Universidade Paulista (UNIP) - Chácara Santo Antônio
Ciências da Computação
Diego Reis de Magalhães - (N596058) - (CC3A40)

TAREFA 1 - ÁLGEBRA LINEAR

Exercícios

São Paulo
2021

1) Dados os vetores u = (2, 1, 2), v = (0,-1, 2) e w = (1, -1, 1) verificar se são LI ou LD.

RESOLUÇÃO:

Primeiramente, precisamos achar o subespaço e igualar a 0 para descobrir se é LI ou LD (processo da dependência linear):

u.(2,1,2) + v.(0,-1,2) + w.(1,-1,1) = (0,0,0)

(2u,u,2u) + (0,-v,2v) + (w,-w,w) = (0,0,0)

(2u+w, u-v-w, 2u+2v+w) = (0,0,0)

Depois montamos o sistema:

2u+w=0

u-v-w=0

2u+2v+w=0

1º passo do sistema - Isolamos os valores da 1ª equação:

2u+w=0 → 2u = -w

u-v-w=0

2u+2v+w=0

2º passo do sistema - Trocamos o 2u da 3ª equação pelo -w, essa igualdade foi descoberta na 1ª equação. Com isso descobrimos que o v= 0:

2u+w=0 → 2u = -w

u-v-w=0

2u+2v+w=0 → -w+2v+w=0 → 2v=0 → v=0/2 → **v=0**

3º passo do sistema - Substituímos o v por 0 (descobrimos na 3ª equação que v=0) e -w por 2u (descobrimos na 1ª equação que 2u = -w):

2u+w=0 → 2u = -w

u-v-w=0 → u-0+2u=0 → 3u=0 → u=0/3 → **u=0**

2u+2v+w=0 → -w+2v+w=0 → 2v=0 → v=0/2 →**v=0**

4º passo do sistema - Substituimos o u por 0 (descobrimos na 2ª equação que u=0):

2u+w=0 → 2u = -w → 2.0 = -w → -w=0 → **w=0**

u-v-w=0 → u-0+2u=0 → 3u=0 → u=0/3 → **u=0**

2u+2v+w=0 → -w+2v+w=0 → 2v=0 → v=0/2 →**v=0**

RESPOSTA: Todas as letras são iguais a 0, ou seja, **os vetores são LI.**

2) Determinar uma base e a dimensão do sub espaço
$S = \{(0, y + z, z) \in IR^3\}$.

RESOLUÇÃO:

-Primeiro iremos achar a possível base do sub espaço do enunciado:
(0,y+z,z)
(0,y,0) + (0,z,z)
y(0,1,0) + z(0,1,1)

B= [(0,1,0),(0,1,1)]

-Descobrimos a possível base, agora iremos verificar se isso realmente é uma base. Para isso devemos ver se essa base é LI:
y(0,1,0) + z(0,1,1) = (0,0,0)
(0,y,0) + (0,z,z) = (0,0,0)
(0,y+z,z) = (0,0,0)

-Sistema resolvido, só substituir z por 0 (a 3ª equação indica que z=0):
0=0
y+z=0 → y+0=0 → **y=0**
z=0

- Tem 2 vetores na base, então possui 2 dimensões.

RESPOSTA: B = {(0,1,0),(0,1,1)} é base de S e dim S = 2.

3) Determinar uma base e a dimensão do sub espaço R + S sendo S = $\{(0, y + z, z) \in IR^3\}$ e R = $\{(a, 0, b) \in IR^3\}$

RESOLUÇÃO:

- Primeiro iremos achar os geradores de R e S, depois juntamos os 2 para representar R+S
R = (a,0,b)
(a,0,0) + (0,0,b)
a(1,0,0) + b(0,0,1)

S = (0,y+z,z)
(0,y,0) + (0,z,z)
y(0,1,0) + z(0,1,1)

R+S = [(1,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1)]

- **A base está incorreta. Os geradores possuem 3 valores enquanto tem 4 vetores no total, o certo seria 3 geradores com 3 valores. Portanto precisamos escolher 3 dos 4 e verificar se essa base é LI.**

-Geradores escolhidos:
R+S = [(1,0,0),(0,0,1),(0,1,0)]

-Processo para descobrir se é LI:
a(1,0,0) + b(0,0,1) + c(0,1,0) = (0,0,0)
(a,0,0) + (0,0,b) + (0,c,0) = (0,0,0)
(a,c,b) = (0,0,0)

-Sistema
a=0
c=0
b=0

RESPOSTA: Verificamos que os 3 geradores escolhidos são LI, portanto **B = {(1,0,0),(0,0,1),(0,1,0)} é base de R+S e dim S = 3.** Lembrando que a dimensão é definida pela quantidade de vetores que tem na base (3 vetores na base = dimensão 3).

4) Determinar a imagem do vetor (2, 1, 0) pela transformação
T(x, y ,z) = (3x, x – y, 2x + z)

RESOLUÇÃO:

-Devemos substituir as letras dentro da transformação pela imagem do vetor:
T(x,y,z) = (3x,x-y,2x+z)
T(2,1,0) = (3.2,2-1,2.2+0)
T(2,1,0) = (6,1,4)

RESPOSTA: T(2,1,0) = (6,1,4)

---

5) Verificar se T(x, y) = (2 x, 2 y) é transformação linear.

RESOLUÇÃO:

-Algo importante a se notar é que os valores de "x" e "y" são dobrados depois da transformação linear, essa análise será muito útil na 2ª e 3ª condições.

-Para saber se é transformação linear, é necessário seguir 3 condições:

1ª Condição → T(0) = 0
T(0,0) = (2.0,2.0)
T(0,0) = (0,0)

Condição seguida.

2ª Condição → T(u + v) = T(u) + T(v)
T(u+v):
u = (x,y)
v = (r,s)
u+v = (x+r,y+s)
Colocando na lógica do enunciado: **u+v = (2(x+r),2(y+s))**

T(u) + T(v):
T(u) → T(x,y) = (2x,2y)
T(v) → T(r,s) = (2r,2s)
T(u) + T(v) = **(2x+2r,2y+2s) ou (2(x+r),2(y+s))**

Condição seguida.

3ª Condição → $T(\alpha u) = \alpha T(u)$

$T(\alpha u)$:

$T(\alpha(x,y) \rightarrow T(\alpha x,\alpha y)$

Colocando na lógica do enunciado: **$T(\alpha u) = (2\alpha x,2\alpha y)$**

$\alpha T(u)$:

$\alpha T(x,y) \rightarrow \alpha.(x,y) \rightarrow T(\alpha x,\alpha y)$

Colocando na lógica do enunciado: **$\alpha T(x,y) = (2\alpha x,2\alpha y)$**

Condição seguida

RESPOSTA: As 3 condições foram seguidas, então **T é linear.**

---

6) Determine o subespaço gerado por B = {(-1,2,3),(0,1,-1)}

RESOLUÇÃO:

$B = \{(-1,2,3),(0,1,-1)\}$

$a(-1,2,3) + b(0,1,-1)$

$(-a,2a,3a) + (0,b,-b)$

$(-a,2a+b,3a-b)$

RESPOSTA: $[B] = \{(-a,2a+b,3a-b) \in IR\}$