

TRABALHO, CALOR E ENERGIAS EM PROCESSOS DE EXPANSÃO
E COMPRESSÃO DE GASES

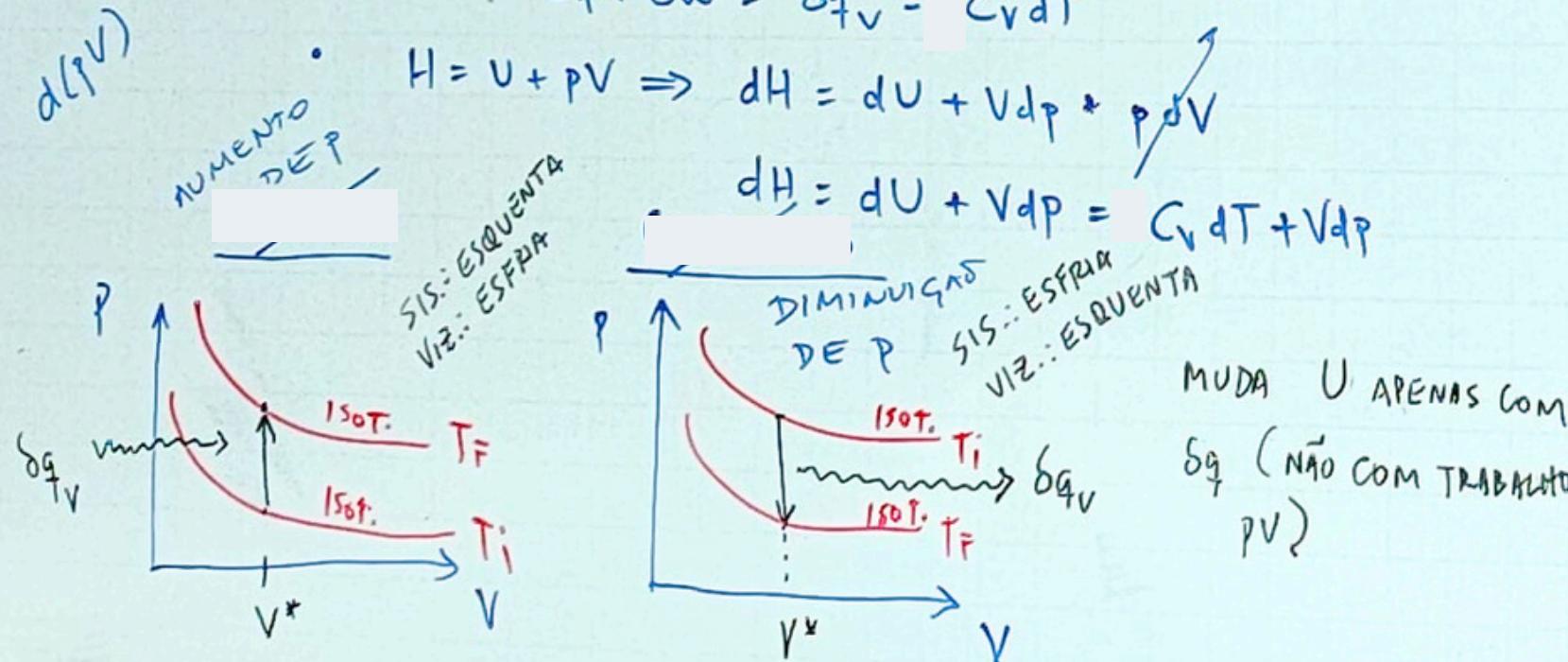
* PROCESSO ISOCÓRICO ($V = cte$)

- $\delta w = 0, \delta q = \delta q_v$

- $dU = \delta q + \delta w = \delta q_v = C_v dT$

- $H = U + PV \Rightarrow dH = dU + Vdp + pdV$

$$dH = dU + Vdp = C_v dT + Vdp$$



* PROCESSO ADIABÁTICO ($\delta q = 0$)

- $\delta q = 0, \delta w = \delta w_{ad}$

- $dU = \delta q + \delta w = \delta w_{ad} = -pdV$

- $dH = dU + pdV + Vdp = -pdV + pdV + Vdp = Vdp$

COMO $PV = nRT$, $d(PV) = pdV + Vdp = nRdT$

$$Vdp = nRdT - pdV$$

E COMO: $dU = -pdV = nC_v dT$

$$PV^\gamma = cte = k$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

$$Vdp = nRdT + nC_v dT$$

$$= (R + C_v) n dT$$

$$= n \bar{C}_p dT$$

DETALHANDO O TRABALHO:

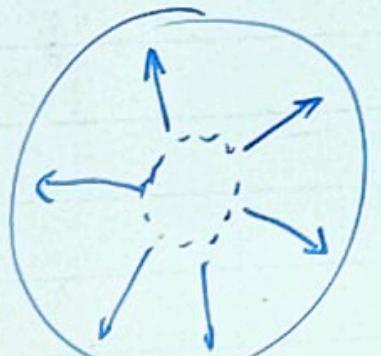
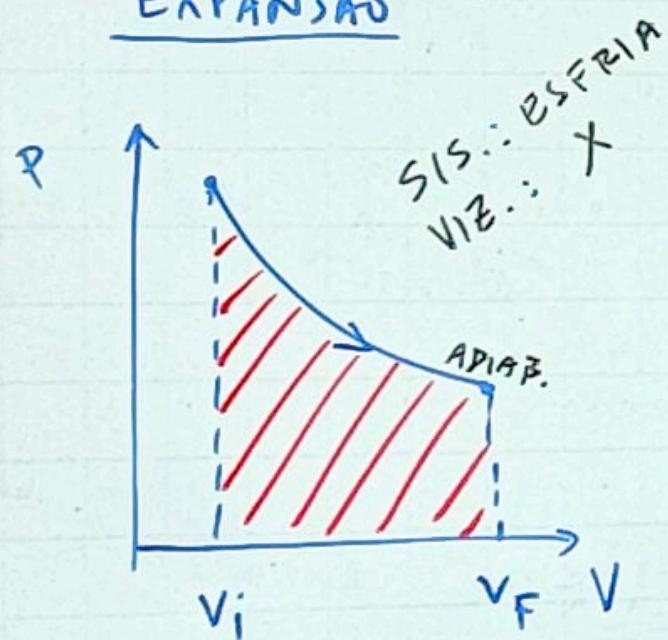
$$W_{ad} = \int_{i}^{f} \delta w_{ad} = -\frac{k}{1-\gamma} V^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Big|_i^f = -\frac{(kV_f^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - kV_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}})}{1-\gamma} = \frac{kV_f^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - kV_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{\gamma-1} = \frac{P_f V_f^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - P_i V_i^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{\gamma-1}$$

$$W_{ad} = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1} = \frac{nR(T_f - T_i)}{\gamma-1}$$

$$W_{AD} = \frac{nR(T_F - T_i)}{\frac{C_p}{C_v} - 1} = \frac{nR C_v (T_F - T_i)}{C_p - C_v} = C_v (T_F - T_i) = C_v \Delta T$$

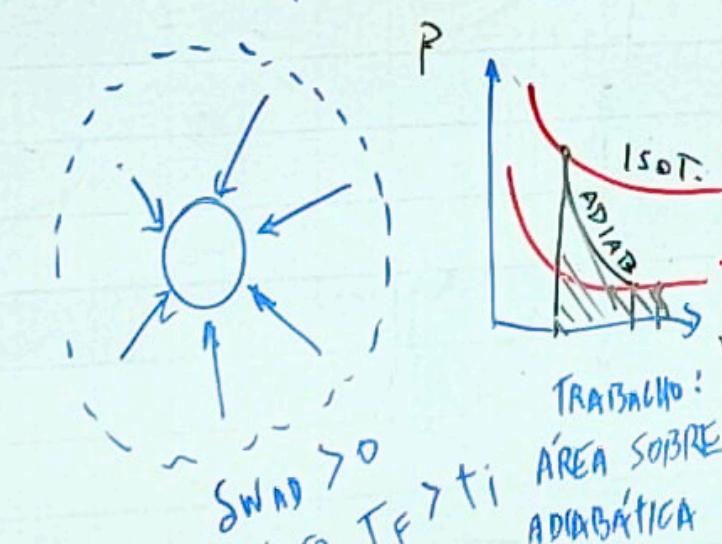
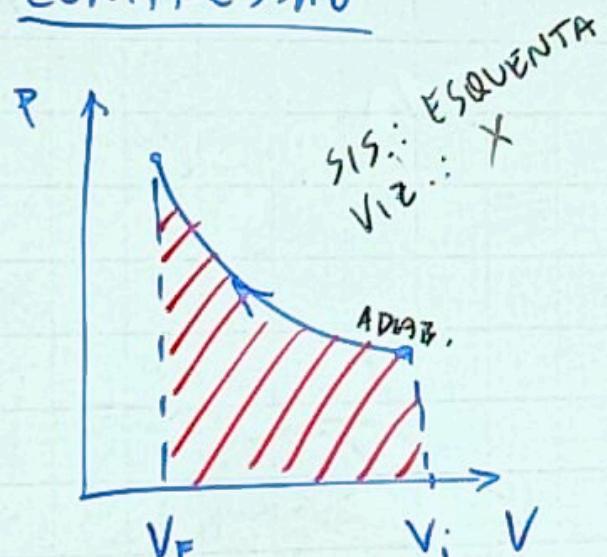
$$S_{WAD} = C_v dT \Leftarrow \text{DIFERENCIAIS}$$

EXPANSÃO



$$\delta W_{AD} < 0 \quad \text{LOGO } T_F < T_i$$

COMPRESSÃO



* PROCESSO ISOTÉRMICO ($T = \text{cte}$)

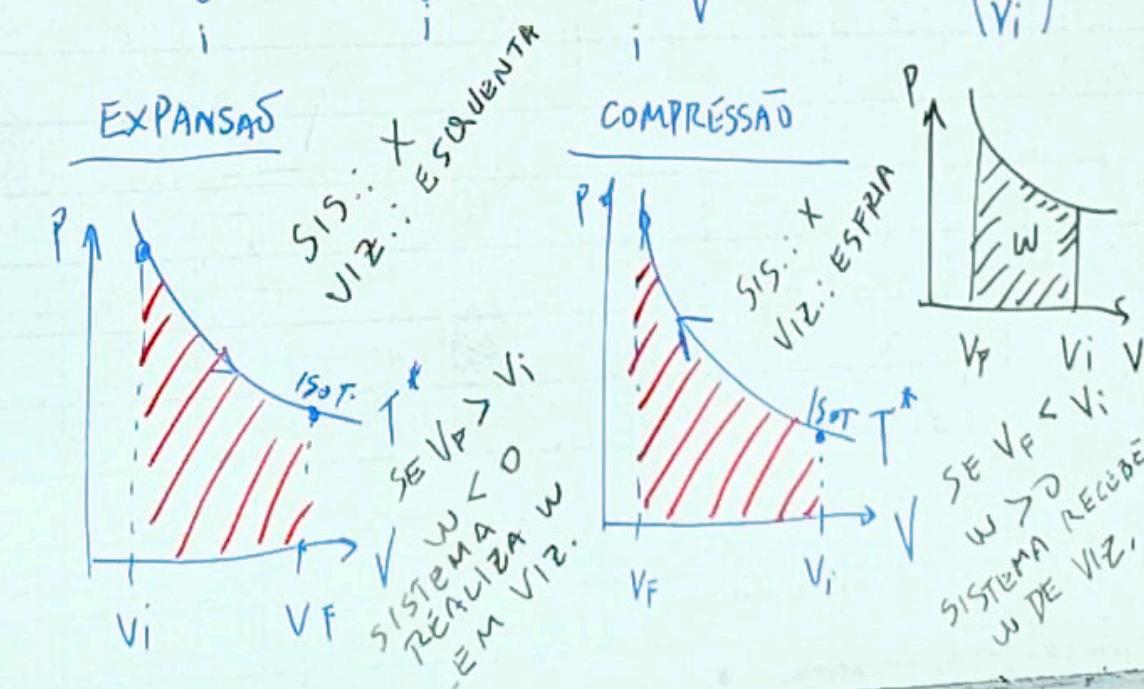
- $dU = 0, \delta q = -\delta w$
- $dH = dU + d(PV)$
 $= dU + nRdT = 0$

DETALHANDO O TRABALHO:

EM ISOTERMA $T = \text{cte} = T^*$, LOGO $pV = nRT^* = K'$

$$w = \int_i^f \delta w = - \int_i^f p dV = -K' \int_i^f \frac{dV}{V} = -nRT^* \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

EXPANSÃO

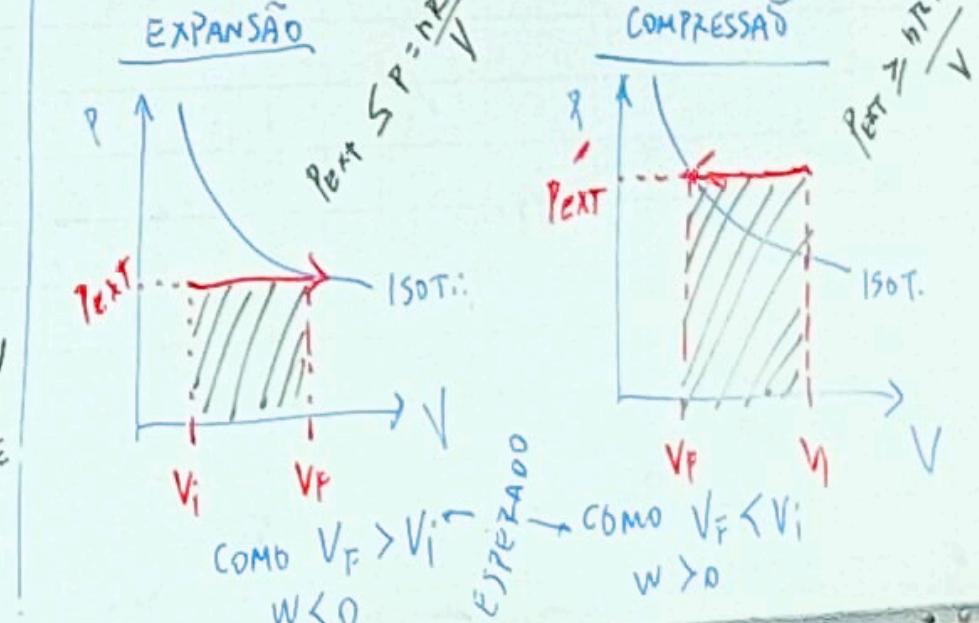


* PROCESSO ISOBÁNICO ($P = \text{cte}$)

- $\delta q = \delta q_p, \delta w = -pdV = -p_{ext}dV$
- $dU = \delta q + \delta w = \delta q_p - p_{ext}dV$
 $= nC_p dT - p_{ext}dT$
- $dH = \delta q_p = nC_p dT$

DETALHANDO TRABALHO:

$$w = -p_{ext} \int_i^f dV = -p_{ext} (V_f - V_i)$$



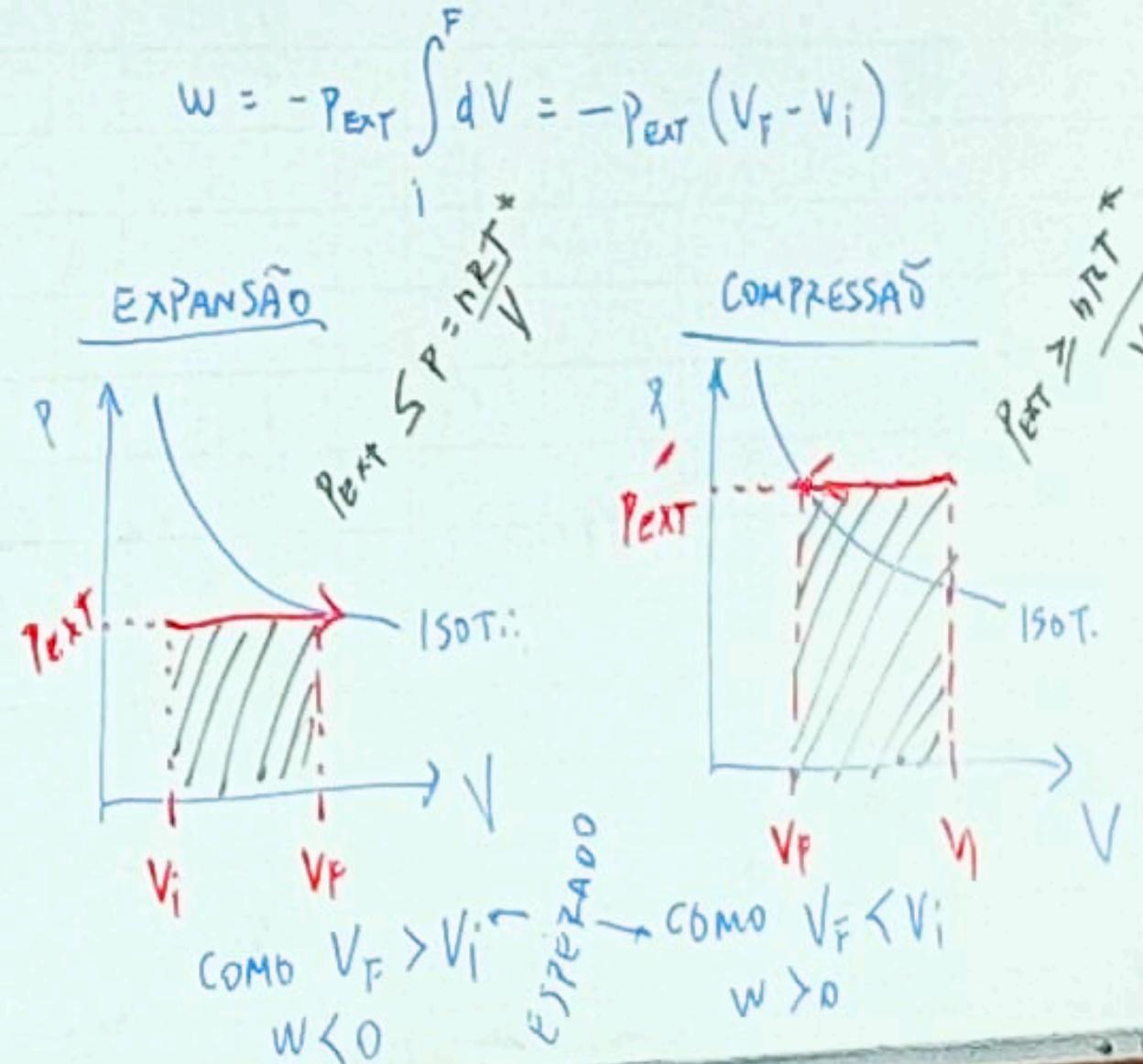
* PROCESSO ISOBÁRICO ($p = \text{cte}$)

$$\cdot \delta q = \delta q_p, \delta w = -pdV = -p_{\text{ext}}dV$$

$$\begin{aligned} \cdot \delta U &= \delta q + \delta w = \delta q_p - p_{\text{ext}}dV \\ &= nC_p dT - p_{\text{ext}}dV \end{aligned}$$

$$\cdot dH = \delta q_p = nC_p dT$$

DETALHANDO TRABALHO:



• SE CONSIDERARMOS ESSE PROCESSO, USANDO FRACOES CADA VEZ MENORES DA MASSA ORIGINAL, NOTAREMOS QUE A ÁREA, CORRESPONDENTE AO TRABALHO EM UM CICLO, REDUZIRÁ A ZERO. DE FATO, PARA IR DE UM ESTADO INICIAL A UM INTERMÉDIARIO E DE VOLTA AO INICIAL, REVERSIVELMENTE, NÃO DEMANDA TRABALHO ALGUM PARA A VIZINHANÇA.

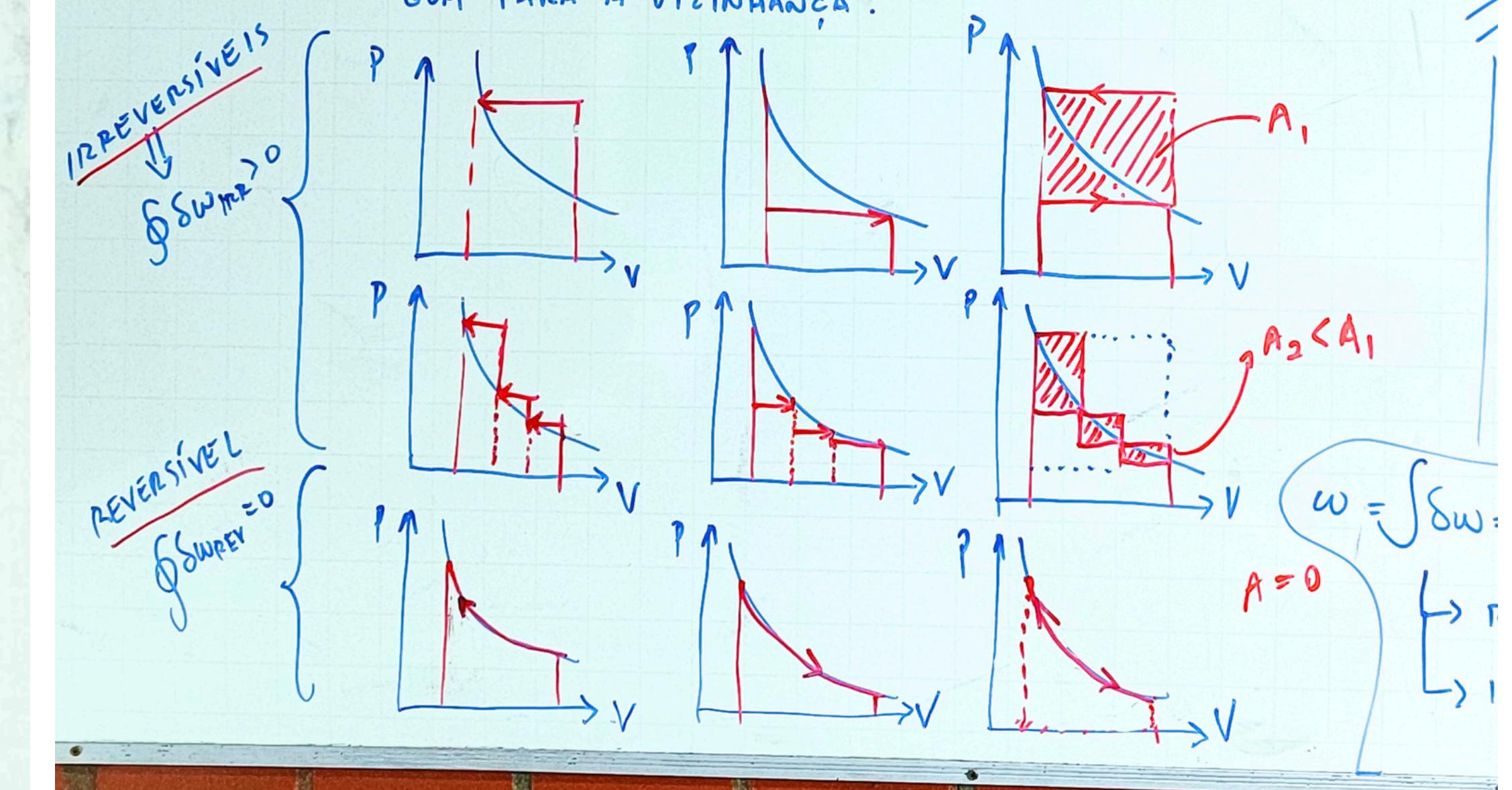
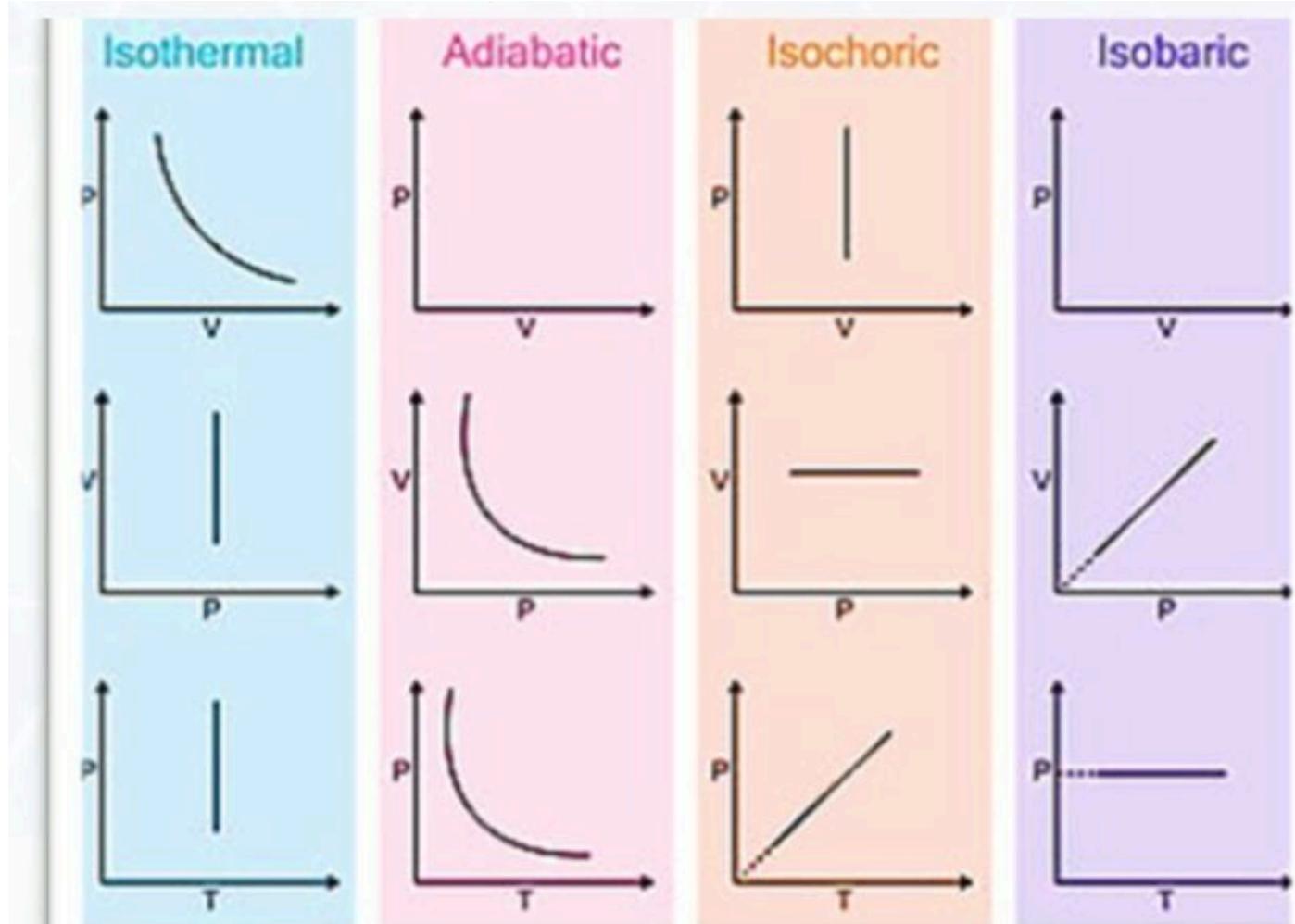


Table 3.2.1: Thermodynamics Properties for a Reversible Expansion or Compression

Pathway	q	w	ΔU	ΔH
Isothermal	$nRT \ln(V_2/V_1)$	$-nRT \ln(V_2/V_1)$	0	0
Isochoric	$C_V \Delta T$	0	$C_V \Delta T$	$C_V \Delta T + V \Delta p$
Isobaric	$C_p \Delta T$	$-p \Delta V$	$C_p \Delta T - p \Delta V$	$C_p \Delta T$
adiabatic	0	$C_V \Delta T$	$C_V \Delta T$	$C_p \Delta T$



ISANDO FRAÇÕES
OTAREMOS
TO EM UM CICLO,
DE UM ESTADO
OLTA AO INI-
TRABALHO AL-

$-A_1$

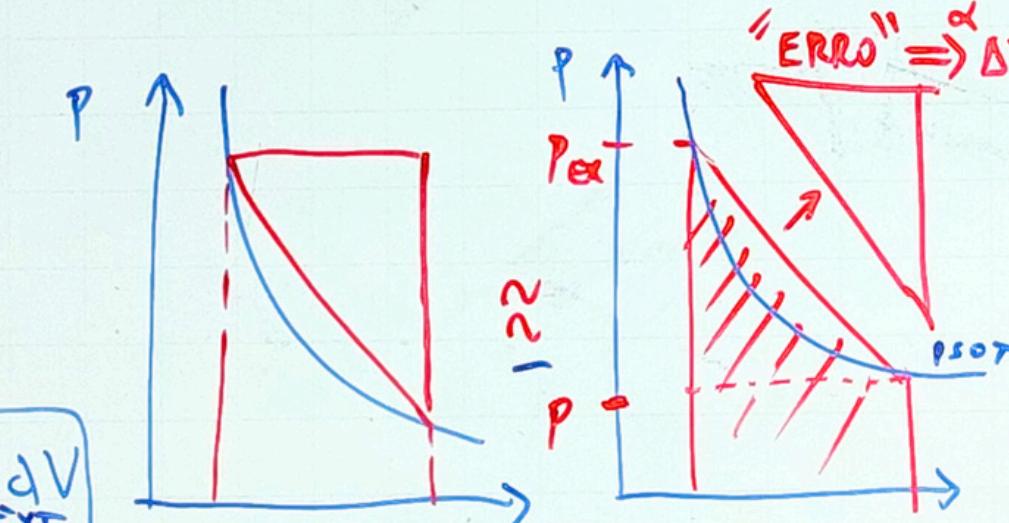
V

$A_2 < A_1$

$$W = \int \delta W = - \int P_{\text{EXT}} dV$$

$A=0$

V



$$\begin{aligned} \text{REV. } W_{\text{REV}} &= - \int (P + \frac{dP}{dV}) dV \approx - \int P dV \\ \text{IRR. } W_{\text{IRR}} &= \sum_i P_{\text{ext},i} \Delta V_i \\ &= nRT \int \frac{dV}{V} = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \end{aligned}$$

- ISSO OCORRE PORQUE O CAMINHO DE COMPRESSÃO EQUIVALE AO DA EXPANSÃO QUANDO OS PROCESSOS SÃO REVERSÍVEIS: AMBOS CORRESPONDENTES A ÁREA ABAIXO DA ISOTERMA DO GÁS. VEMOS QUE ALTERAÇÕES NA TEMPERATURA, QUE OCORREM NA EXPANSÃO/COMPRESSÃO IRREVERSÍVEL, SÃO MÍNIMAS PORQUE SE A PRESSÃO EXTERNA É DIFERENTE DA DO GÁS POR UM FATOR $\Delta P = P_{\text{EXT}} - P$, O TRABALHO ASSOCIADO À EXPANSÃO (QUANDO $\Delta P < 0$) OU À COMPRESSÃO (QUANDO $\Delta P > 0$), DADO POR $\delta W = -(P + \Delta P) \Delta V$, TENDE A $\delta W = -P \Delta V$ QUANDO $\Delta P \rightarrow 0$. O TERMO $\Delta P \Delta V$, PROPORCIONAL A ΔT , SE REDUZ A ZERO NO PROCESSO REVERSÍVEL, DE MODO QUE A TEMPERATURA É CONSTANTE (ISOTERMA).

TAL PROCESSO LIMITE PODE SER IDEALIZADO CONSIDERANDO OUTRAS RESTRIÇÕES: $S_q = 0$ (ADIABÁTICO), $dV = 0$ (ISOCÚRICO);

BASTA SEGUIR A VARIACÃO NATURAL DA PRESSÃO DO GÁS COM UMA PRESSÃO QUASE EQUIVALENTE. NÃO TÃO GRANDE PARA QUE O PROCESSO MANTENHA-SE REVERSÍVEL, NÃO TÃO PEQUENA AO PONTO DE QUE NÃO OCORRA:

$$P_{\text{EXT}} = P + \Delta P$$

• ANALISEMOS AS ETAPAS DE COMPRESSÃO INDIVIDUALMENTE. COMO INDICADO ANTERIORMENTE, NO PROCESSO IRREVERSÍVEL COMPRESSÃO E EXPANSÃO DIFEREM: A COMPRESSÃO CONTA COM ETAPAS ISOBÁRICAS COM P_{ext} MAIOR QUE p EM BOA PARTE DO PROCESSO, ENQUANTO QUE A EXPANSÃO OCORRE COM ETAPAS A PRESSÃO MENOR QUE A DO GÁS. NA COMPRESSÃO, A ÁREA ABAIXO DA CURVA DO PROCESSO IRREVERSÍVEL É SEMPRE MAIOR QUE A DO PROCESSO REVERSÍVEL. PODEMOS VER ISSO

POQUE, NESSE CASO, $\Delta p > 0$ E $\Delta V < 0$, LOGO $W_{irr} = - (p + \Delta p) \Delta V$

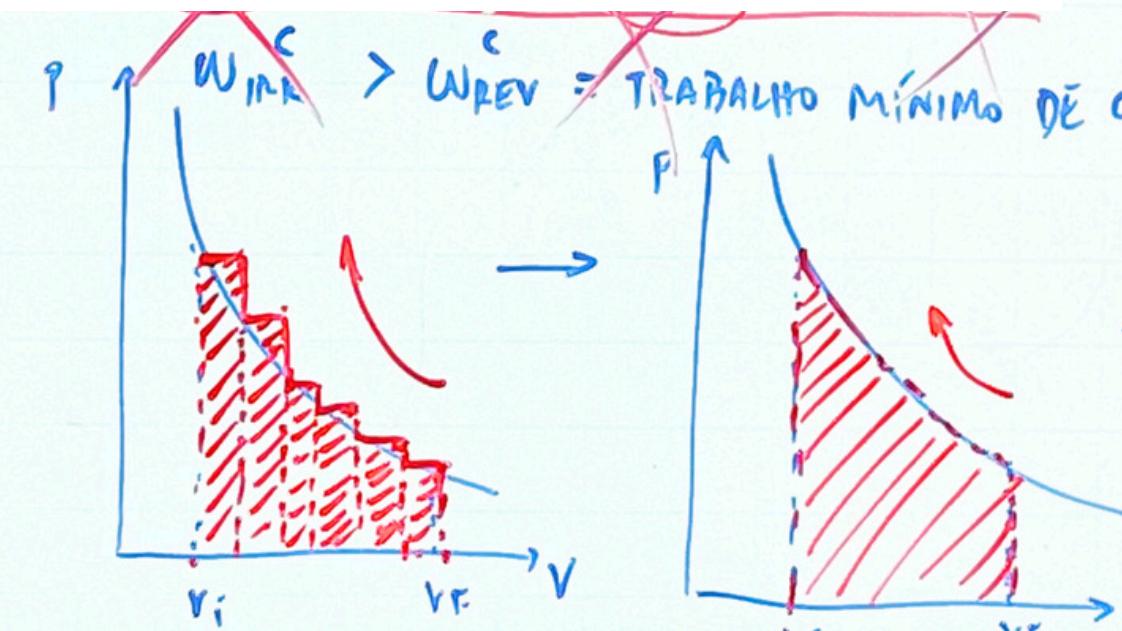
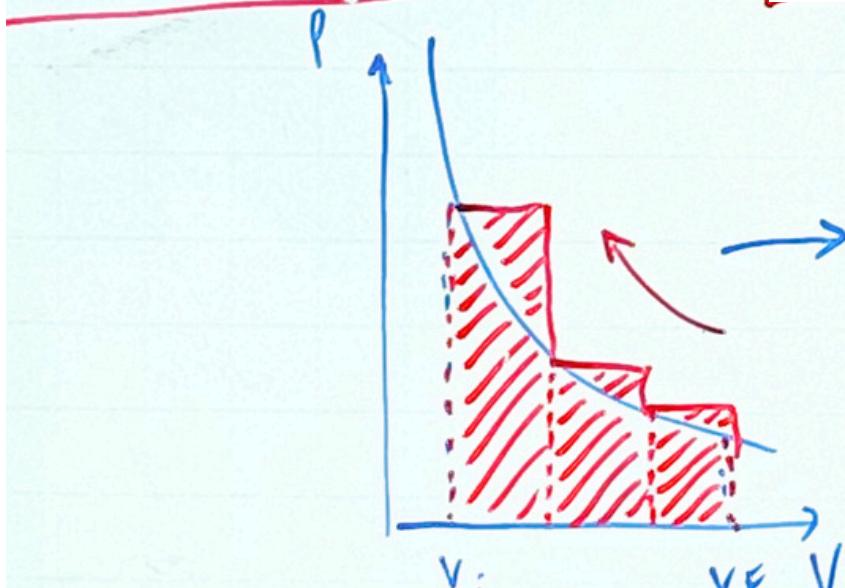
É POSITIVO (VIZINHANÇA EXERCE TRABALHO EM GÁS), E QUANDO $\Delta p \rightarrow 0$

O TRABALHO É O MÍNIMO POSSÍVEL: $W_{rev} = -p \Delta V$. PORTANTO:

$$W_{IRR}^c > W_{REV}^c$$

$$\delta w_{irr}^c = -pdV - dpdV = \delta w_{rev}^c - dpdV$$

$$\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$



$> W_{REV}^c =$ TRABALHO MÍNIMO DE COMPRESSÃO

ÁREA (TRABALHO)
DECRESCENTE

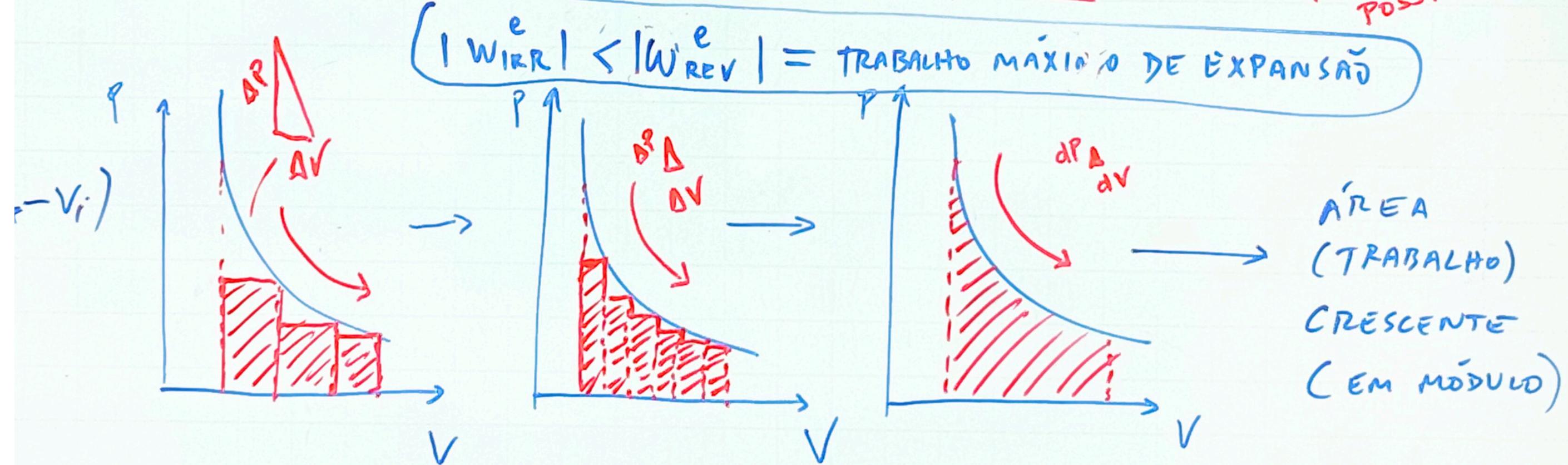
• EM CONTRAPARTIDA , A EXPANSÃO IMPREVERSÍVEL OCORRE COM UMA PRESSÃO EXTERNA MENOR QUE A DO GÁS , ATÉ QUE ELAS SE EQUIPAREM EM UMA NOVA ETAPA , COM NOVA PRESSÃO EXTERNA . NESSE SENTIDO QUANTO MAIS ETAPAS MAIOR A ÁREA , POIS MENOR É O TRIÂNGULO QUE DIFERENCIAM A ISOTERMA DAS ETAPAS ISOBÁRICAS . COMO EM EXPANSÕES $\Delta V > 0$ E $\Delta P > 0$, w É NEGATIVO E TENDE A UM MÁXIMO (NO SENTIDO DE MAIS NEGATIVO)

QUANDO REALIZADO REVERSIVELMENTE :

$$\delta w_{irr}^e = -pdV - dpdV = \delta w_{rev}^e - dpdV$$

$\Delta V < 0$ $\Delta P > 0$

DIMINUI A ZERO, w MAIS NEGATIVO POSSÍVEL



- NO GERAL TEMOS:

$$W_{IRR} > W_{REV}$$

ÀS VEZES O TRABALHO IRREVERSÍVEL É TÃO GRANDE QUE TRATAMOS O PROCESSO COMO OCORRENDO APENAS EM UM SENTIDO. TAIS PROCESSOS SÃO EXTRITAMENTE IRREVERSÍVEIS.

- SOBRE TRABALHOS REVERSÍVEIS, DE EXPANSÃO / COMPRESSÃO COMO EXEMPLO, AINDA PODEMOS NOTAR QUE, DADOS OS PONTOS INICIAL E FINAL DO ESTADO DO GÁS (P_i, V_i, T_i E P_f, V_f, T_f), APENAS UMA CURVA (OU UM CAMINHO) CORRESPONDENTE A UM TIPO DE PROCESSO (ISOTÉRMICO, ADIABÁTICO, P. EX) PASSA POR ESSES DOIS PONTOS. OU SEJA, O PROCESSO SÓ DEPENDE DOS ESTADOS INICIAL E FINAL, JÁ QUE HÁ APENAS UM CAMINHO. É NESSE SENTIDO QUE TRABALHO OU CALOR REVERSÍVEL SE COMPORTAM COMO UMA VARIÁVEL DE ESTADO: SÓ DEPENDEM DOS ESTADOS E A INTEGRAL CÍCLICA É NULA (POR CONSEQUÊNCIA)

