

Universidade Paulista (UNIP) - Chácara Santo Antônio
Ciências da Computação
Diego Reis de Magalhães - (N596058) - (CC3A40)

TAREFA 3 - ÁLGEBRA LINEAR
Exercícios

São Paulo
2021

Determine a matriz da transformação linear em relação às bases A e B

$$T(x,y) = (2x, x-y),$$

$$A = \{(1,1), (1,0)\} \quad B = \{(1,0), (0,2)\}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa e beta) da **PRIMEIRA** coluna:

$$T(a_1) = \alpha_1 \cdot b_1 + \beta_1 \cdot b_2$$

$$T(1,1) = \alpha \cdot (1,0) + \beta \cdot (0,2)$$

$$T(1,1) = (\alpha, 0) + (0, 2\beta)$$

$$T(1,1) = (\alpha, 2\beta)$$

$$T(x,y) = (2x, x-y)$$

$$T(1,1) = (2 \cdot 1, 1-1)$$

$$T(1,1) = (2, 0)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da primeira coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a 2.

$$\alpha = 2$$

$$2\beta = 0$$

2º passo do sistema - Resolvemos a segunda equação, assim conseguimos descobrir que beta é igual a 0.

$$\alpha = 2$$

$$2\beta = 0 \rightarrow \beta = 0/2 \rightarrow \beta = 0$$

- Alfa é a primeira linha, enquanto o beta é a segunda linha

- Por enquanto, a matriz está assim:

$$\begin{bmatrix} 2 & \alpha_{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \alpha_{22} \end{bmatrix}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa e beta) da **SEGUNDA** coluna:

$$T(a_2) = \alpha_2 \cdot b_1 + \beta_2 \cdot b_2$$

$$T(1,0) = \alpha \cdot (1,0) + \beta \cdot (0,2)$$

$$T(1,0) = (\alpha, 0) + (0, 2\beta)$$

$$T(1,0) = (\alpha, 2\beta)$$

$$T(x,y) = (2x, x-y)$$

$$T(1,0) = (2 \cdot 1, 1-0)$$

$$T(1,0) = (2, 1)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da segunda coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a 2.

$$\alpha = 2$$

$$2\alpha = 1$$

2º passo do sistema - Resolvemos a segunda equação, assim conseguimos descobrir que beta é igual a 0.5.

$$\alpha = 2$$

$$2\alpha = 1 \rightarrow \alpha = 1/2 \rightarrow \alpha = 0.5$$

- Alfa é a primeira linha, enquanto o beta é a segunda linha.

- Matriz finalizada

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

RESPOSTA: Resultado final da matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$2) T(x,y) = (x,y, 2x),$$
$$A = \{(1,1),(1,0)\} \quad B = \{(1,1,0),(0,1,1), (0,0,1)\}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa,beta e ômega) da **PRIMEIRA** coluna:

$$T(a_1) = \alpha_1.b_1 + \alpha_2.b_2 + \omega_1.b_3$$

$$T(1,1) = \alpha.(1,1,0) + \alpha.(0,1,1) + \omega.(0,0,1)$$

$$T(1,1) = (\alpha,\alpha,0) + (0,\alpha,\alpha) + (0,0,\omega)$$

$$T(1,1) = (\alpha,\alpha+\alpha,\alpha+\omega)$$

$$T(x,y) = (x,y,2x)$$

$$T(1,1) = (1,1,2.1)$$

$$T(1,1) = (1,1,2)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da primeira coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a 1.

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \square = 1$$

$$\square + \omega = 2$$

2º passo do sistema - Substituí-se o alfa da segunda equação por 1 (foi descoberto na primeira equação que alfa é igual a 1) para achar o valor do beta:

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \square = 1 \rightarrow 1 + \square = 1 \rightarrow \square = 1 - 1 \rightarrow \square = 0$$

$$\square + \omega = 2$$

3º passo do sistema - Substituí-se o beta da terceira equação por 0 (foi descoberto na segunda equação que beta é igual a 0) para achar o valor do ômega:

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \square = 1 \rightarrow 1 + \square = 1 \rightarrow \square = 1 - 1 \rightarrow \square = 0$$

$$\square + \omega = 2 \rightarrow \omega + 0 = 2 \rightarrow \omega = 2$$

- Alfa é a primeira linha, o beta é a segunda e ômega a terceira.

- Por enquanto, a matriz está assim:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & a_{23} \end{bmatrix}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa,beta e ômega) da **SEGUNDA** coluna:

$$T(a_2) = \alpha_2 \cdot b_1 + \square_2 \cdot b_2 + \omega_2 \cdot b_3$$

$$T(1,0) = \alpha \cdot (1,1,0) + \square \cdot (0,1,1) + \omega \cdot (0,0,1)$$

$$T(1,0) = (\alpha, \alpha, 0) + (0, \square, \square) + (0, 0, \omega)$$

$$T(1,0) = (\alpha, \alpha + \square, \square + \omega)$$

$$T(x,y) = (x,y,2x)$$

$$T(1,0) = (1,0,2 \cdot 1)$$

$$T(1,0) = (1,0,2)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da segunda coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a 1.

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \square = 0$$

$$\square + \omega = 2$$

2º passo do sistema - Substituí-se o alfa da segunda equação por 1 (foi descoberto na primeira equação que alfa é igual a 1) para achar o valor do beta:

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \square = 0 \rightarrow 1 + \square = 0 \rightarrow \square = 0 - 1 \rightarrow \square = -1$$

$$\square + \omega = 2$$

3º passo do sistema - Substituí-se o beta da terceira equação por -1 (foi descoberto na segunda equação que beta é igual a -1) para achar o valor do ômega:

$$\alpha = 1$$

$$\alpha + \square = 1 \rightarrow 1 + \square = 0 \rightarrow \square = 0 - 1 \rightarrow \square = -1$$

$$\square + \omega = 2 \rightarrow \omega + (-1) = 2 \rightarrow \omega = 2 + 1 \rightarrow \omega = 3$$

- Alfa é a primeira linha, o beta é a segunda e ômega a terceira.

- Matriz finalizada.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$$

RESPOSTA: Resultado final da matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3) T(x,y,z)=(x, x-y),$$

$$A = \{(1,1,0),(0,1,1),(0,0,1)\} \quad B = \{(1,1),(1,0)\}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa e beta) da **PRIMEIRA** coluna:

$$T(a_1) = \alpha_1 \cdot b_1 + \beta_1 \cdot b_2$$

$$T(1,1,0) = \alpha \cdot (1,1) + \beta \cdot (1,0)$$

$$T(1,1,0) = (\alpha, \alpha) + (\beta, 0)$$

$$T(1,1,0) = (\alpha + \beta, \alpha)$$

$$T(x,y,z) = (x, x-y)$$

$$T(1,1,0) = (1, 1-1)$$

$$T(1,1,0) = (1, 0)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da segunda coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a 0.

$$\alpha + \beta = 1$$

$$\alpha = 0$$

2º passo do sistema - Substituí-se o alfa da primeira equação por 0 (foi descoberto na segunda equação que alfa é igual a 0) para achar o valor do beta:

$$\alpha + \beta = 1 \rightarrow 0 + \beta = 1 \rightarrow \beta = 1$$

$$\alpha = 0$$

- Alfa é a primeira linha e o beta é a segunda.

- Por enquanto, a matriz está assim:

$$\begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa e beta) da **SEGUNDA** coluna:

$$T(a_2) = \alpha_2 \cdot b_1 + \beta_2 \cdot b_2$$

$$T(0,1,1) = \alpha \cdot (1,1) + \beta \cdot (1,0)$$

$$T(0,1,1) = (\alpha, \alpha) + (\beta, 0)$$

$$T(0,1,1) = (\alpha + \beta, \alpha)$$

$$T(x,y,z) = (x, x-y)$$

$$T(0,1,1) = (0,0-1)$$

$$T(0,1,1) = (0,-1)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da primeira coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a -1.

$$\alpha + \square = 0$$

$$\alpha = -1$$

2º passo do sistema - Substituí-se o alfa da primeira equação por -1 (foi descoberto na segunda equação que alfa é igual a -1) para achar o valor do beta:

$$\alpha + \square = 0 \rightarrow -1 + \square = 0 \rightarrow \square = 0 + 1 \rightarrow \square = 1$$

$$\alpha = -1$$

- Alfa é a primeira linha e o beta é a segunda.

- Por enquanto, a matriz está assim:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & a_{13} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & a_{23} \end{bmatrix}$$

- Processo para descobrir os valores(alfa e beta) da **TERCEIRA** coluna:

$$T(a_3) = \alpha_3 \cdot b_1 + \square_3 \cdot b_2$$

$$T(0,0,1) = \alpha \cdot (1,1) + \square \cdot (1,0)$$

$$T(0,0,1) = (\alpha, \alpha) + (\square, 0)$$

$$T(0,0,1) = (\alpha + \square, \alpha)$$

$$T(x,y,z) = (x, x-y)$$

$$T(0,0,1) = (0,0-0)$$

$$T(0,0,1) = (0,0)$$

1º passo do sistema - Montamos o sistema igualando os pedaços da primeira coluna da matriz encontrados, já podemos definir que alfa é igual a 0.

$$\alpha + \square = 0$$

$$\alpha = 0$$

2º passo do sistema - Substituí-se o alfa da primeira equação por 0 (foi descoberto na segunda equação que alfa é igual a 0) para achar o valor do beta:

$$\alpha + \square = 0 \rightarrow 0 + \square = 0 \rightarrow \square = 0$$

$$\alpha = 0$$

- Alfa é a primeira linha e o beta é a segunda.

- Matriz finalizada.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

RESPOSTA: Resultado final da matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
