



Linguagens Formais e Programação

Aula 3 – Teoria das Linguagens Formais

Prof. Flávio Ceci, Dr.

flavio.ceci@unisul.br

1

Introdução

- O que é linguagem?
 - Uma linguagem como sendo uma forma de comunicação;
 - Um conjunto de elementos (símbolos) e um conjunto de métodos (regras) para combinar estes elementos, usado e entendido por uma determinada comunidade
 1. Linguagens Naturais (ou idiomáticas)
 2. Linguagens de Programação, de Controle, de Consulta
 3. Protocolos de Comunicação

Fonte: Furtado

2

Conceitos Básicos

- Alfabeto (ou vocabulário)
 - É um conjunto finito, não vazio, de símbolos (elementos);
 - Exemplos:
 - $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$
 - $\Sigma = \{0, 1\}$
 - $\Sigma = \{a, e, i, o, u\}$

Fonte: Furtado

3

Conceitos Básicos

- Sentenças, palavras ou cadeia
 - Uma sentença sobre um alfabeto Σ , é uma sequência (ou cadeia) finita de símbolos do alfabeto.
 - Exemplo de sentenças sobre $\Sigma = \{a, b\}$:
 - $a, b, aa, ab, bb, aaa, aab, aba, baa, \dots$

Fonte: Furtado

4

Conceitos Básicos

- Tamanho de uma sentença (palavra):
 - Seja w uma sentença.
 - O tamanho da sentença w , denotado por $|w|$, é definido pelo número de símbolos (elementos do alfabeto) que compõem w .
 - Exemplos:
 - Seja $\Sigma = \{ a, b, c \}$
 - se $x = aba$, então $|x| = 3$
 - se $x = c$, então $|x| = 1$

Fonte: Furtado

5

Conceitos Básicos

- Sentença vazia:
 - É uma sentença constituída de nenhum símbolo; isto é, uma sentença de tamanho 0 (zero).
 - Observações:
 - Representaremos a sentença vazia por ϵ (*épsilon*).
 - Por definição, $|\epsilon| = 0$

Fonte: Furtado

6

Conceitos Básicos

- Potência de uma sentença:
 - Seja w uma sentença.
 - A n -ésima potência de w , representada por w^n , significa w repetido n vezes.
 - Exemplos:
 - se $x = ab$, então $x^3 = ababab$
 - Para x , $x^0 = \varepsilon$

Fonte: Furtado

7

Conceitos Básicos

- Prefixo, Sufixo e Subpalavra:
 - Prefixo de uma palavra é qualquer sequência inicial de símbolos da palavra.
 - Sufixo de uma palavra é qualquer sequência final de símbolos da palavra.
 - Subpalavra é qualquer sequência contígua de símbolos da palavra.
 - Exemplo: Identificar os prefixos, sufixos e subpalavras de “aaba”.

aaba:

ε , a, aa, aab, aaba

ε , a, ba, aba, aaba

ε , a, b, aa, ab, ba, aab, aba, aaba

Fonte: PALAZZO apud CASTIÑEIRA (2017)

8

Conceitos Básicos

- Fechamento de um Alfabeto:
 - Seja Σ um alfabeto.
 - O fechamento reflexivo (ou simplesmente fechamento) de Σ , representado por Σ^* , é dado pelo conjunto de todas as possíveis sequências que podem ser formadas a partir de Σ , inclusive a sentença vazia.
 - O fechamento transitivo (ou fechamento positivo) de Σ , representado por Σ^+ , é dado por $\Sigma^* - \{\epsilon\}$.

Fonte: Furtado

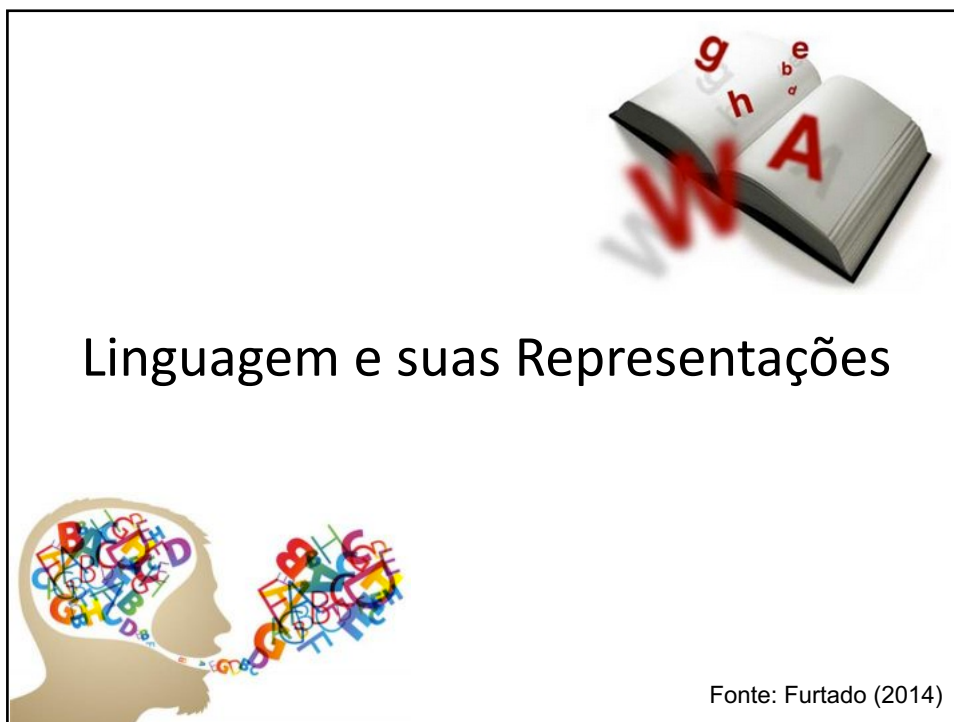
9

Conceitos Básicos

- Fechamento de um Alfabeto:
 - Exemplos:
 - Seja $\Sigma = \{0, 1\}$, temos que:
 - $\Sigma^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 11, 000, \dots\}$
 - $\Sigma^+ = \{0, 1, 00, 01, 11, 000, \dots\}$

Fonte: Furtado

10



11

Linguagem e suas Representações

- Linguagem:
 - Uma linguagem L sobre um alfabeto Σ , é um subconjunto de Σ^* ; isto é, $L \subseteq \Sigma^*$
- Representações de Linguagens:
 - O estudo de linguagens está intimamente relacionado ao estudo das formas de representação dessas linguagens. O problema de representação de uma linguagem, por sua vez, está relacionado com o fato dela ser **finita** ou **infinita**

12

Linguagem e suas Representações

- Linguagem Finita:
 - É uma Linguagem que pode ser representada por enumeração.
 - Exemplo: A linguagem definida como sendo o conjunto dos inteiros positivos pares maiores que 0 e menores que 20, pode ser representado por:

$$L = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}.$$

13

Linguagem e suas Representações

- Linguagem Infinita:
 - Neste caso, na impossibilidade de usarmos enumeração, precisamos encontrar uma representação finita para estas linguagens.
 - Exemplo: A linguagem definida como sendo o conjunto dos inteiros pares poderia ser representada por $\Sigma = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ que, apesar de intuitiva, não é finita e nem precisa.

14

Linguagem e suas Representações

- Reconhecedores:
 - São dispositivos formais que nos permitem verificar se uma determinada sentença pertence ou não a uma determinada linguagem;
 - é uma representação das sentenças de uma linguagem sob o ponto de vista do reconhecimento de tais sentenças.

15

Linguagem e suas Representações

- Reconhecedores:
 - Esses dispositivos denominam-se autômatos; autômatos finitos, autômatos de pilha e máquinas de Turing, por exemplo, podem ser destacados como importantes classes de autômatos.

16

Linguagem e suas Representações

- Sistemas Geradores:
 - São dispositivos formais dotados de mecanismos que permitem a geração sistemática das sentenças de uma linguagem (representação sob o ponto de vista da geração das sentenças de uma linguagem).

17

Linguagem e suas Representações

- Sistemas Geradores:
 - Os principais sistemas geradores disponíveis são as gramáticas, dentre as quais, por exemplo, podemos destacar as gramáticas de CHOMSKY.
 - Observações: Todo reconhecedor e todo sistema gerador pode ser representado por algoritmos e/ou procedures.

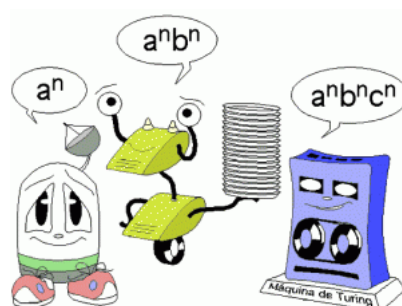
18

Linguagem e suas Representações

- Linguagens Formais:
 - São linguagens que podem ser representadas de maneira finita e precisa através de sistemas com sustentação matemática (dispositivos formais ou modelos matemáticos).

19

Linguagens Formais



Fonte: PALAZZO apud CASTIÑEIRA (2017)

20

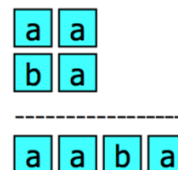
Linguagens Formais

- É um conjunto de palavras sobre um alfabeto.
- Exemplos:
 - $\{\}, \{\epsilon\}, \{a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots\}$.
- Aplicações:
 - Modelos dinâmicos, processos de automação, provadores de teoremas, interpretadores, compiladores, lógica temporal, automação, robótica, prototipação, etc.

21

Linguagens Formais

- Concatenação de Palavras
 - Operação binária, sem representação.
 - É a justaposição de duas ou mais palavras, produzindo uma terceira que é formada pelos símbolos da primeira, na ordem em que ocorrem, seguidos pelos símbolos da segunda, também na ordem em que ocorrem e assim sucessivamente.
 - Exemplo:
 - Se $v=aa$ e $w=ba$ então
 - $x=vw=aaba$ e $y=vw=baaa$.



22

Linguagens Formais

- Propriedades da Concatenação

- **Associatividade:** $v(wt) = (vw)t$.

- **Elemento Neutro:** $\varepsilon w = w = w\varepsilon$.

$v=aa, w=b, t=a \rightarrow v(wt) = (vw)t = aaba$

$u=aaba \rightarrow \varepsilon u = aaba = u\varepsilon$

23

Linguagens Formais

- Concatenação Sucessiva

- De uma palavra repetidas vezes com ela mesma.

- Notação: w^n , onde $n \geq 0$ é o número de vezes que a palavra é repetida.

- $w^3 = www$.

- $w^1 = w$.

- $w^0 = \varepsilon$, para $w \neq \varepsilon$.

$(ab)^3 = ababab$

24

Linguagens Formais

- Gramáticas

– Uma gramática é uma quádrupla, $G=(V, T, P, S)$, onde:

- V é um conjunto de símbolos variáveis ou não-terminais.
- T é um conjunto de símbolos terminais, disjunto de V .
- P é um conjunto finito de regras de produção.
- S é um elemento de V denominado “variável inicial”.

Exemplo:

$$G = (V = \{S, X\}, \\ T = \{a, b\}, \\ P = \{S \rightarrow a \mid aX, \\ X \rightarrow b \mid bX\}, \\ S).$$

25

Linguagens Formais

- Regras de Produção

- São pares do tipo (a, b) , representados por $a \rightarrow b$, onde $a \in (V \cup T)^+$ e $b \in (V \cup T)^*$.
- Definem as condições de geração das palavras da linguagem.
- Abreviação: $a \rightarrow b_1, a \rightarrow b_2, \dots, a \rightarrow b_n$ por
 - $a \rightarrow b_1 \mid b_2 \mid \dots \mid b_n$.
- A aplicação de uma regra de produção chama-se uma **derivação**.

$$P = \{S \rightarrow aX \mid bX, X \rightarrow a \mid bX\}$$

26

Linguagens Formais

- Derivação

- Seja $G=(V,T,P,S)$ uma gramática. Uma derivação é um par da relação denotada por \rightarrow , com domínio em $(V \cup T)^+$ e contradomínio em $(V \cup T)^*$.
- Um par (a,b) da relação é denotado de forma $a \rightarrow b$.
- Sequência de Derivação:

Seja $G=(V,T,P,S)=(\{S,X\},\{a,b\},\{S \rightarrow aS \mid X, X \rightarrow ba \mid X\},S)$.

Uma *seqüência de derivação* para produzir a palavra "aaba" nesta gramática é: $S \rightarrow aS \rightarrow aaS \rightarrow aaX \rightarrow aaba$.

27

Linguagens Formais

- Definição Indutiva de Derivação

- Para toda produção da forma $S \rightarrow b$, onde S é o símbolo inicial de G , tem-se que $S \rightarrow b$.
- Para todo par $a \rightarrow b$, onde $b=uvw$, se $v \rightarrow t$ é regra de P , então $a \rightarrow utw$.
- Portanto uma derivação é a substituição de uma subpalavra, de acordo com uma regra de produção.

28

Linguagens Formais

- Notação

- \rightarrow^* Zero ou mais passos de derivação sucessivos.
- \rightarrow^+ Um ou mais passos de derivação sucessivos.
- \rightarrow^n Exatamente n passos de derivação sucessivos.
- Uma gramática é um formalismo gerador, pois permite derivar (gerar) todas as palavras da linguagem que representa.

29

Linguagens Formais

- Linguagem Gerada

- Seja $G=(V,T,P,S)$ uma gramática.
- A linguagem gerada pela gramática G , denotada por $L(G)$ ou $GERA(G)$, é composta por todas as palavras formadas por símbolos terminais deriváveis a partir do símbolo inicial S .

$$L(G) = \{w \in T^* \mid S \rightarrow^+ w\}.$$

30

Linguagens Formais

- Linguagem Gerada

- Exemplo:

- A gramática abaixo gera o conjunto dos números naturais:

$G = (V, T, P, S) = ($
 $\{S, D\},$
 $\{0, 1, \dots, 9\},$
 $\{S \rightarrow D | DS, D \rightarrow 0 | 1 | \dots | 9\},$
 S
 $).$

Por exemplo, gerar 593:

$S \rightarrow DS \rightarrow 5S \rightarrow 5DS \rightarrow 59S \rightarrow 59D \rightarrow 593$

31

Linguagens Formais

- Gramáticas Equivalentes

- Duas gramáticas, G_1 e G_2 são ditas ser equivalentes se e somente se geram a mesma linguagem, isto é:

- $GERA(G_1) = GERA(G_2).$

32

Exercícios

33

Exercícios

1 - Informe quais dos conjuntos abaixo são alfabetos:

1. Conjunto dos números inteiros
2. Conjunto dos números primos
3. Conjunto das letras do alfabeto brasileiro
4. Conjunto dos algarismos arábicos
5. Conjunto dos algarismos romanos
6. Conjunto $\{a, b, c, d\}$
7. Conjunto das partes de $\{a, b, c\}$
8. Conjunto das vogais
9. Conjunto das letras gregas

34

Exercícios

2 – Apresente os possíveis prefixos e sufixos de cada uma das seguintes palavras:

- teoria
- universidade
- aaa
- abccba
- abcabc

35

Exercícios

3 – Desenvolva uma gramática que gere a seguinte linguagem:

$$\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$$

36

Referencial Teórico

FURTADO, Olinto José Varela. **Linguagens Formais e Compiladores**. (Apostila) UFSC-CTC-INE.

PALAZZO L. M. apud CASTIÑEIRA, M. I. **Conceitos Introdutórios de Linguagens Formais**. Slides de aula, 2017.