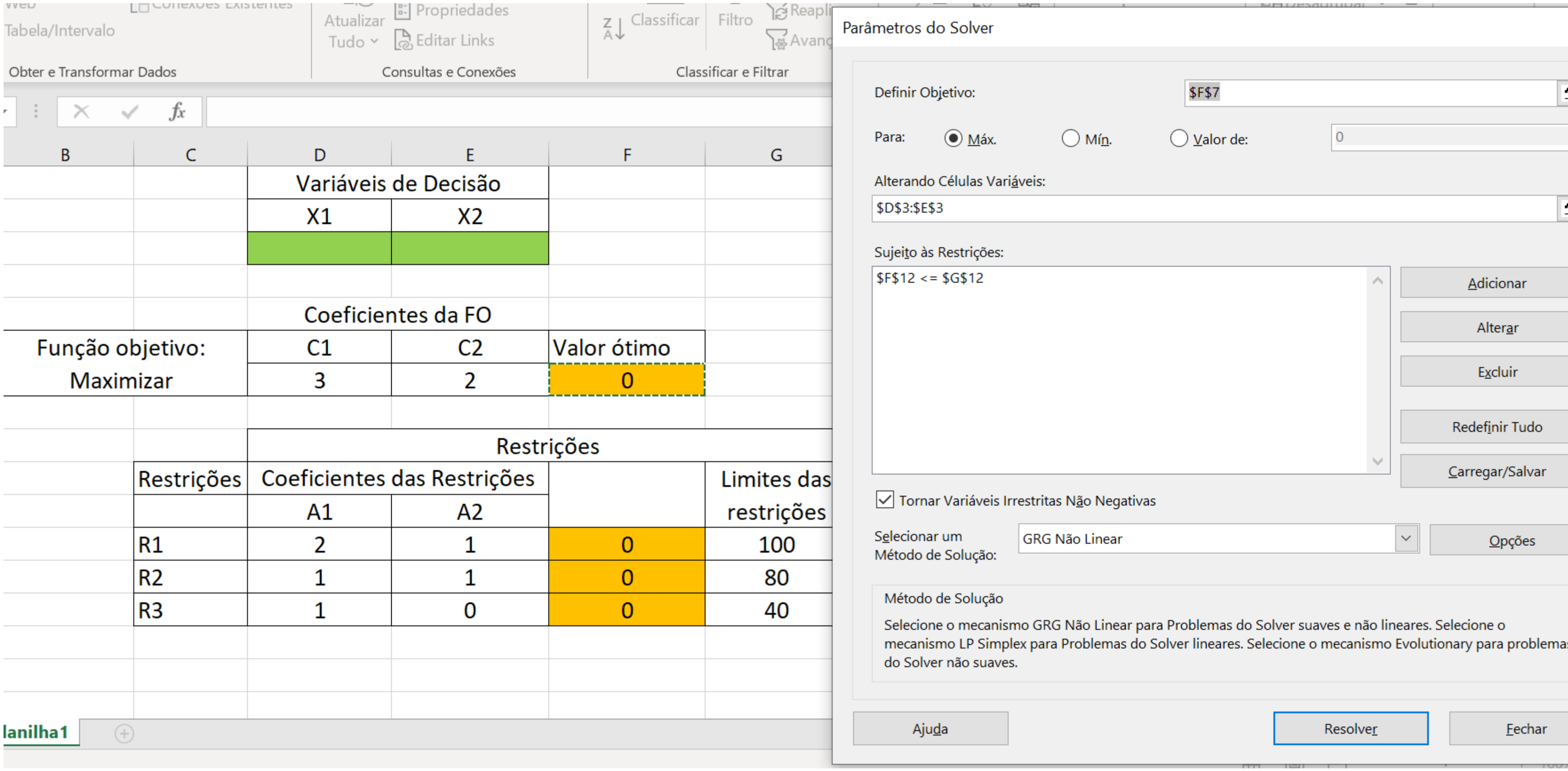
O segundo parâmetro, refere-se ao objetivo do problema, em nosso exemplo "Max", e na terceira opção "Alterando Células Variáveis", é onde incluímos as células dos valores das variáveis de decisão (no exemplo D3:E3). Damos um click na opção "Adicionar".

Resolução de PPL no Excel



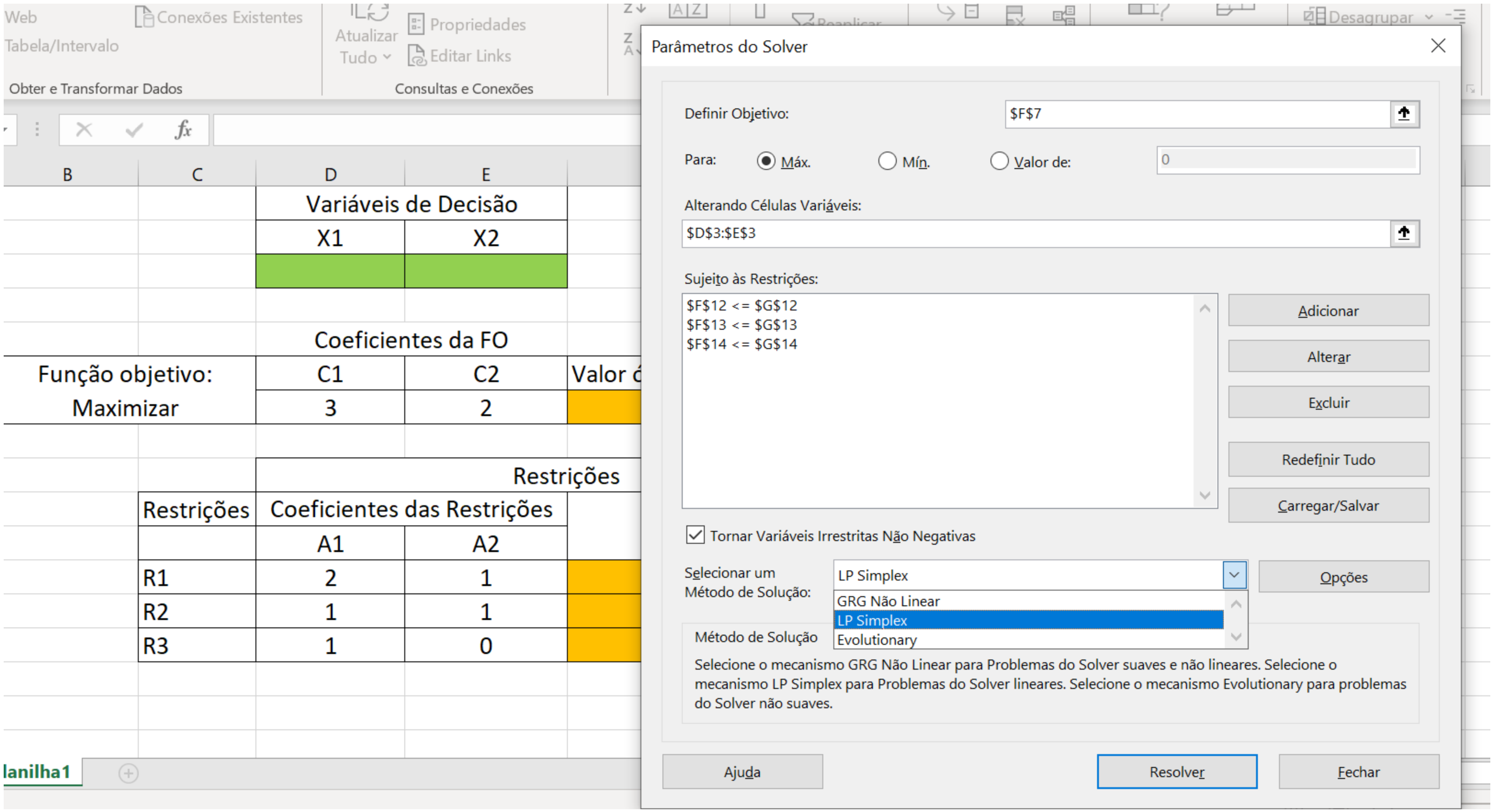
Na janela “Adicionar Restrição”, temos 3 caixinhas: na primeira fazemos referencia a célula de cálculo da restrição R1 (célula F12 em nosso exemplo), na segunda caixinha, escolhemos a “sinal da inequação” (<= em nosso exemplo), e na terceira caixinha (“Restrição”) escolhemos a célula do “limite das restrições” de R1 (célula G12 em nosso exemplo), e escolhemos a opção “OK”.

Resolução de PPL no Excel



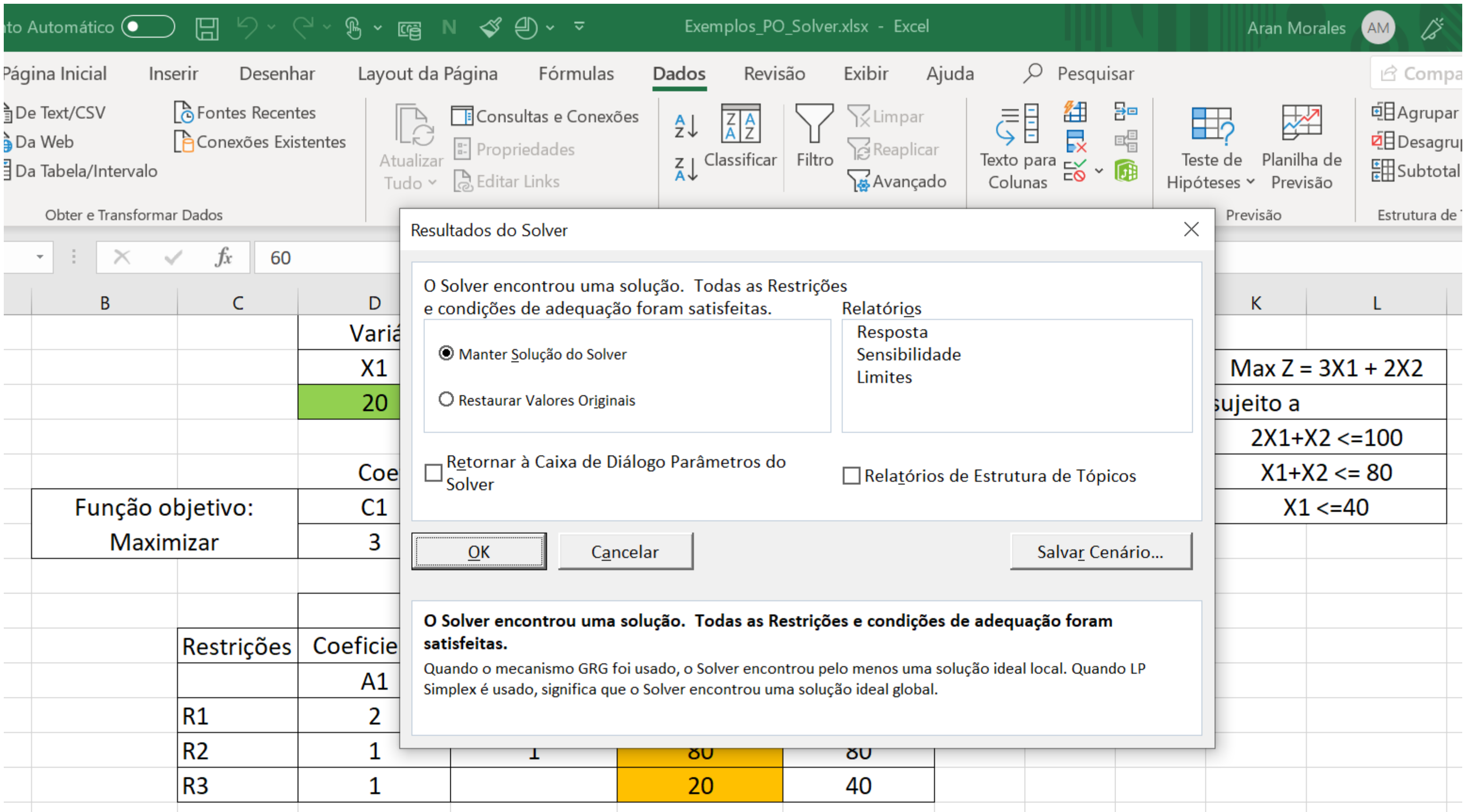
Fazemos o mesmo procedimento para as outras restrições (R2 e R3 em nosso exemplo)

Resolução de PPL no Excel



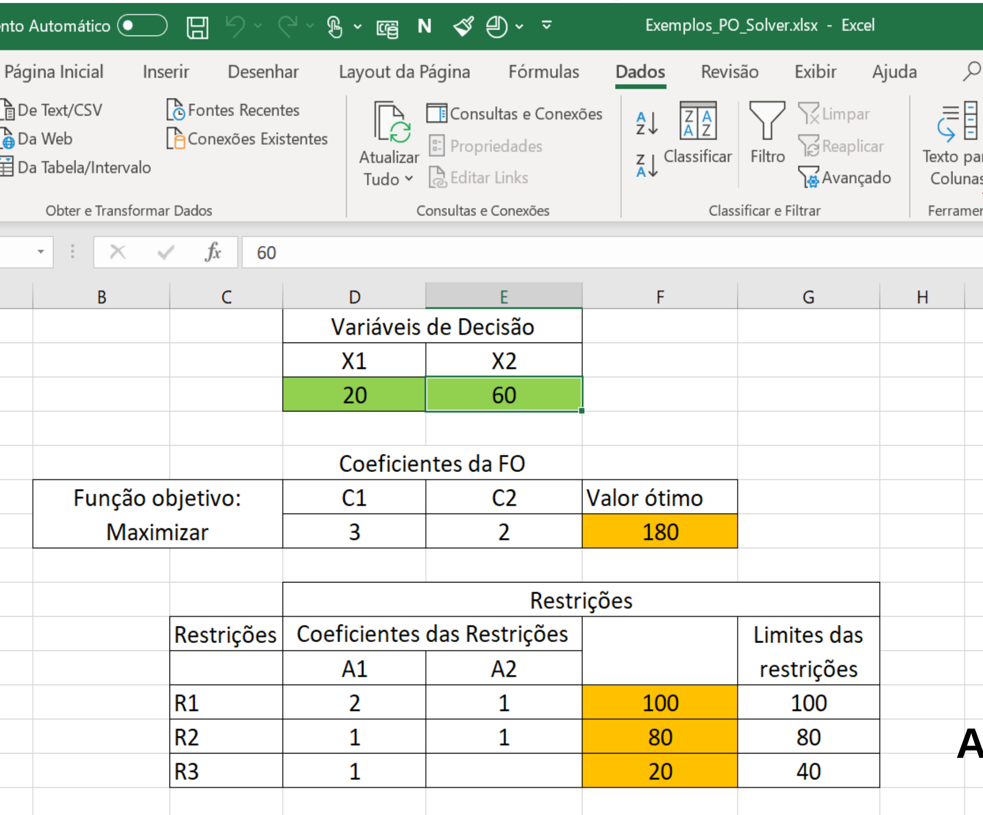
Antes de executar o algoritmo que fará os cálculos, na opção “Selecionar um Método de Solução”, escolher a opção LP Simplex e fazer click em “Resolver”.

Resolução de PPL no Excel



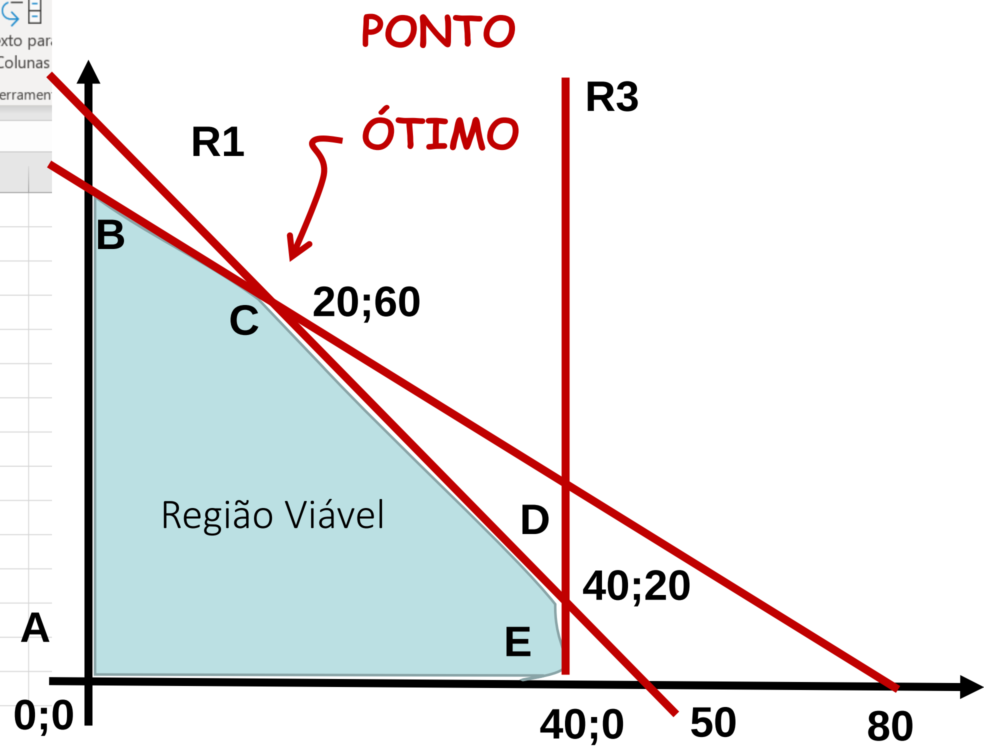
Na tela de “Resultados” fazer click em “OK”.

Resolução de PPL no Excel



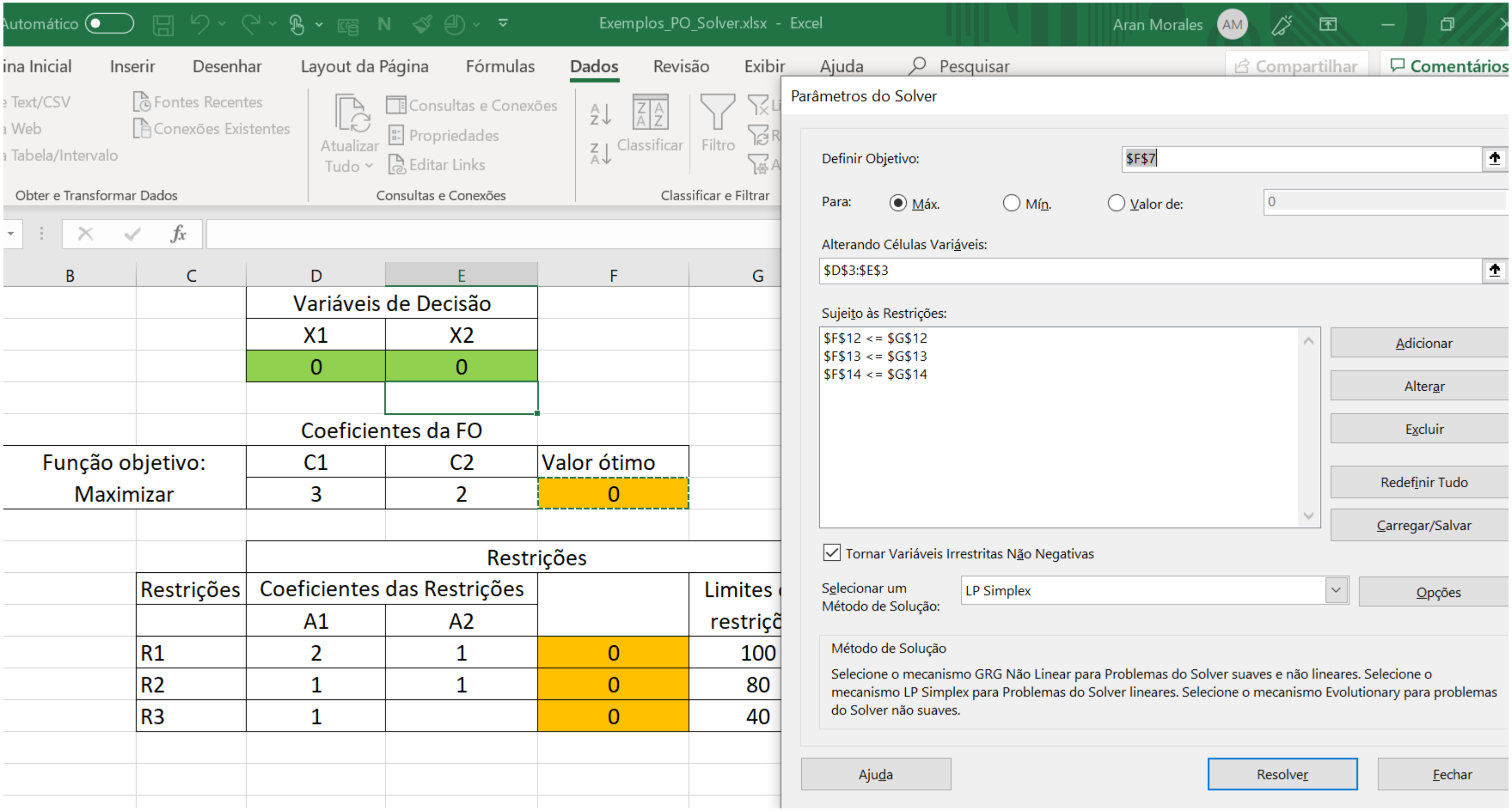
		Variáveis de Decisão			
		X1	X2		
		20	60		
		Coeficientes da FO			
Função objetivo:		C1	C2	Valor ótimo	
Maximizar		3	2	180	
		Restrições			
	Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
		A1	A2		
	R1	2	1	100	100
	R2	1	1	80	80
	R3	1		20	40

f(C) = f(20;60) = 180;



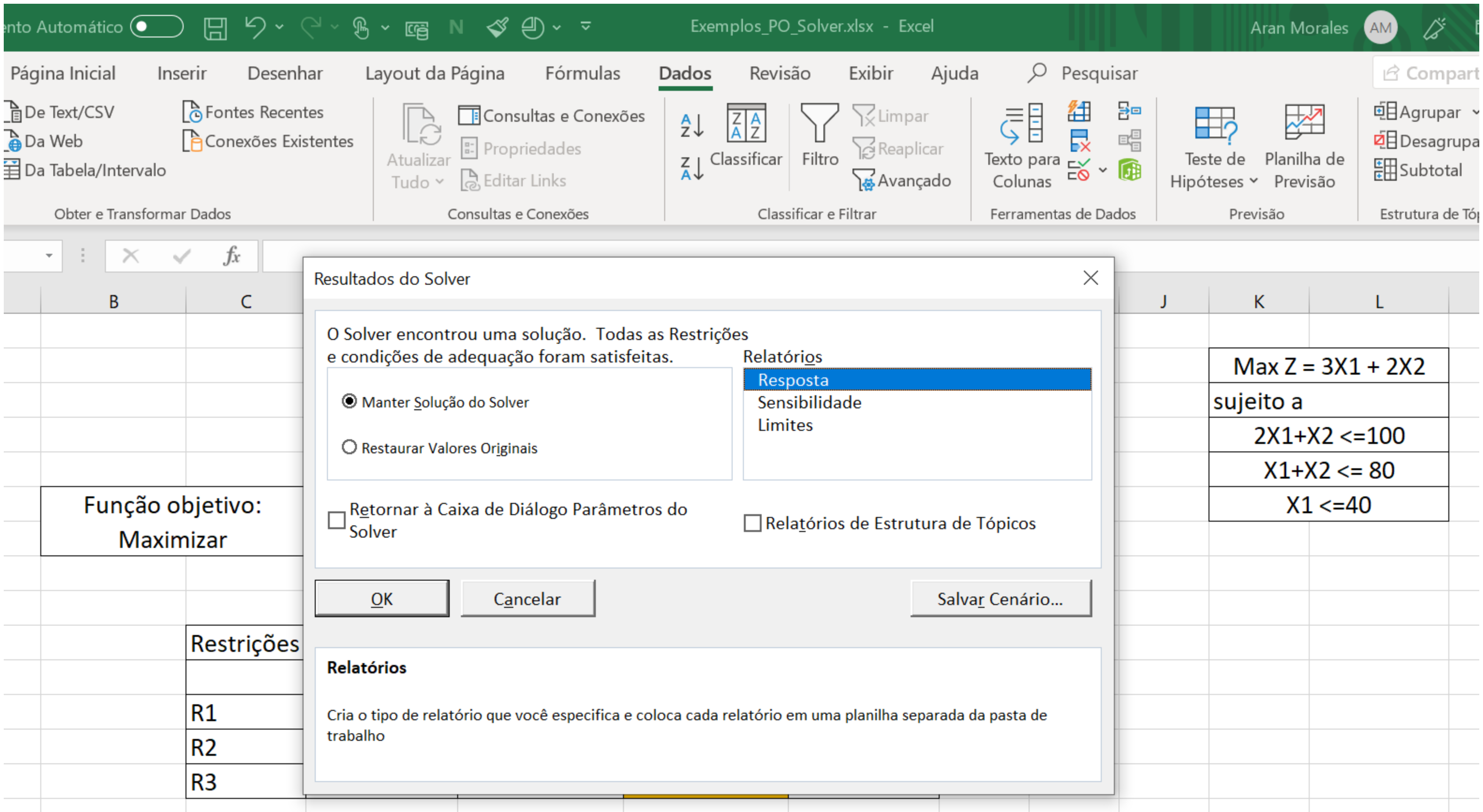
Temos agora na planilha Excel o resultado: valor das variáveis de decisão (X1=20 e X2=60), da função objetivo (180) e das restrições (R1 = 100; R2=80 e R3 = 20).

Resolução de PPL no Excel



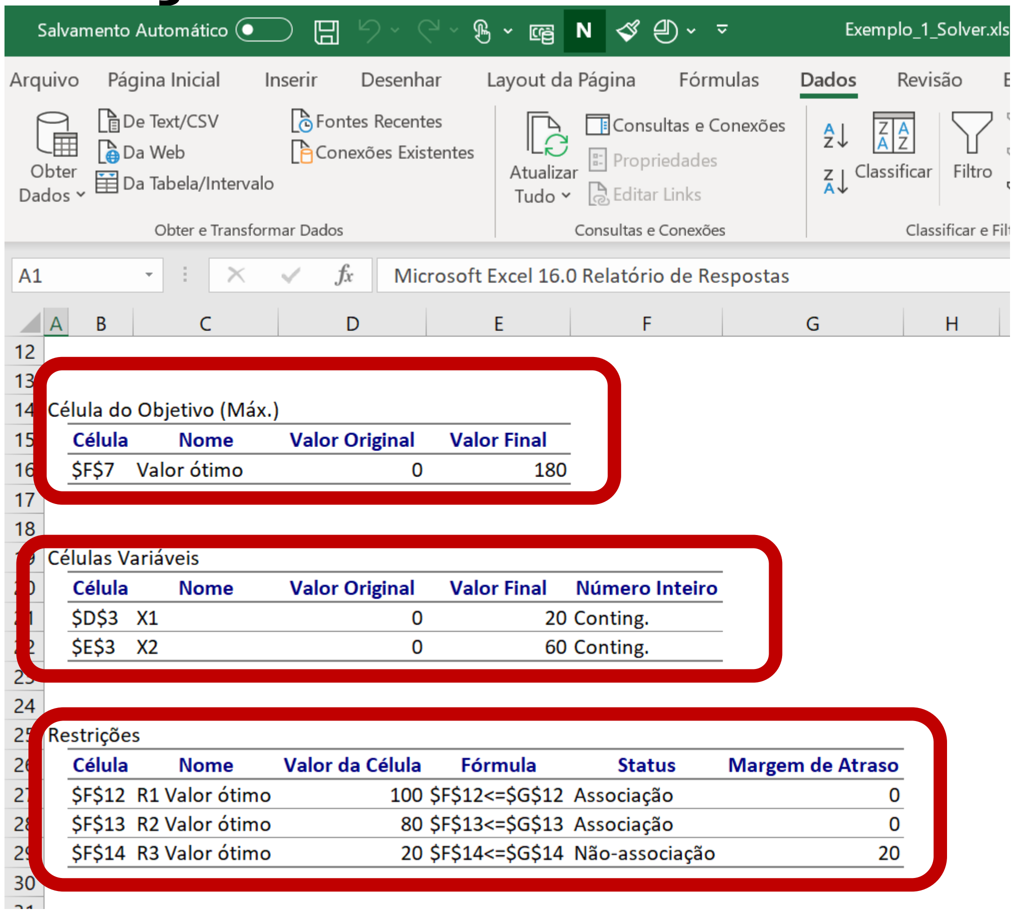
Zeramos os valores das variáveis de decisão e executamos outra vez o Solver “Resolver”.

Resolução de PPL no Excel



Na tela de “Resultados do Solver”, escolher a opção de Relatórios “Respostas” e dar o click no “OK”.

Resolução de PPL no Excel



Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$F$7	Valor ótimo	0	180

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$D$3	X1	0	20	Conting.
$E$3	X2	0	60	Conting.

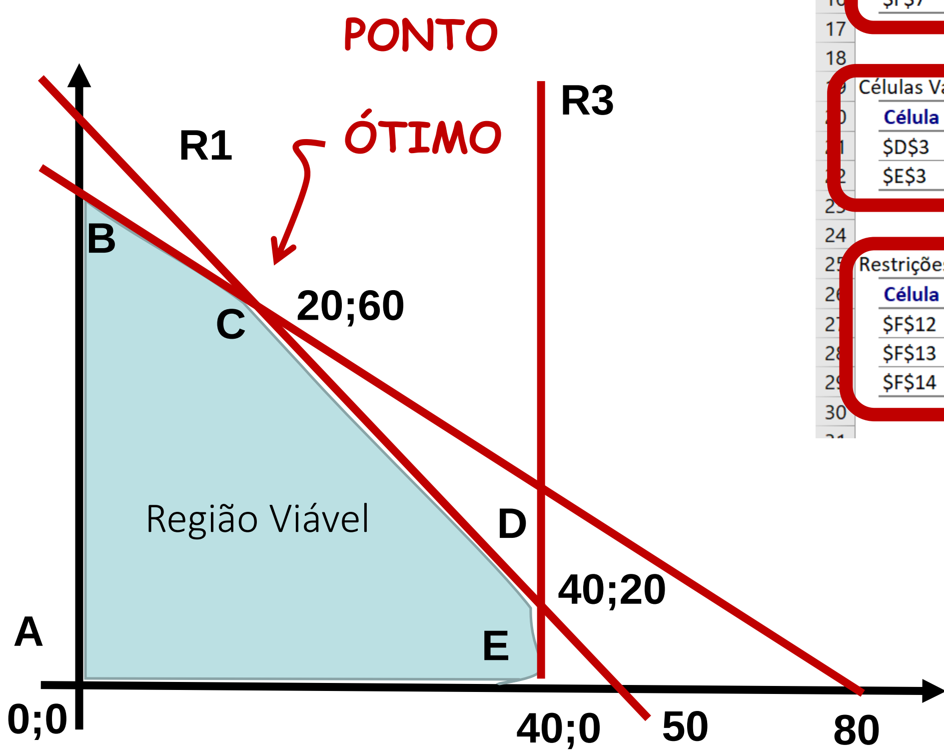
Restrições

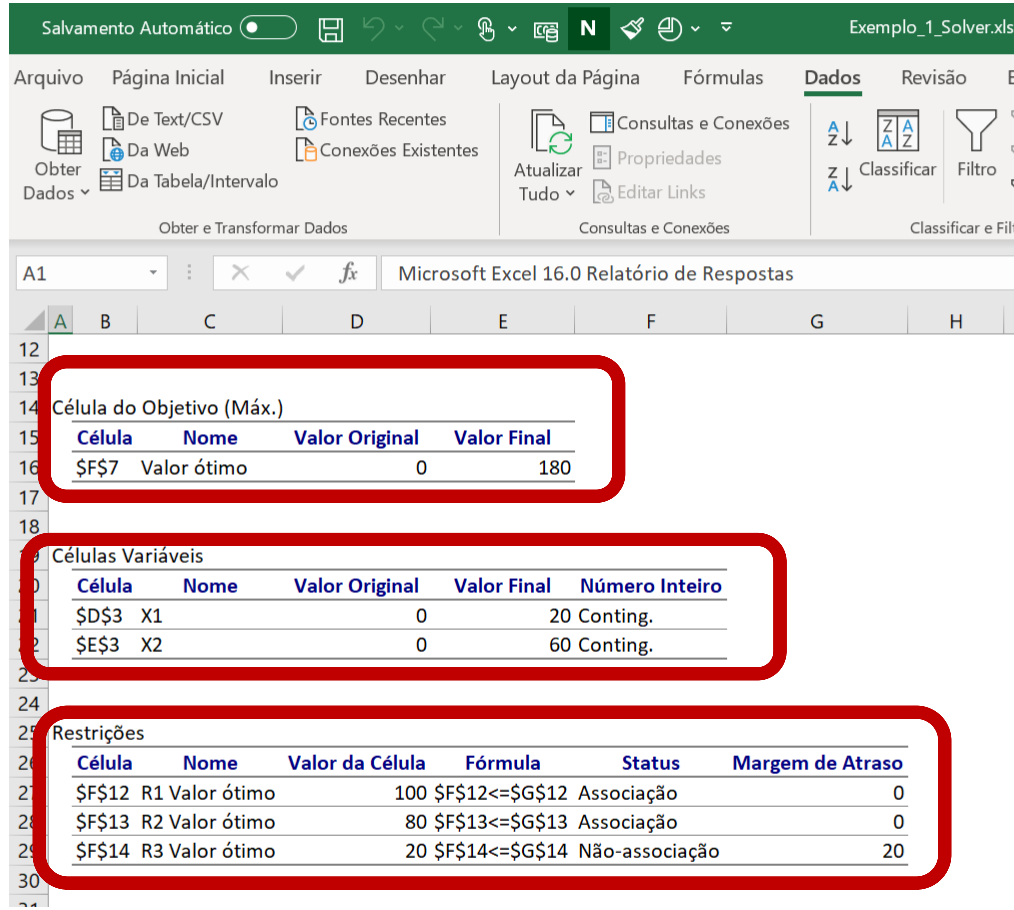
Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$F$12	R1 Valor ótimo	100	$F$12<=$G$12	Associação	0
$F$13	R2 Valor ótimo	80	$F$13<=$G$13	Associação	0
$F$14	R3 Valor ótimo	20	$F$14<=$G$14	Não-associação	20

Depois da execução, uma nova aba é criada “Relatório de Respostas” . Nela temos o valor da função objetivo, o valor das variáveis de decisão e o valor das restrições, onde a coluna “Margem de atraso”, indica se disponibilidade de recursos, isto é, indica se restrição tem “folga” (sobra) ou não.

Resolução de PPL no Excel

$f(C) = f(20;60) = 180;$





Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$F$7	Valor ótimo	0	180

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$D$3	X1	0	20	Conting.
$E$3	X2	0	60	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$F$12	R1 Valor ótimo	100	$F$12<=$G$12	Associação	0
$F$13	R2 Valor ótimo	80	$F$13<=$G$13	Associação	0
$F$14	R3 Valor ótimo	20	$F$14<=$G$14	Não-associação	20

4. Resolução de PPL no Excel

Problema da Montadora de Notebooks

Uma empresa resolveu desenvolver 2 modelos de notebooks a preços populares. O modelo **M1**, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de montagem em relação ao modelo **M2**. Se todos os notebooks fossem do modelo **M2**, a empresa teria tempo disponível para montar 1000 unidades por dia. Porém a disponibilidade de material permite fabricar no máximo 800 notebooks de ambos os modelos por dia. Os dois modelos empregam telas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para **M1** e 700 para **M2**. Os lucros unitários são de $ 400,00 para **M1** e $ 300,00 para **M2**. Qual o programa ótimo de produção que maximiza o lucro total diário da empresa? Construa o modelo do sistema e **resolva pelo método simplex usando o solver do Excel.**

4. Resolução de PPL no Excel

Variáveis:

X1: Quantidade de notebooks do modelo M1 a ser montada por dia

X2: Quantidade de notebooks do modelo M2 a ser montada por dia

Maximizar $L = 400\,X1 + 300\,X2$

Sujeito à

$X1 + X2 \leq 800$ (R1) (Restrição de material disponível para a montagem)

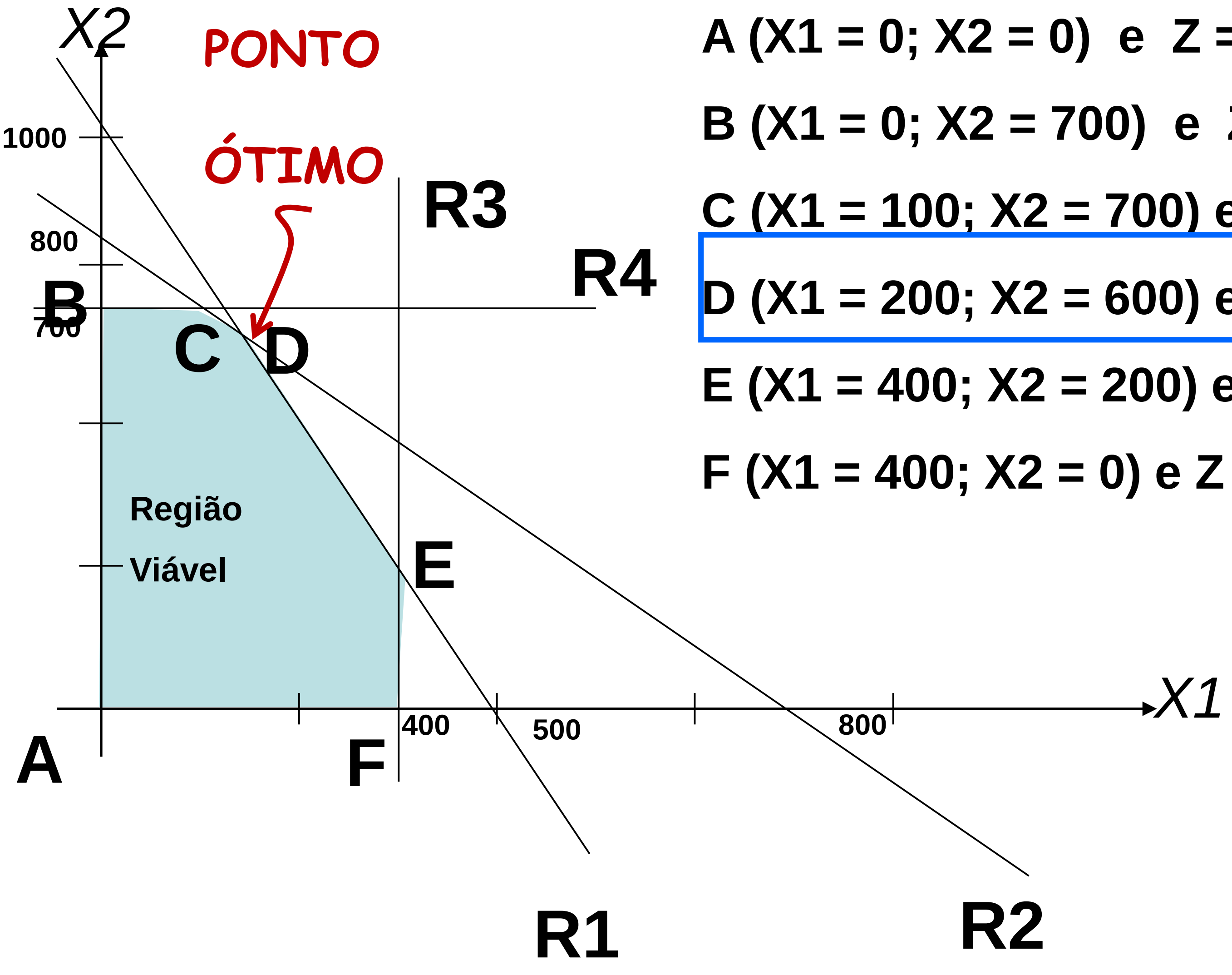
$2X1 + X2 \leq 1000$ (R2) (Restrição de horas de montagem disponíveis)

$X1 \leq 400$ (R3) (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)

$X2 \leq 700$ (R4) (Restrição número de telas do modelo 2 disponíveis)

$X1, X2 \geq 0$

4. Resolução de PPL no Excel



Vértices do Polígono:

A (X1 = 0; X2 = 0) e Z = 0

B (X1 = 0; X2 = 700) e Z = 210000

C (X1 = 100; X2 = 700) e Z = 250000

$\boxed{\textbf{D (X1 = 200; X2 = 600) e Z = 260000}}$

E (X1 = 400; X2 = 200) e Z = 220000

F (X1 = 400; X2 = 0) e Z = 160000

4. Resolução de PPL no Excel

	Variáveis de Decisão			
	X1	X2		
	0	0		
	Coeficientes da FO			
Função objetivo:	C1	C2	Valor ótimo	
Maximizar	400	300	0	
	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	A1	A2		
R1 (Restrição de material disponível para a montagem)	1	1	0	800
R2 (Restrição de horas de montagem disponíveis)	2	1	0	1000
R3 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)	1	0	0	400
R4 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)	0	1	0	700

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$7	Valor ótimo	0	260000

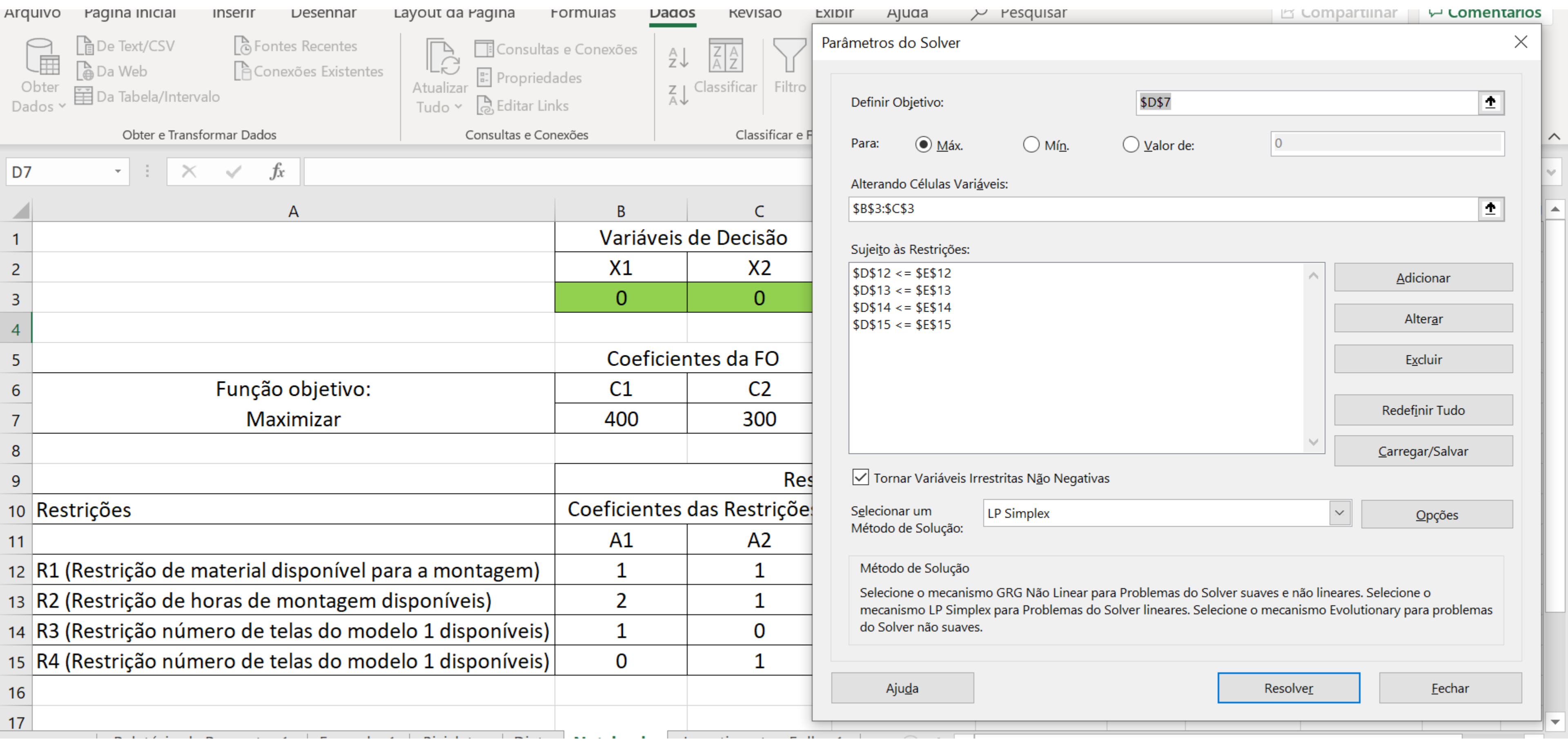
Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$B$3	X1	0	200	Conting.
$C$3	X2	0	600	Conting.

Restrições

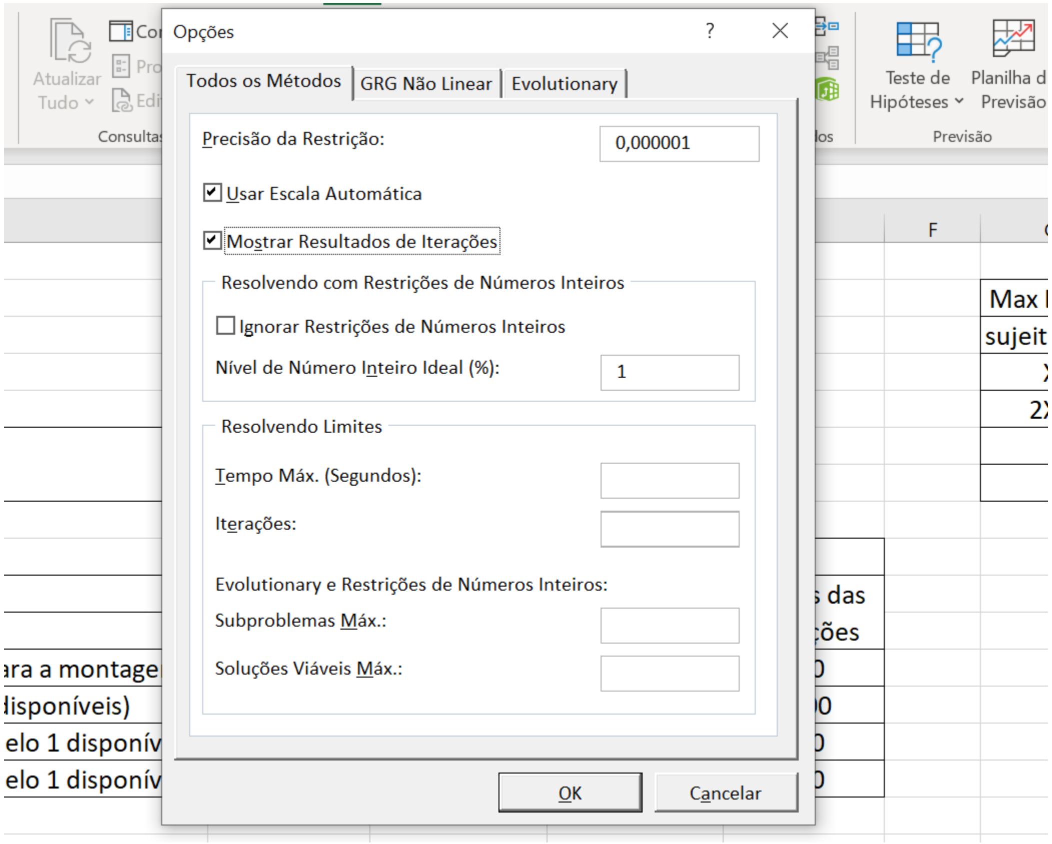
Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$D$12	R1 (Restrição de material disponível para a montagem) Valor ótimo	800	$D$12<=$E$12	Associação	0
$D$13	R2 (Restrição de horas de montagem disponíveis) Valor ótimo	1000	$D$13<=$E$13	Associação	0
$D$14	R3 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis) Valor ótimo	200	$D$14<=$E$14	Não-associação	200
$D$15	R4 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis) Valor ótimo	0	$D$15<=$E$15	Não-associação	700

4. Resolução de PPL no Excel



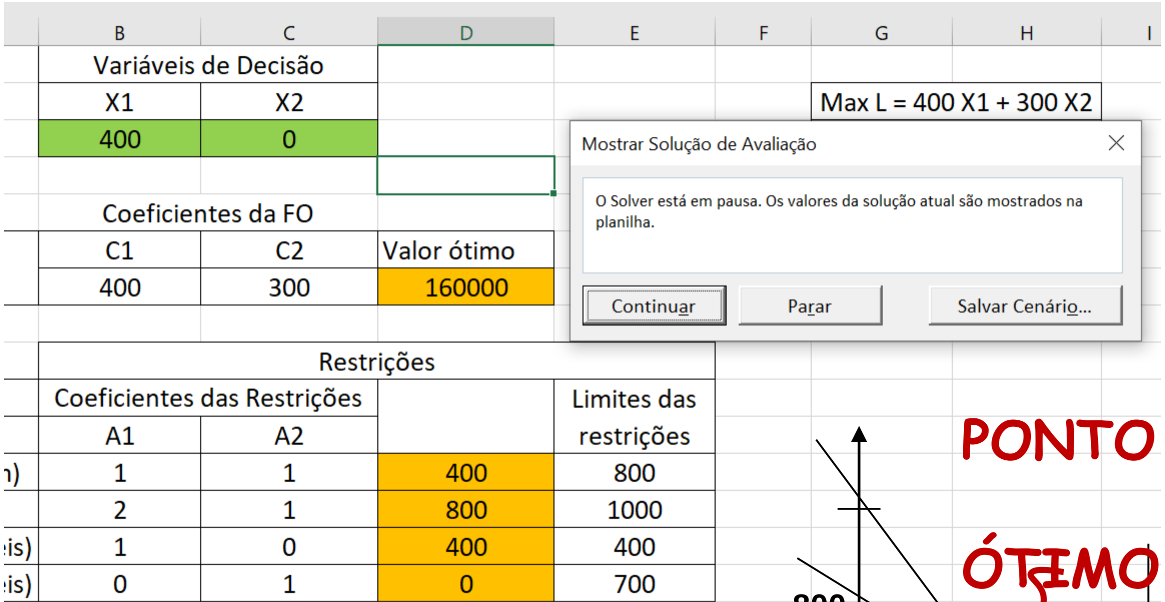
Zeramos os valores das variáveis de decisão, e chamamos o Solver, antes de "Resolver" verificamos a opção "Opções".

4. Resolução de PPL no Excel

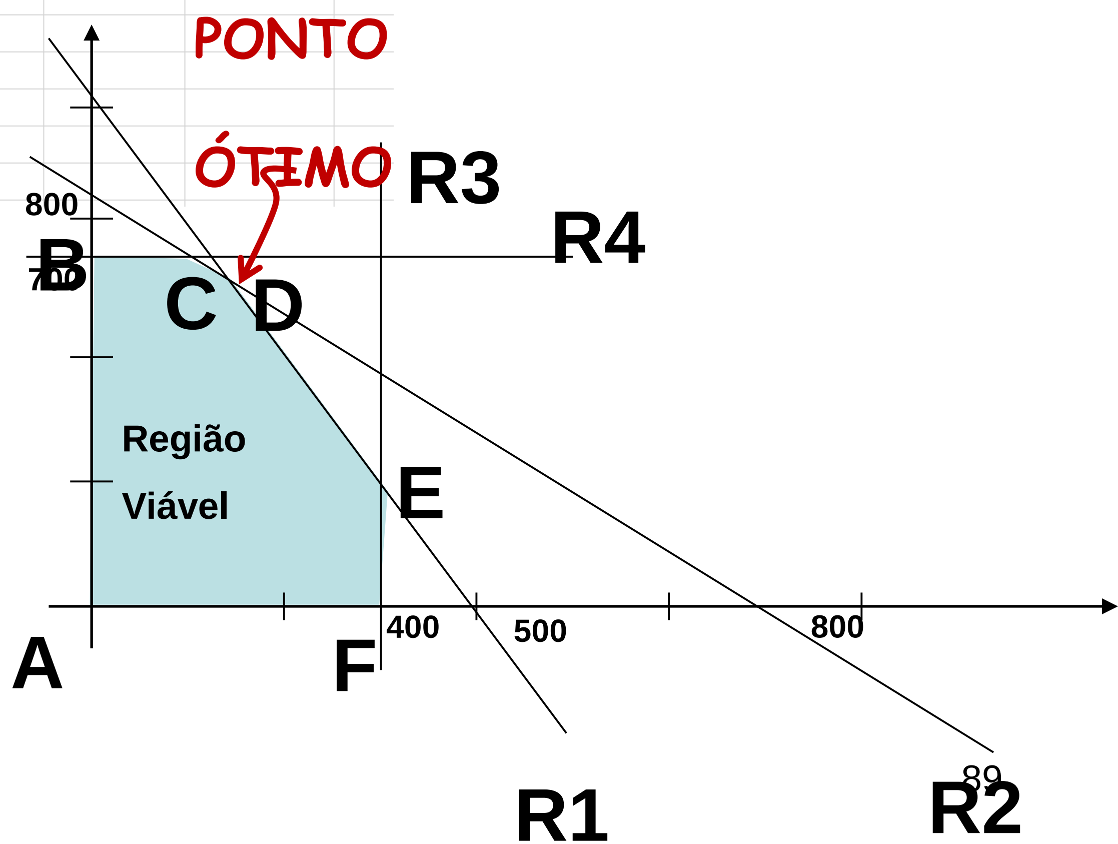


Na aba "Todos os Métodos" da opção "Opções" marcamos "Mostrar Resultados de Iterações", damos "OK" e mandamos "Resolver".

4. Resolução de PPL no Excel



Na primeira iteração, passou da solução A= (0,0) para a solução F = (400,0).



4. Resolução de PPL no Excel

Variáveis de Decisão	
X1	X2
400	200

Coeficientes da FO		
C1	C2	Valor ótimo
400	300	220000

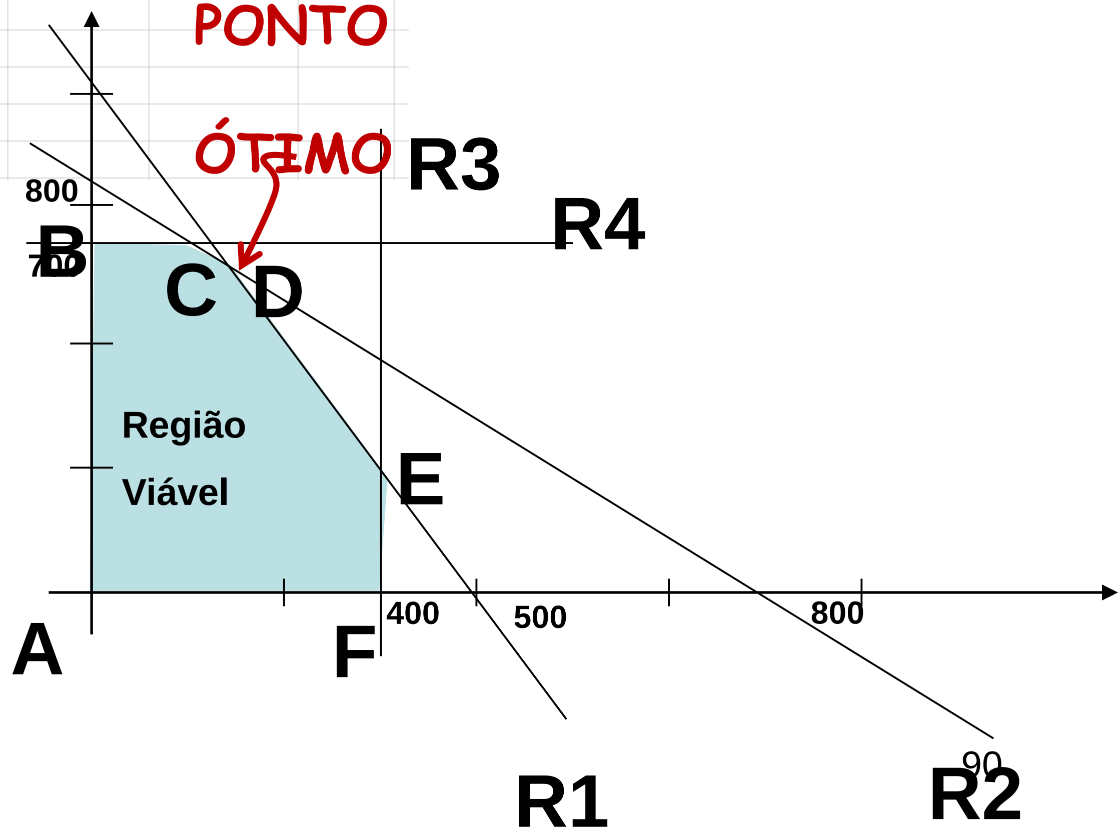
Restrições			
Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
A1	A2		
1	1	600	800
2	1	1000	1000
1	0	400	400
0	1	0	700

Mostrar Solução de Avaliação

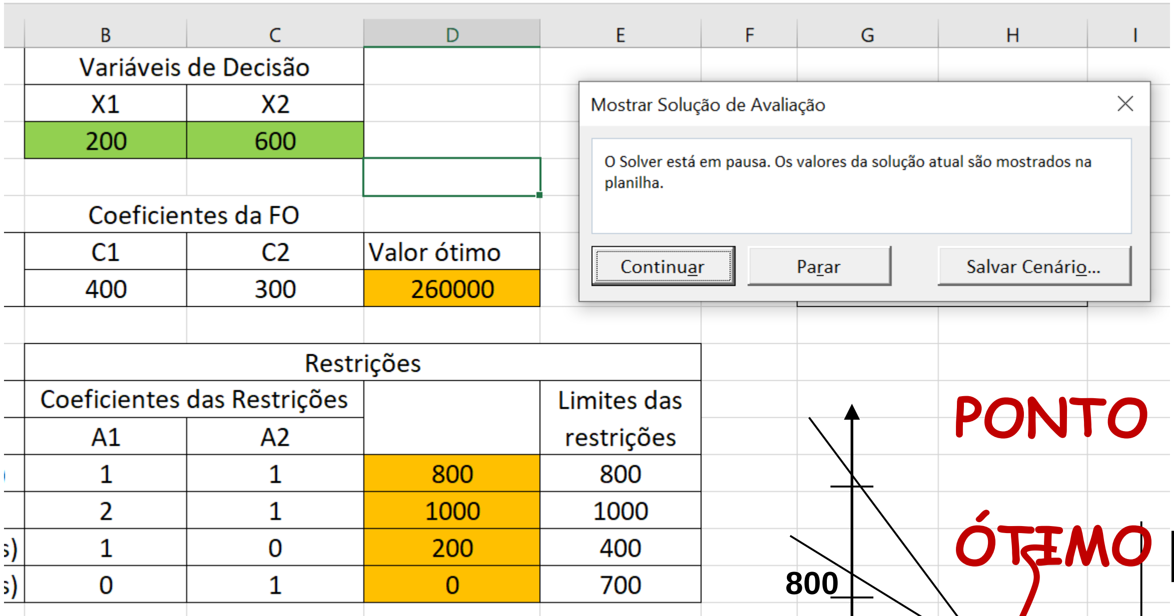
O Solver está em pausa. Os valores da solução atual são mostrados na planilha.

Continuar | Parar | Salvar Cenário...

Na segunda iteração, passou da solução F = (400,0) para a solução E = (400,200).



4. Resolução de PPL no Excel



Variáveis de Decisão	
X1	X2
200	600

Coeficientes da FO		
C1	C2	Valor ótimo
400	300	260000

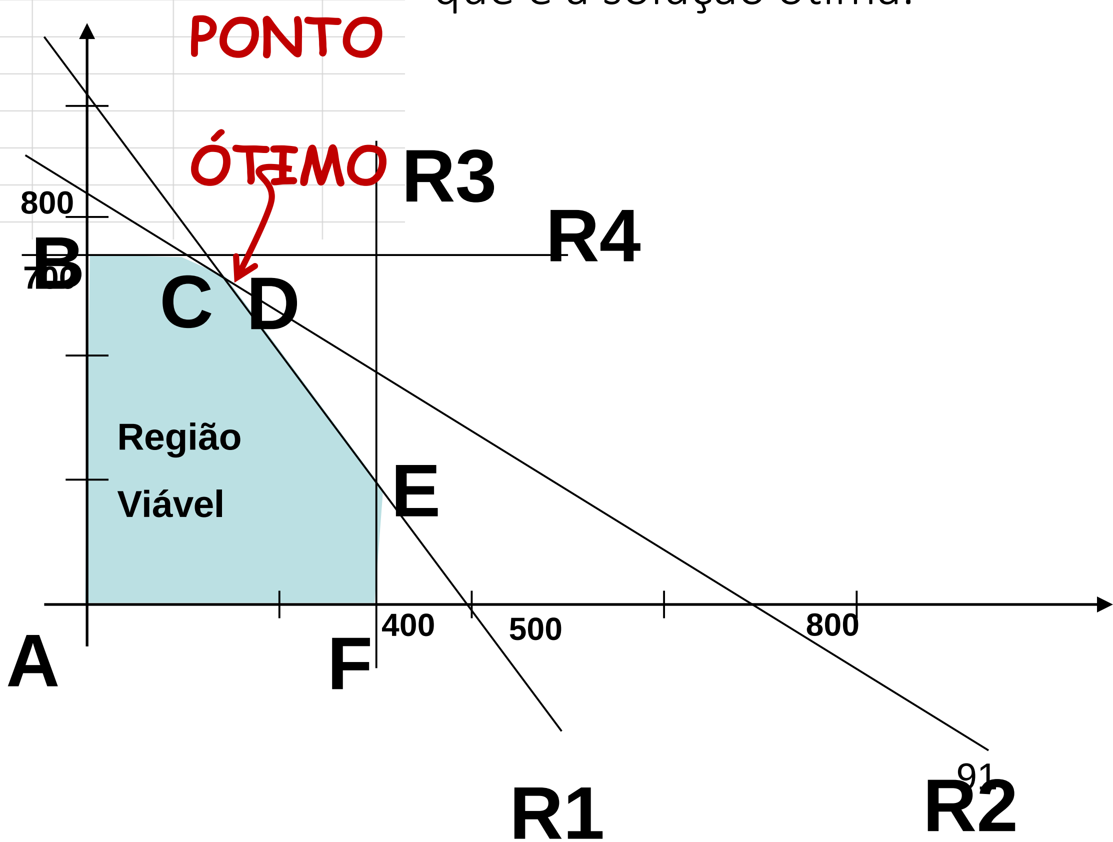
Restrições			
Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
A1	A2		
1	1	800	800
2	1	1000	1000
1	0	200	400
0	1	0	700

Mostrar Solução de Avaliação

O Solver está em pausa. Os valores da solução atual são mostrados na planilha.

Continuar | Parar | Salvar Cenário...

Na terceira iteração, passou da solução E = (400,200) para a solução D =(200,600), que é a solução ótima.



4. Resolução de PPL no Excel

A Só Bicicletas (SB) é uma empresa que atua no ramo de produção de bicicletas, e acaba de lançar 2 modelos de bicicletas, um para meninos e outro para meninas. O departamento de marketing recomenda que ao menos 250 bicicletas de cada modelo sejam produzidos. O lucro unitário na produção e venda da bicicleta feminina é de $50 e da masculina é de $30. A empresa conta para a produção destes dois modelos com 200 trabalhadores no setor de fabricação (por turno) e 100 trabalhadores no setor de montagem (por turno). A empresa trabalha em três turnos de 8 horas por dia. O modelo feminino necessita de 4 horas de mão de obra para fabricação e de 2 horas para montagem. O modelo masculino de 4 horas de mão de obra para fabricação e de 1 hora para montagem. Formule um modelo que informe o plano de produção diário que maximiza seu lucro e **resolva pelo método simplex usando o solver do Excel.**

Resolução de PPL no Excel

Variáveis de Decisão	
X1	X2
950	250

Max L = 50X1 + 30X2
sujeito a
4X1 + 4X2 <= 4800
2X1 + X2 <= 2400
X1 >= 250
X2 >= 250

	Coeficientes da FO		
Função objetivo:	C1	C2	Valor ótimo
Maximizar	50	30	55000

	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	A1	A2		
R1	4	4	4800	4800
R2	2	1	2150	2400
R3	1	0	950	250
R4	0	1	250	250

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$F$7	Valor ótimo	0	55000

Células Variáveis

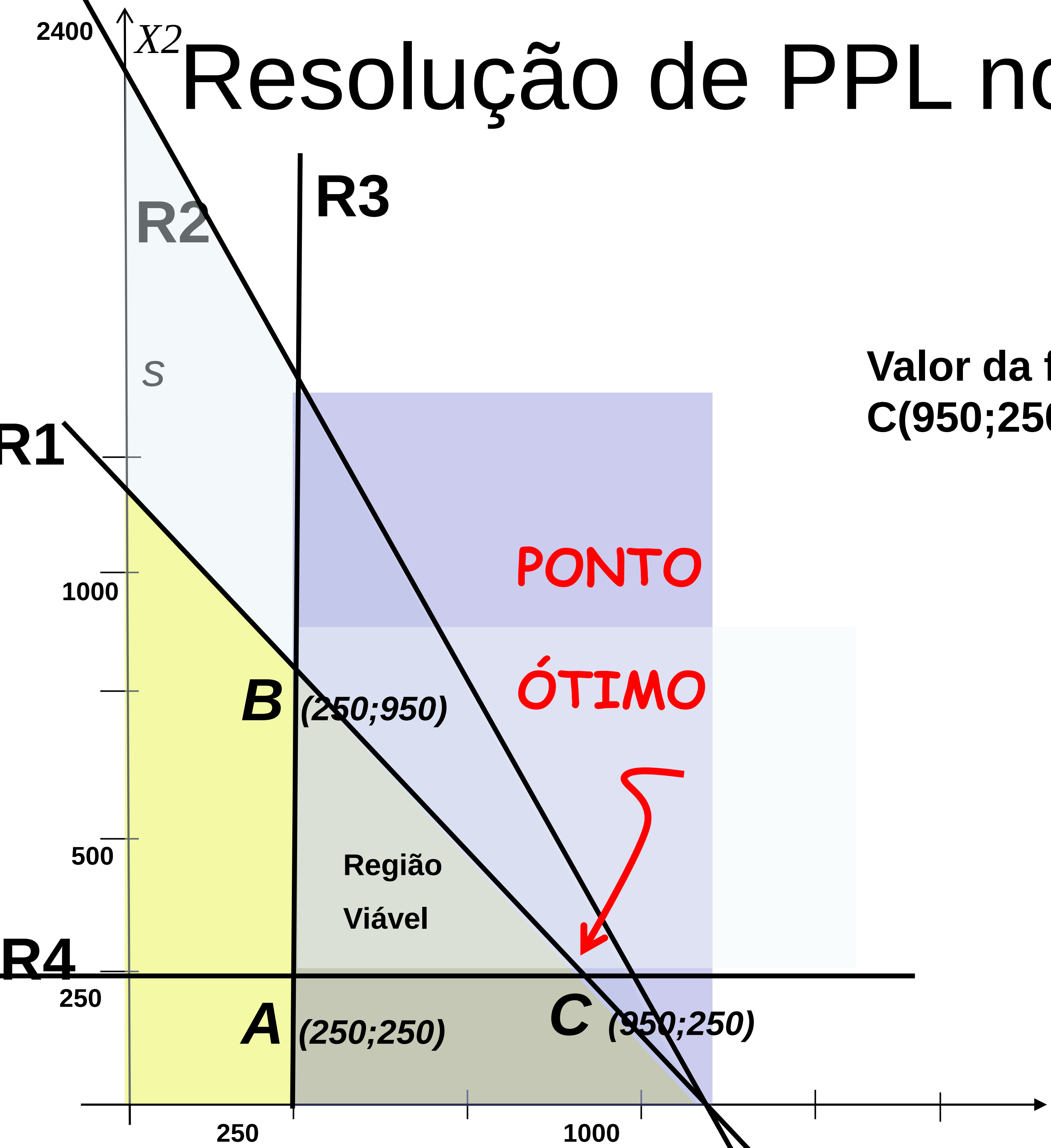
Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$D$3	X1	0	950	Conting.
$E$3	X2	0	250	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$F$12	R1 Valor ótimo	4800	$F$12<=$G$12	Associação	0
$F$13	R2 Valor ótimo	2150	$F$13<=$G$13	Não-associação	250
$F$14	R3 Valor ótimo	950	$F$14>=$G$14	Não-associação	700
$F$15	R4 Valor ótimo	250	$F$15>=$G$15	Associação	0

Relatório de Respostas 1 | Planilha1

Resolução de PPL no Excel



Valor da função objetivo em C(950;250) = 55.000

Resolução de PPL no Excel

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$F$7	Valor ótimo	0	55000

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$D$3	X1	0	950	Conting.
$E$3	X2	0	250	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$F$12	R1 Valor ótimo	4800	$F$12<=$G$12	Associação	0
$F$13	R2 Valor ótimo	2150	$F$13<=$G$13	Não-associação	250
$F$14	R3 Valor ótimo	950	$F$14>=$G$14	Não-associação	700
$F$15	R4 Valor ótimo	250	$F$15>=$G$15	Associação	0

Relatório de Respostas 1 | Planilha1

4. Resolução de PPL no Excel

"Problema da dieta"

Um fabricante de ração para aves, utiliza dois produtos na composição da ração.

Cada produto tem um custo e uma quantidade de nutrientes diferentes.

Quanto às aves, sabe-se que uma ave necessita de uma alimentação de nutrientes, cujas quantidades mínimas (em unidade por quilo) obtidas dos produtos A e B, estão descritas abaixo. Quanto deve ser utilizado de cada produto na formulação da ração, minimizar o custo. **Resolva pelo método simplex usando o solver do Excel.**

	Composição (Unid. de nutriente por kg)		
Nutrientes	**Produto A**	**Produto B**	**Requisito mínimo diário**
Tipo 1	**3**	**2**	**60**
Tipo 2	**7**	**2**	**84**
Tipo 3	**3**	**6**	**72**
Custo (R$)	**R$ 10,00**	**R$ 4,00**	

Resolução de PPL no Excel

Variáveis de Decisão	
X1	X2
0	0

Min C = 10X1 + 4X2	
sujeito a	
3X1 + 2X2 >= 60	
7X1 + 2X2 >=84	
3X1 + 6X2 >= 72	

	Coeficientes da FO		
Função objetivo:	C1	C2	Valor ótimo
Minimizar	10	4	0

	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	A1	A2		
R1	3	2	0	60
R2	7	2	0	84
R3	3	6	0	72

Célula do Objetivo (Mín.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$F$7	Valor ótimo	0	144

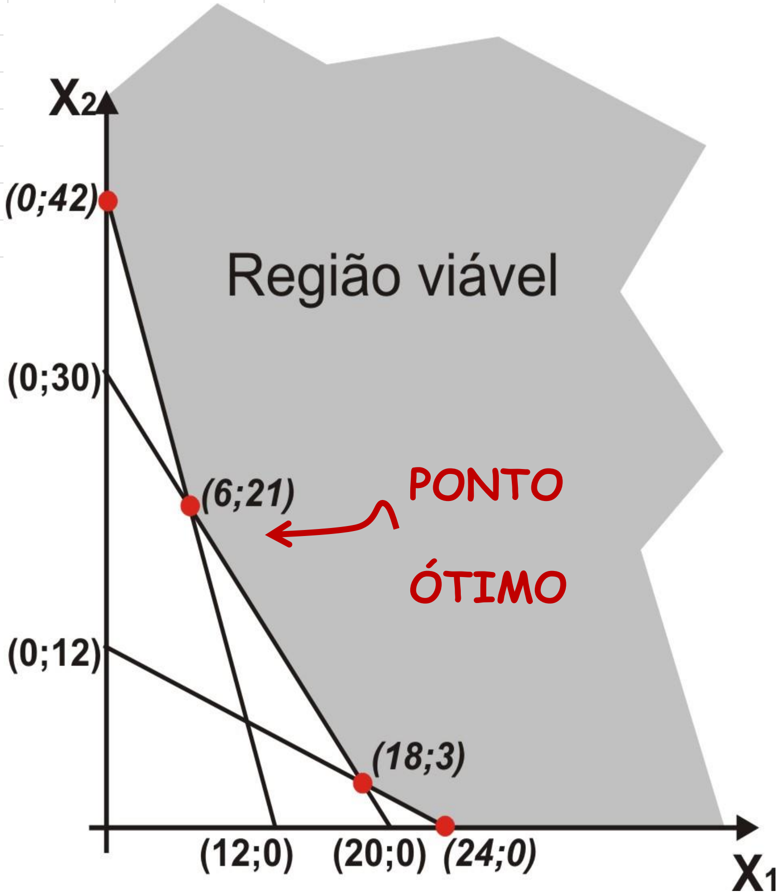
Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$D$3	X1	0	6	Conting.
$E$3	X2	0	21	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$F$12	R1 Valor ótimo	60	$F$12>=$G$12	Associação	0
$F$13	R2 Valor ótimo	84	$F$13>=$G$13	Associação	0
$F$14	R3 Valor ótimo	144	$F$14>=$G$14	Não-associação	72

Relatório de Respostas 1 | Planilha1



4. Resolução de PPL no Excel

Problema da Montadora de Notebooks

Uma empresa resolveu desenvolver 2 modelos de notebooks a preços populares. O modelo **M1**, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de montagem em relação ao modelo **M2**. Se todos os notebooks fossem do modelo **M2**, a empresa teria tempo disponível para montar 1000 unidades por dia. Porém a disponibilidade de material permite fabricar no máximo 800 notebooks de ambos os modelos por dia. Os dois modelos empregam telas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para **M1** e 700 para **M2**. Os lucros unitários são de $ 400,00 para **M1** e $ 300,00 para **M2**. Qual o programa ótimo de produção que maximiza o lucro total diário da empresa? Construa o modelo do sistema e **resolva pelo método simplex usando o solver do Excel.**

4. Resolução de PPL no Excel

Variáveis:

X1: Quantidade de notebooks do modelo M1 a ser montada por dia

X2: Quantidade de notebooks do modelo M2 a ser montada por dia

Maximizar $L = 400\,X1 + 300\,X2$

Sujeito à

$X1 + X2 \leq 800$ (R1) (Restrição de material disponível para a montagem)

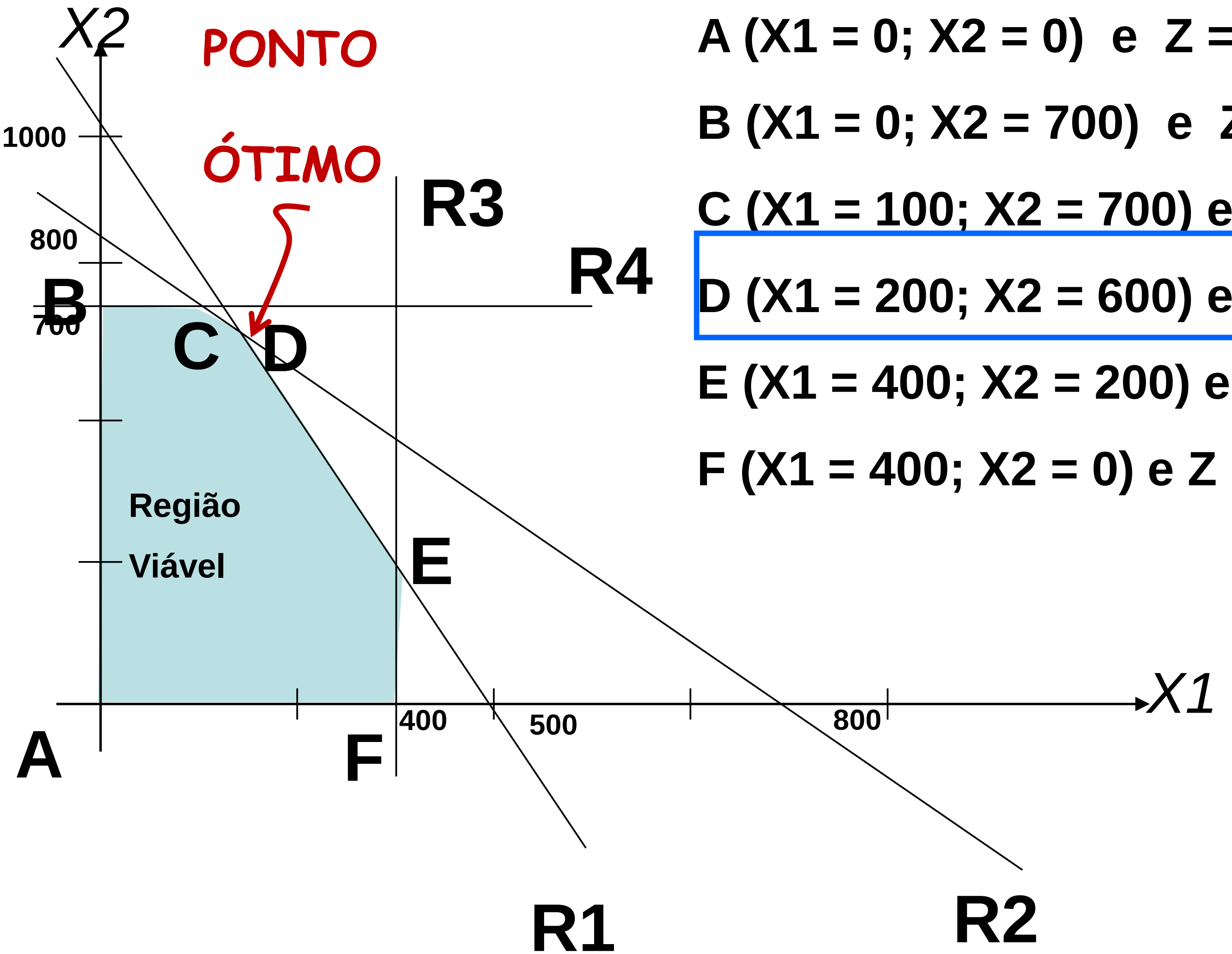
$2X1 + X2 \leq 1000$ (R2) (Restrição de horas de montagem disponíveis)

$X1 \leq 400$ (R3) (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)

$X2 \leq 700$ (R4) (Restrição número de telas do modelo 2 disponíveis)

$X1, X2 \geq 0$

4. Resolução de PPL no Excel



Vértices do Polígono:

A (X1 = 0; X2 = 0) e Z = 0

B (X1 = 0; X2 = 700) e Z = 210000

C (X1 = 100; X2 = 700) e Z = 250000

$\boxed{\textbf{D (X1 = 200; X2 = 600) e Z = 260000}}$

E (X1 = 400; X2 = 200) e Z = 220000

F (X1 = 400; X2 = 0) e Z = 160000

4. Resolução de PPL no Excel

	Variáveis de Decisão			
	X1	X2		
	0	0		
	Coeficientes da FO			
Função objetivo:	C1	C2	Valor ótimo	
Maximizar	400	300	0	
	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	A1	A2		
R1 (Restrição de material disponível para a montagem)	1	1	0	800
R2 (Restrição de horas de montagem disponíveis)	2	1	0	1000
R3 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)	1	0	0	400
R4 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis)	0	1	0	700

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$7	Valor ótimo	0	260000

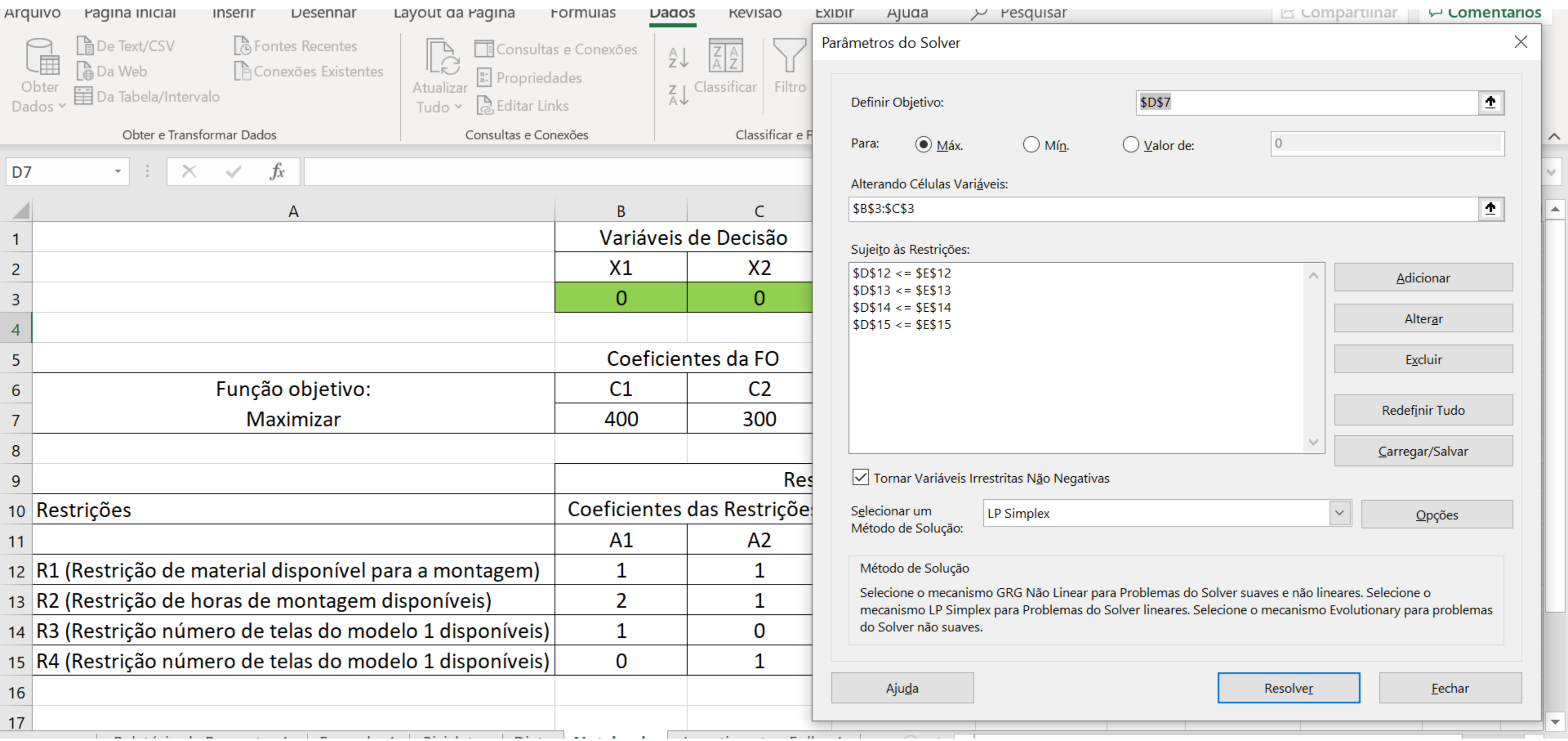
Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$B$3	X1	0	200	Conting.
$C$3	X2	0	600	Conting.

Restrições

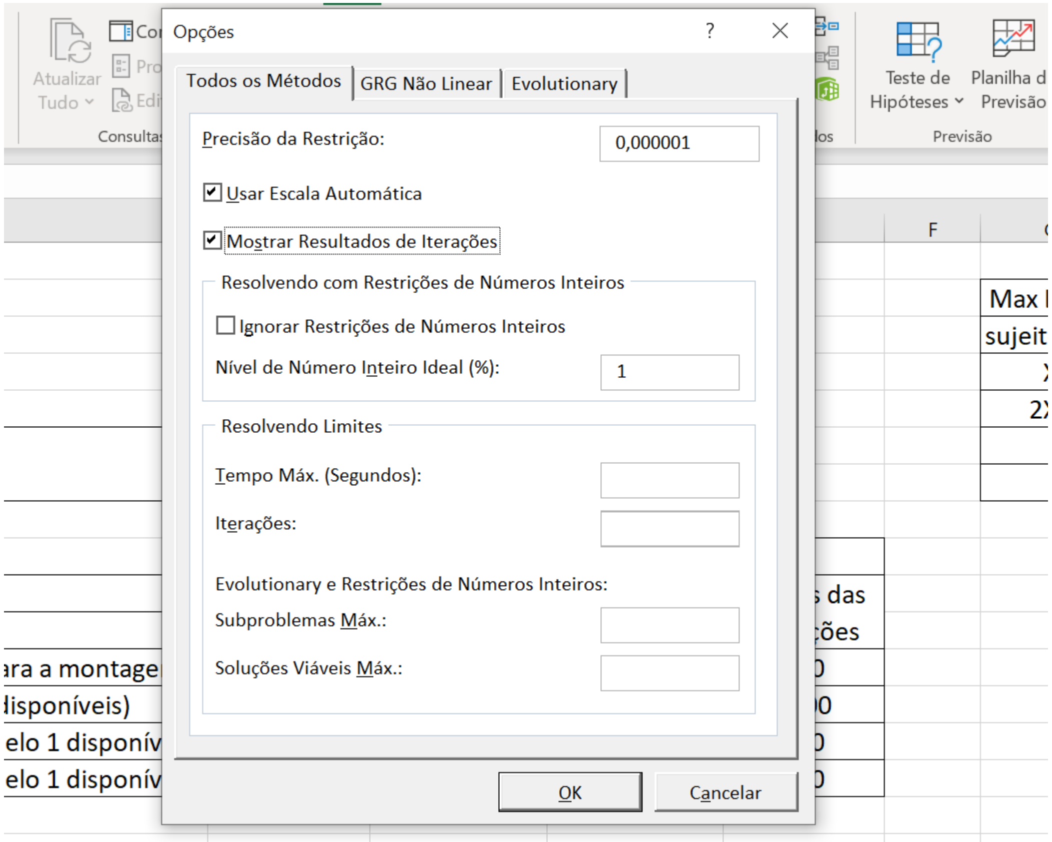
Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$D$12	R1 (Restrição de material disponível para a montagem) Valor ótimo	800	$D$12<=$E$12	Associação	0
$D$13	R2 (Restrição de horas de montagem disponíveis) Valor ótimo	1000	$D$13<=$E$13	Associação	0
$D$14	R3 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis) Valor ótimo	200	$D$14<=$E$14	Não-associação	200
$D$15	R4 (Restrição número de telas do modelo 1 disponíveis) Valor ótimo	0	$D$15<=$E$15	Não-associação	700

4. Resolução de PPL no Excel



Zeramos os valores das variáveis de decisão, e chamamos o Solver, antes de “Resolver” verificamos a opção “Opções”.

4. Resolução de PPL no Excel



Na aba “Todos os Métodos” da opção “Opções” marcamos “Mostrar Resultados de Iterações”, damos “OK” e mandamos “Resolver”.

4. Resolução de PPL no Excel

	B	C	D	E
	Variáveis de Decisão			
	X1	X2		
	400	0		
	Coeficientes da FO			
	C1	C2	Valor ótimo	
	400	300	160000	
	Restrições			
	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	A1	A2		
)	1	1	400	800
	2	1	800	1000
is)	1	0	400	400
is)	0	1	0	700

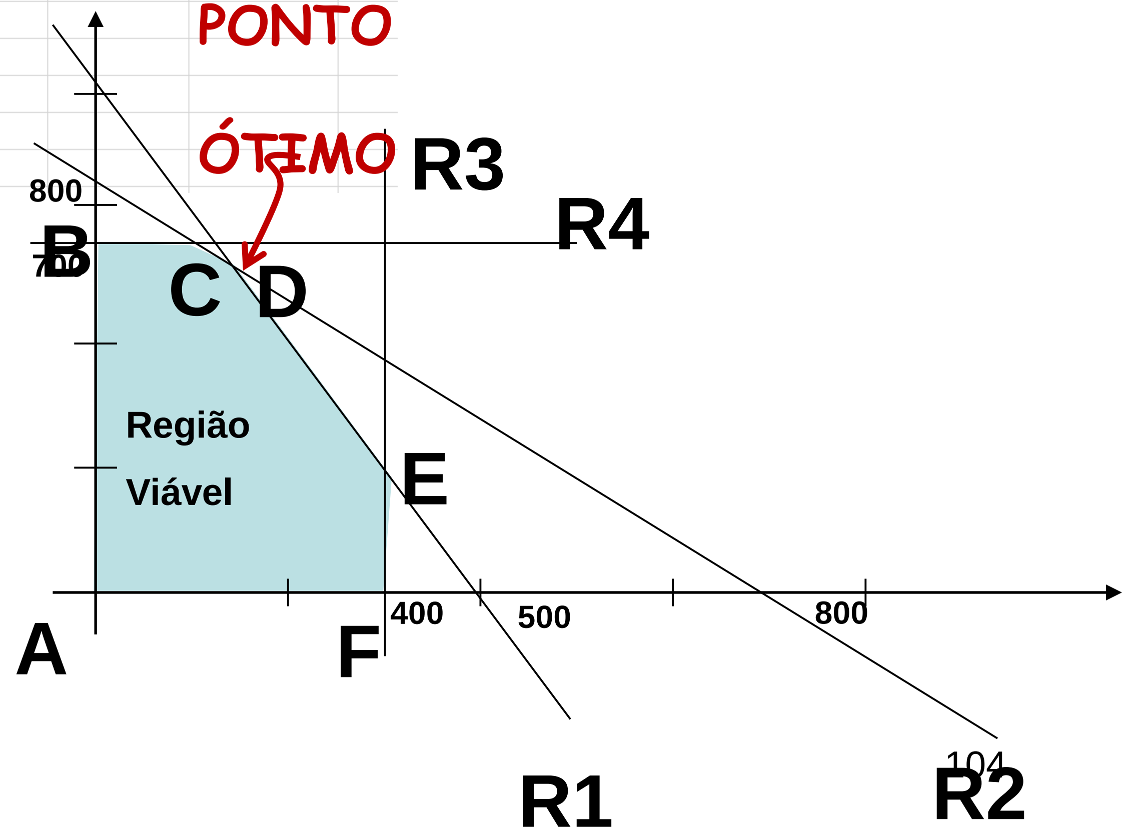
Max L = 400 X1 + 300 X2

Mostrar Solução de Avaliação

O Solver está em pausa. Os valores da solução atual são mostrados na planilha.

Continuar | Parar | Salvar Cenário...

Na primeira iteração, passou da solução A= (0,0) para a solução F = (400,0).



4. Resolução de PPL no Excel

Variáveis de Decisão	
X1	X2
400	200

Coeficientes da FO		
C1	C2	Valor ótimo
400	300	220000

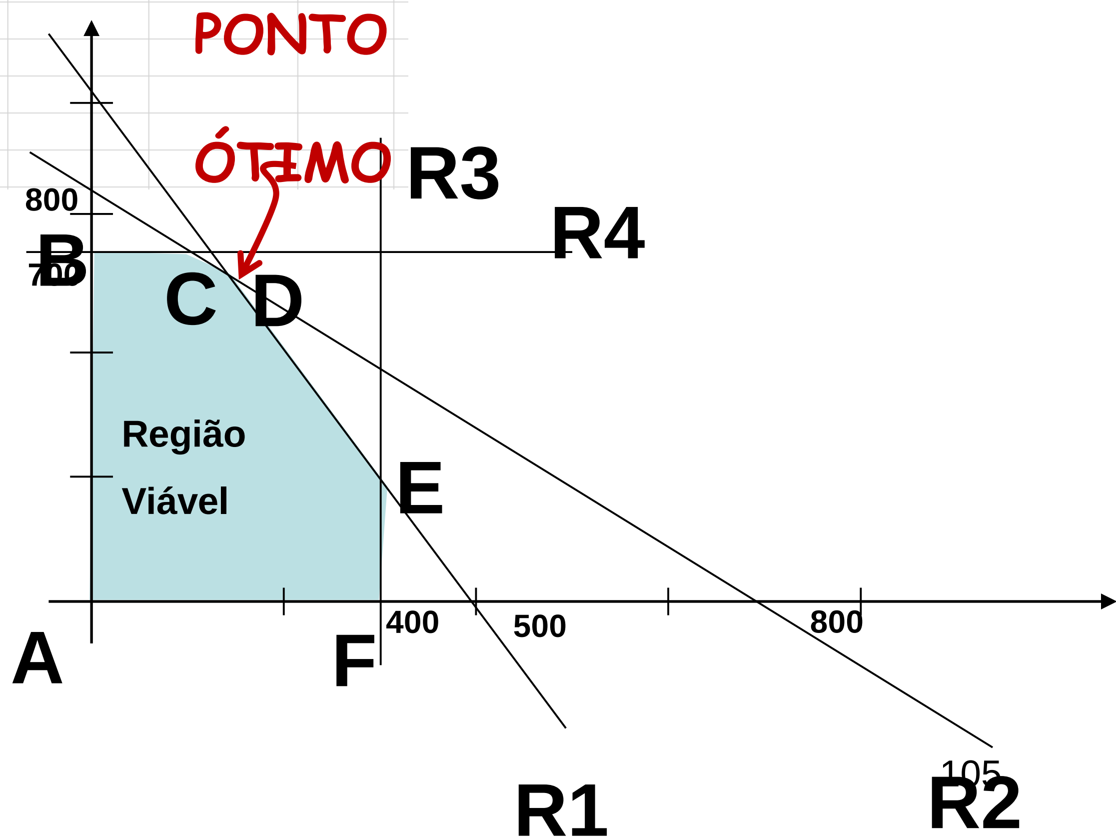
Restrições			
Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
A1	A2		
1	1	600	800
2	1	1000	1000
1	0	400	400
0	1	0	700

Mostrar Solução de Avaliação

O Solver está em pausa. Os valores da solução atual são mostrados na planilha.

Continuar | Parar | Salvar Cenário...

Na segunda iteração, passou da solução F = (400,0) para a solução E = (400,200).



4. Resolução de PPL no Excel

Variáveis de Decisão	
X1	X2
200	600

Coeficientes da FO		
C1	C2	Valor ótimo
400	300	260000

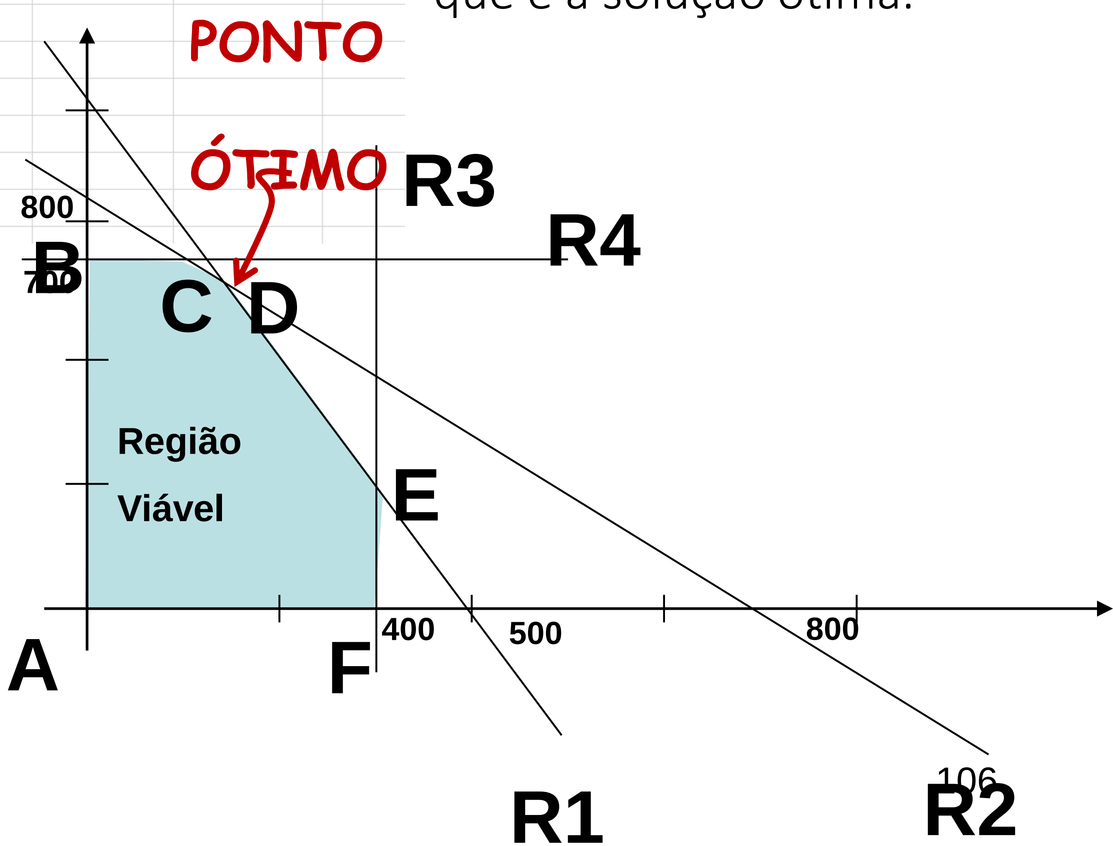
Restrições			
Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
A1	A2		
1	1	800	800
2	1	1000	1000
1	0	200	400
0	1	0	700

Mostrar Solução de Avaliação

O Solver está em pausa. Os valores da solução atual são mostrados na planilha.

Continuar | Parar | Salvar Cenário...

Na terceira iteração, passou da solução E = (400,200) para a solução D =(200,600), que é a solução ótima.



4. Resolução de PPL no Excel

Um agricultor pretende cultivar 80 ha de terra com tomate e trigo de forma a maximizar a receita. As receitas resultantes de cada hectare de tomate e trigo são R$ 300,00 e R$ 200,00 respectivamente. As necessidades de recursos para cada cultura e a disponibilidade desses recursos estão no quadro a seguir.

Recursos	Necessidades (por há)		Disponibilidade
	Tomate	Trigo	
Agua (em mil litros)	1	0	40
Fertilizantes (em Kg)	2	1	100

Construir o modelo matemático que indique o número de há dedicadas a cada cultura. **Resolva pelo método simplex usando o solver do Excel.**

5. Analises de Sensibilidade

5. Analises de Sensibilidade

Em **todos** os *modelos de programação linear*, os **coeficientes** da *função objetivo* e das *restrições* são considerados como entrada de dados ou parâmetros para os modelos.

As soluções ótimas que obtemos são baseadas nos valores destes coeficientes que, na prática, são raramente conhecidos com absoluta certeza.

Cada variação nos valores destes coeficientes **muda** o problema de programação linear que pode afetar a solução ótima encontrada anteriormente. A análise de sensibilidade nos ajuda a entender como esta solução ótima.

5. Analises de Sensibilidade

Um microempresário vende **Pão de Queijo (P)** a R$ 3,50 e **Biscoitos (B)** a R$ 5,20. Para a fabricação dos produtos, temos que usar farinha, ovos, óleo, queijo. O estoque atual é de 1.750 gramas de farinha, 55 unidades de ovos, 30 litros de óleo e 10 kg de queijo. Para cada unidade de pão de queijo fabricada é necessário de 10 gramas de farinha, 0,3 unidades de ovos, 0,2 litros de óleo e 12 gramas de queijo. Para cada unidade de biscoito, utiliza-se 12 gramas de farinha, 0,5 unidades de ovos, 0,2 litros de óleo e 17 gramas de queijo.

5. Analises de Sensibilidade

Max Receita = 3,50 P + 5,20 B

sujeito às restrições:

Farinha: 10 P + 12 B ≤ 1.750

Ovos: 0,3 P + 0,5 B ≤ 55

Óleo: 0,2 P + 0,2 B ≤ 30

Queijo: 12 P + 17 B ≤ 10.000

	Variáveis de Decisão		
	P	B	
	0	0	

	Coeficientes da FO		
Função objetivo:	Cp	Cb	Valor ótimo
Maximizar	3,5	5,2	0

	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	Ap	Ab		
R1 (Disponibilidade de farinha)	10	12	0	1750
R2 (Disponibilidade de ovos)	0,3	0,5	0	55
R3 (Disponibilidade de óleo)	0,2	0,2	0	30
R4 (Disponibilidade de queijo)	12	17	0	10000

5. Analises de Sensibilidade

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$7	Valor ótimo	0	610

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$B$3	P	0	100	Conting.
$C$3	B	0	50	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	$D$12<=$E$12	Não-associação	150
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	$D$13<=$E$13	Associação	0
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	$D$14<=$E$14	Associação	0
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	$D$15<=$E$15	Não-associação	7950

5. Analises de Sensibilidade

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$B$3	P	100	0	3,5	1,7	0,38
$C$3	B	50	0	5,2	0,633333333	1,7

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	0	1750	1E+30	150
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	8,5	55	15	10
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	4,75	30	4,285714286	8
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	0	10000	1E+30	7950

As colunas **Permitido Aumentar** e **Permitido Reduzir** mostram quanto se pode aumentar ou reduzir nos coeficientes, sem que a solução ótima se altere. Se aumentamos o coeficiente de P em 1,50 (para 5,00) a solução continua a mesma, se aumentamos em 1,75 (para 5,25) a solução ótima muda.

5. Analises de Sensibilidade

	A	B	C	D	E
1		Variáveis de Decisão			
2		P	B		
3		100	50		
4					
5		Coeficientes da FO			
6	Função objetivo:	Cp	Cb	Valor ótimo	
7	Maximizar	5	5,2	760	
8					
9		Restrições			
10	Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
11		Ap	Ab		
12	R1 (Disponibilidade de farinha)	10	12	1600	1750
13	R2 (Disponibilidade de ovos)	0,3	0,5	55	55
14	R3 (Disponibilidade de óleo)	0,2	0,2	30	30
15	R4 (Disponibilidade de queijo)	12	17	2050	10000

Alteração do coeficiente do

Pão de Queijo para 5,0.

Continua a mesma solução.

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$7	Valor ótimo	0	760

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$B$3	P	0	100	Conting.
$C$3	B	0	50	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	$D$12<=$E$12	Não-associação	150
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	$D$13<=$E$13	Associação	0
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	$D$14<=$E$14	Associação	0
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	$D$15<=$E$15	Não-associação	7950

5. Analises de Sensibilidade

1		Variáveis de Decisão			
2		P	B		
3		150	0		
4					
5		Coeficientes da FO			
6	Função objetivo:	Cp	Cb	Valor ótimo	
7	Maximizar	5,25	5,2	787,5	
8					
9		Restrições			
10	Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
11		Ap	Ab		
12	R1 (Disponibilidade de farinha)	10	12	1500	1750
13	R2 (Disponibilidade de ovos)	0,3	0,5	45	55
14	R3 (Disponibilidade de óleo)	0,2	0,2	30	30
15	R4 (Disponibilidade de queijo)	12	17	1800	10000

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$7	Valor ótimo	0	787,5

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$B$3	P	0	150	Conting.
$C$3	B	0	0	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1500	$D$12<=$E$12	Não-associação	250
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	45	$D$13<=$E$13	Não-associação	10
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	$D$14<=$E$14	Associação	0
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	1800	$D$15<=$E$15	Não-associação	8200

Alteração do coeficiente do

Pão de Queijo para 5,25.

A solução muda.

Voltando ao problema original:

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$B$3	P	100	0	3,5	1,7	0,38
$C$3	B	50	0	5,2	0,633333333	1,7

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	0	1750	1E+30	150
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	8,5	55	15	10
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	4,75	30	4,285714286	8
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	0	10000	1E+30	7950

O **Preço Sombra** mostra quanto a função objetivo varia se aumentarmos 1 unidade no lado direito da inequação. É natural que os insumos que estão sendo consumidos totalmente possam variar a solução ao incrementarmos sua disponibilidade. No nosso exemplo, se tivermos 1 ovo a mais (56) nossa receita aumenta em $8,5. Caso incrementemos 1 unidade de óleo, aumentaríamos em $4,75 nossa receita.

5. Analises de Sensibilidade

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
\$B\$3	P	100	0	3,5	1,7	0,38
\$C\$3	B	50	0	5,2	0,633333333	1,7

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
\$D\$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	0	1750	1E+30	150
\$D\$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	8,5	55	15	10
\$D\$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	4,75	30	4,285714286	8
\$D\$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	0	10000	1E+30	7950

O **Preço Sombra** da farinha e do queijo é zero, porque esses recursos não são "limitantes" da produção (estamos utilizando em quantidade inferior ao que temos disponível), então não ainda ter (ou comprar) mais desse recurso.

5. Analises de Sensibilidade

	Variáveis de Decisão			
	P	B		
	95	55		
	Coeficientes da FO			
Função objetivo:	Cp	Cb	Valor ótimo	
Maximizar	3,5	5,2	618,5	
	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
	Ap	Ab		
R1 (Disponibilidade de farinha)	10	12	1610	1750
R2 (Disponibilidade de ovos)	0,3	0,5	56	56
R3 (Disponibilidade de óleo)	0,2	0,2	30	30
R4 (Disponibilidade de queijo)	12	17	2075	10000

Alteração da disponibilidade

Na quantidade de ovos de 55 para 56, a função objetivo aumento em 8,50.

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$D$7	Valor ótimo	0	618,5

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$B$3	P	0	95	Conting.
$C$3	B	0	55	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1610	$D$12<=$E$12	Não-associação	140
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	56	$D$13<=$E$13	Associação	0
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	$D$14<=$E$14	Associação	0
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2075	$D$15<=$E$15	Não-associação	7925

5. Analises de Sensibilidade

O **Preço Sombra** para o recurso **i** mede o valor marginal deste recurso em relação o lucro total, isto é, a quantidade que o Lucro Total (Z) **poderia ser melhorado**, caso a quantidade do recurso **i (bi)** puder ser aumentado em uma unidade.

A interpretação económica, seria: até quanto estaríamos dispostas a pagar por uma unidade desse recurso?

Em nosso exemplo aumentando a disponibilidade em mais 1 ovo, a receita aumenta R$ 8,5, neste sentido, o custo da compra de um ovo, deveria ser inferior ao preço sombra.

5. Analises de Sensibilidade

Células Variáveis

Célula		Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$B$3	P		100	0	3,5	1,7	0,38
$C$3	B		50	0	5,2	0,633333333	1,7

Restrições

O **Custo Reduzido** de uma variável significa o quanto **“piora”** o valor da função objetivo para cada unidade (dessa variável) que o tomador de decisão impor “a mais” no valor da variável.

5. Analises de Sensibilidade

1		Variáveis de Decisão			
2		P	B		
3		150	0		
4					
5		Coeficientes da FO			
6	Função objetivo:	Cp	Cb	Valor ótimo	
7	Maximizar	5,25	5,2	787,5	
8					
9		Restrições			
10	Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
11		Ap	Ab		
12	R1 (Disponibilidade de farinha)	10	12	1500	1750
13	R2 (Disponibilidade de ovos)	0,3	0,5	45	55
14	R3 (Disponibilidade de óleo)	0,2	0,2	30	30
15	R4 (Disponibilidade de queijo)	12	17	1800	10000

Alteração do coeficiente do Pão de Queijo para 5,25.

A solução muda (150,0), e o custo reduzido do biscoito é -0,05.

Microsoft Excel 16.0 Relatório de Sensibilidade
Planilha: [Exemplos_PO_Solver.xlsx]Exemplo_Pao_Queijo
Relatório Criado: 28/08/2019 10:25:49

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$B$3	P	150	0	5,25	1E+30	0,05
$C$3	B	0	-0,05	5,2	0,05	1E+30

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1500	0	1750	1E+30	250
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	45	0	55	1E+30	10
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	26,25	30	5	30
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	1800	0	10000	1E+30	8200

5. Analises de Sensibilidade

1		Variáveis de Decisão			
2		P	B		
3		100	50		
4					
5		Coeficientes da FO			
6	Função objetivo:	Cp	Cb	Valor ótimo	
7	Maximizar	5,25	5,3	790	
8					
9		Restrições			
10	Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das restrições
11		Ap	Ab		
12	R1 (Disponibilidade de farinha)	10	12	1600	1750
13	R2 (Disponibilidade de ovos)	0,3	0,5	55	55
14	R3 (Disponibilidade de óleo)	0,2	0,2	30	30
15	R4 (Disponibilidade de queijo)	12	17	2050	10000

Alteração do coeficiente do Biscoito para 5,30, este produto volta a ser produzido (entra na solução).

Como a variável B passou de 0 para 50 e o custo reduzido era -0,05, temos que 50*-0,05=-2,5 é a "piora" na FO, isto é a FO aumentou em 2,5.

Microsoft Excel 16.0 Relatório de Sensibilidade
Planilha: [Exemplos_PO_Solver.xlsx]Exemplo_Pao_Queijo
Relatório Criado: 28/08/2019 10:31:02

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$B$3	P	100	0	5,25	0,05	2,07
$C$3	B	50	0	5,3	3,45	0,05

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	0	1750	1E+30	150
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	0,25	55	15	10
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	25,875	30	4,285714286	8
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	0	10000	1E+30	7950

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$12	R1 (Disponibilidade de farinha) Valor ótimo	1600	0	1750	1E+30	150
$D$13	R2 (Disponibilidade de ovos) Valor ótimo	55	8,5	55	15	10
$D$14	R3 (Disponibilidade de óleo) Valor ótimo	30	4,75	30	4,285714286	8
$D$15	R4 (Disponibilidade de queijo) Valor ótimo	2050	0	10000	1E+30	7950

- Suponha agora, que o microempresário, está pensando em produzir mais um produto, que consome 4 unidades de farinha, 0,2 de ovo, 0,4 de óleo e 2 de queijo.
- Qual deveria ser o valor mínimo do novo produto para ser viável a sua produção?

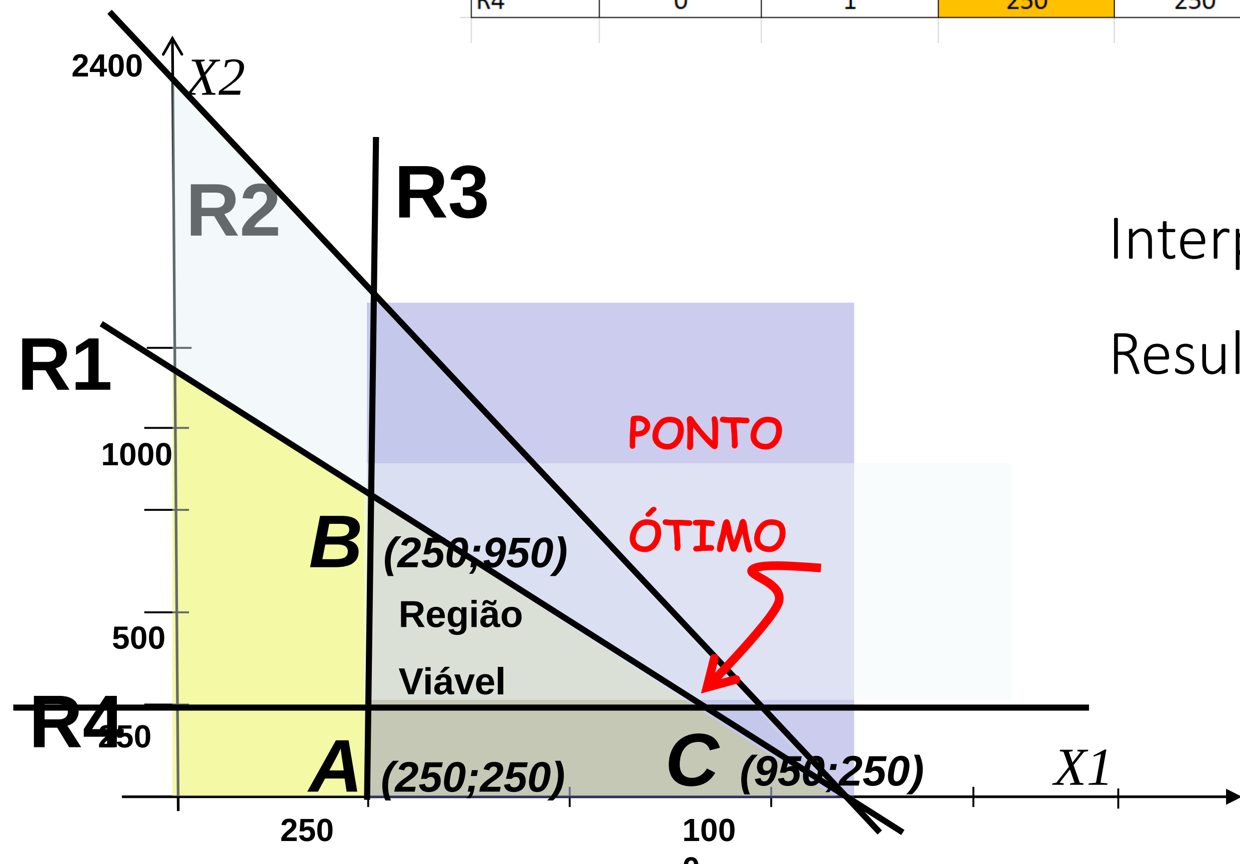
Solução: pelos preços sombra podemos ver que temos disponibilidade de farinha e queijo. O custo de uma unidade de ovo é 8,5 e 1 unidade de óleo 4,75, então o custo do novo produto é: $0,2 * 8,5 + 4,75 * 0,4 = 3,6$. Este é o valor mínimo que deve ser vendido o novo produto para entrar no plano de produção.

Exemplos da

Só Bicicletas.

	C	D	E	F	G	H	I	J
		Variáveis de Decisão						
		X1	X2				Max L = 50X1 + 30X2	
		950	250				sujeito a	
							4X1 + 4X2 <= 4800	
		Coeficientes da FO					2X1 + X2 <= 2400	
	›bjetivo:	C1	C2	Valor ótimo			X1 >= 250	
	nizar	50	30	55000			X2 >= 250	

	Restrições			
Restrições	Coeficientes das Restrições			Limites das
	A1	A2		restrições
R1	4	4	4800	4800
R2	2	1	2150	2400
R3	1	0	950	250
R4	0	1	250	250



Interpretar o relatório de

Resultados e de Sensibilidade

Célula do Objetivo (Máx.)

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final
$F$7	Valor ótimo	0	55000

Células Variáveis

Célula	Nome	Valor Original	Valor Final	Número Inteiro
$D$3	X1	0	950	Conting.
$E$3	X2	0	250	Conting.

Restrições

Célula	Nome	Valor da Célula	Fórmula	Status	Margem de Atraso
$F$12	R1 Valor ótimo	4800	$F$12<=$G$12	Associação	0
$F$13	R2 Valor ótimo	2150	$F$13<=$G$13	Não-associação	250
$F$14	R3 Valor ótimo	950	$F$14>=$G$14	Não-associação	700
$F$15	R4 Valor ótimo	250	$F$15>=$G$15	Associação	0

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$3	X1	950	0	50	1E+30	20
$E$3	X2	250	0	30	20	1E+30

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$F$12	R1 Valor ótimo	4800	12,5	4800	500	2800
$F$13	R2 Valor ótimo	2150	0	2400	1E+30	250
$F$14	R3 Valor ótimo	950	0	250	700	1E+30
$F$15	R4 Valor ótimo	250	-20	250	700	250

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$F$12	R1 Valor ótimo	4800	12,5	4800	500	2800
$F$13	R2 Valor ótimo	2150	0	2400	1E+30	250
$F$14	R3 Valor ótimo	950	0	250	700	1E+30
$F$15	R4 Valor ótimo	250	-20	250	700	250

- Para a 1ª. restrição (consumo de mão de obra na fabricação) tem preço sombra de $12,5. Este recurso foi todo consumido na solução ótima, sendo assim, o valor de $12,5 para este recurso significa que para cada hora a mais de mão obra que a empresa puder obter, o valor da função objetivo ($55000) será acrescido em $12,5. Isto é, se a empresa puder dispor de mais 100 horas de mão de obra para fabricação o valor de seu lucro passará para $55.000 + 100* 12,5 = $56.250,00.
- Para a 2ª. restrição um preço sombra informado de zero, a folga deste recurso é de 250 horas, isto é já existem 250 horas sobrando deste recurso. Em nada irá acrescentar o valor da Função Objetivo se o administrador puder contratar 1 hora a mais neste departamento.

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$F$12	R1 Valor ótimo	4800	12,5	4800	500	2800
$F$13	R2 Valor ótimo	2150	0	2400	1E+30	250
$F$14	R3 Valor ótimo	950	0	250	700	1E+30
$F$15	R4 Valor ótimo	250	-20	250	700	250

- Para a 3ª. restrição tem-se um preço sombra de zero, não é uma restrição de recurso e sim de demanda (X1 >=250). Este preço significa que 1 unidade de acréscimo na disponibilidade desta restrição não irá aumentar e nem diminuir o valor da função objetivo.
- Para 4ª. restrição tem-se um preço sombra de $-20, isto é: 1 unidade de acréscimo na 4ª. restrição (X2 >=250) irá ocasionar um aumento de $-20 no valor do lucro da empresa, ou seja, irá diminuir o lucro. Por exemplo, se o empresário exigir que o mínimo de bicicletas masculinas produzidas pela empresa seja aumentado para 300 unidades O que irá acontecer?

O lucro irá passar de $55.000,00 para $55.000 + (-20*50) = $54.000,00

5. Analises de Sensibilidade

Imagine agora que o dono da Só Bicicletas (SB) recebe um relatório indicando que o lucro do modelo de bicicletas femininas caiu de R$ 50,00 para R$ 42,00 pois a mesma utiliza algumas peças importadas que tiveram seu preço elevado com a subida do dólar ocasionando assim um acréscimo no custo unitário da bicicleta.

Este empresário pergunta a você o que fazer?

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$3	X1	950	0	50	1E+30	20
$E$3	X2	250	0	30	20	1E+30

5. Analises de Sensibilidade

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$3	X1	950	0	50	1E+30	20
$E$3	X2	250	0	30	20	1E+30

Os coeficientes da função objetivo podem variar sem alterar a solução ótima:

As alterações no coeficiente de X1 dentro do intervalo abaixo **não** conduzem à uma nova solução ótima ou novo plano de produção para a Só Bicicletas.

Intervalo de variação do coef. de X1 = [(50-20; 50+ infinito)] = [30; + infinito]

Este intervalo mostra, portanto, que se o lucro unitário do modelo de bicicletas femininas cair até $30 nenhuma alteração no plano de produção ótimo (produzir 950 bicicletas modelo feminino e 250 do modelo masculino) irá ocorrer.

5. Analises de Sensibilidade

Células Variáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Permitido Aumentar	Permitido Reduzir
$D$3	X1	950	0	50	1E+30	20
$E$3	X2	250	0	30	20	1E+30

Para o modelo masculino o intervalo será:

Intervalo de variação do coef. de X2 = [(30- infinito); (30+20)] = (-infinito;50]

Tem-se então que o lucro unitário pode cair quanto quiser que esta mudança não ocasionará um novo plano de produção ótimo. Observa-se também que se o lucro unitário deste modelo subir para além de $50 um novo plano de produção será estabelecido.

Objetivamente falando esta parte do relatório indicará a sensibilidade da solução ótima a mudanças ocasionadas nos valores dos coeficientes da função objetivo.

5. Analises de Sensibilidade

Microsoft Excel 16.0 Relatório de Limites
Planilha: [Exemplos_PO_Solver.xlsx]Bicicletas
Relatório Criado: 28/08/2019 15:04:32

	Objetivo	
Célula	**Nome**	**Valor**
$F$7	Valor óti	55000

	Variável		Inferior	Objetivo	Superior	Objetivo
Célula	**Nome**	**Valor**	**Limite**	**Resultado**	**Limite**	**Resultado**
$D$3	X1	950	250	20000	950	55000
$E$3	X2	250	250	55000	250	55000

O Relatório de limites, informa os limites que as variáveis de decisão podem assumir e qual seria o valor da F.O. nesse caso, X1 tem um limite inferior de 250 bicicletas femininas, o que levaria a F.O. a R$ 20.000,00 (sendo que X2 continua em 250 unidades fabricadas).

Programação Linear e Grafos

Sistemas de Informação - UNISUL

Aran Bey Tcholakian Morales, Dr. Eng.

(Programação Linear e Grafos - Apostila 5)