Universidade Paulista (UNIP) - Chácara Santo Antônio
Ciências da Computação
Diego Reis de Magalhães - (N596058) - (CC3A40)

TAREFA 2 - ÁLGEBRA LINEAR

Exercícios

São Paulo
2021

1) Verificar se são transformações lineares

a) $T(x , y) = (x , y+2)$

-Para saber se é transformação linear, é necessário seguir 3 condições:

1ª Condição → T(0) = 0
2ª Condição → T(u + v) = T(u) + T(v)
3ª Condição → T(αu) = αT(u)

1ª Condição → T(0) = 0:
T(x,y) = (x,y+2)
T(0,0) = (0,0+2)
T(0,0) = (0,2)

Condição **NÃO** seguida, então não é necessário realizar as outras 2 condições.

RESPOSTA: A 1ª condição não foi seguida, então **T NÃO é linear.**

---

b) $T(x, y) = (x + y, 2x)$

-Algo importante a se notar, da imagem, é a realização de uma soma entre "x" e "y" na 1ª coordenada, e a 2ª coordenada é o dobro de "x". Essa análise será muito útil na 2ª e na 3ª condição.

-Para saber se é transformação linear, é necessário seguir 3 condições:

1ª Condição → T(0) = 0
2ª Condição → T(u + v) = T(u) + T(v)
3ª Condição → T(αu) = αT(u)

1ª Condição → T(0) = 0:
T(x,y) = (x+y,2x)
T(0,0) = (0+0,2.0)
T(0,0) = (0,0)

Condição seguida.

2^a Condição → $T(u + v) = T(u) + T(v)$

$T(u+v)$:

$u = (x,y)$

$v = (r,s)$

$u+v = (x+r,y+s)$

Colocando na lógica do enunciado: **$u+v = ((x+r)+(y+s),2(x+r))$**

$T(u) + T(v)$:

$T(u) \rightarrow T(x,y)$

$T(v) \rightarrow T(r,s)$

Colocando na lógica do enunciado: $T(x,y) = (x+y,2x)$

Colocando na lógica do enunciado: $T(r,s) = (r+s,2r)$

$T(u) + T(v) =$ **$(x+y+r+s,2x+2r)$ ou $((x+r)+(y+s),2(x+r))$**

- Na primeira coordenada do "T(u)+T(v)", foi possível alterar a ordem dos valores dentro dos parênteses por se tratar de uma grande soma.

Condição seguida.

3^a Condição → $T(\alpha u) = \alpha T(u)$

$T(\alpha u)$:

$T(\alpha(x,y) \rightarrow T(\alpha x,\alpha y)$

Colocando na lógica do enunciado: **$T(\alpha u) = (\alpha x+\alpha y ,2\alpha x)$**

$\alpha T(u)$:

$\alpha T(x,y) \rightarrow \alpha.(x,y)$

Colocando na lógica do enunciado: **$\alpha(x+y,2x) \rightarrow \alpha T(u) = (\alpha x+\alpha y,2\alpha x)$**

Condição seguida.

RESPOSTA: As 3 condições foram seguidas, então **T é linear.**

---

2) Dadas as transformações lineares F e G,
$F(x,y) = (x-2y, y)$ e $G(x,y) = (3x + 4y, x -2y)$ determine:

a) F + 2 G

$(F+2G)(x,y) = (x-2y,y) + 2(3x+4y,x-2y)$
$(F+2G)(x,y) = (x-2y,y) + (6x+8y,2x-4y)$
$(F+2G)(x,y) = (x-2y+6x+8y,y+2x-4y)$
$(F+2G)(x,y) = (7x+6y,2x-3y)$

RESPOSTA: $(F+2G)(x,y) = (7x+6y,2x-3y)$

---

b) FoG

-FoG é a mesma coisa que F(G(x,y)), ou seja, usamos os valores da imagem de G, mas continua a lógica da imagem de F.

$F(G(x,y)) \rightarrow F(3x+4y,x-2y) = (3x+4y-2(x-2y), x-2y)$
$F(3x+4y,x-2y) = (3x+4y-2x+4y, x-2y)$
$F(3x+4y,x-2y) = (x+8y, x-2y)$

RESPOSTA: $(FoG)(x,y) = (x+8y, x-2y)$

---

c) GoF

-GoF é a mesma coisa que G(F(x,y)), ou seja, usamos os valores da imagem de F, mas continua a lógica da imagem de G.

$G(F(x,y)) \rightarrow G(x-2y,y) = (3(x-2y) + 4y, x-2y-2y)$
$G(x-2y,y) = (3x-6y + 4y, x-2y-2y)$
$G(x-2y,y) = (3x-2y, x-4y)$

RESPOSTA: $(GoF)(x,y) = (3x-2y, x-4y)$

---

3) Determinar o núcleo da transformação linear, uma base e a dimensão do núcleo

a) $T(x,y,z) = (x-y, 2x)$

-Para saber o núcleo da transformação, deve-se igualar a imagem de T à uma coordenada nula de mesmo tamanho, ou seja, 0. Depois iremos fazer sistema.

$T(x,y,z) = (x-y, 2x)$
$(x-y, 2x) = (0,0)$

-Montagem do sistema
$x-y=0$
$2x=0$

1º Passo do sistema - A segunda expressão tem apenas uma letra, então iremos isola-lá:
$x-y=0$
$2x=0 \rightarrow x = 0/2 \rightarrow$ **$x=0$**

2º Passo do sistema - Substituí-se o x da primeira equação por 0 (foi descoberto na segunda equação que x=0):
$x-y=0 \rightarrow 0-y=0 \rightarrow -y=0(-1) \rightarrow$ **$y=0$**
$2x=0 \rightarrow x = 0/2 \rightarrow$ **$x=0$**

$N(T) = \{(0,0,z) \in IR^3\}$

-O núcleo foi achado, agora deve ser retirada a letra para saber a base e a dimensão.

$(0,0,z) = z(0,0,1)$
$N(T) = [(0,0,1)]$
$B = \{(0,0,1)\}$ é LI
$\dim(N(T)) = 1.$
-É possível deduzir que é LI pelo fato de só ter 1 vetor, e ele não é nulo. Lembrando que é preciso ser LI para um vetor ser considerado base.

RESPOSTA: $N(T) = \{(0,0,z) \in IR^3\}$
$B = \{(0,0,1)\}$ é base de N(T)
$\dim(N(T)) = 1$, Lembrando que a dimensão é definida pela quantidade de vetores que tem na base (3 vetores na base = dimensão 3).

b) $T(x,y) = (x+y, 2x, x-y)$

-Para saber o núcleo da transformação, deve-se igualar a imagem de T à uma coordenada nula de mesmo tamanho, ou seja, 0. Depois iremos fazer sistema.

$T(x,y) = (x+y, 2x, x-y)$
$(x+y, 2x, x-y) = (0,0)$

-Montagem do sistema
$x+y=0$
$2x=0$
$x-y=0$

1º Passo do sistema - A segunda expressão tem apenas uma letra, então iremos isola-lá:
$x+y=0$
$2x=0 \rightarrow x = 0/2 \rightarrow \mathbf{x=0}$
$x-y=0$

2º Passo do sistema - Substituí-se o x da primeira e da terceira equação por 0 (foi descoberto na segunda equação que x=0):
$x+y=0 \rightarrow 0+y=0 \rightarrow \mathbf{y=0}$
$2x=0 \rightarrow x = 0/2 \rightarrow \mathbf{x=0}$
$x-y=0 \rightarrow 0-y=0 \rightarrow -y=0(-1) \rightarrow \mathbf{y=0}$

$N(T) = \{(0,0)\}$

-O núcleo foi achado, agora deve ser retirada a letra para saber a base e a dimensão.

$(0,0) = (0,0)$

-O vetor é LD, portanto não tem base e tem dimensão 0.

RESPOSTA: N(T) = {(0,0)}
Não tem base
dim(N(T)) = 0. Isso ocorre porque não tem base.

---

c) $T(x,y,z) = (2x + y, 2y, z - x)$

-Para saber o núcleo da transformação, deve-se igualar a imagem de T à uma coordenada nula de mesmo tamanho, ou seja, 0. Depois iremos fazer sistema.

T(x,y,z) = (2x+y, 2y, z-x)
(2x+y, 2y, z-x) = (0,0)

-Montagem do sistema
2x+y=0
2y=0
z-x=0

1º Passo do sistema - A segunda expressão tem apenas uma letra, então iremos isola-lá:
2x+y=0
2y=0 → y = 0/2 → **y=0**
z-x=0

2º Passo do sistema - Substituí-se o y da primeira equação por 0 (foi descoberto na segunda equação que y=0):
2x+y=0 → 2x+0=0 → x = 0/2 → **x=0**
2y=0 → y = 0/2 → **y=0**
z-x=0

3º Passo do sistema - Substituí-se o x da terceira equação por 0 (foi descoberto na primeira equação que x=0):
2x+y=0 → 2x+0=0 → x = 0/2 → **x=0**
2y=0 → y = 0/2 → **y=0**
z-x=0 → z-0=0 → **z=0**

N(T) = {(0,0,0)}

-O núcleo foi achado, agora deve ser retirada a letra para saber a base e a dimensão.

(0,0,0) = (0,0,0)

-O vetor é LD, portanto não tem base e tem dimensão 0.

RESPOSTA: N(T) = {(0,0,0)}
Não tem base.
dim(N(T)) = 0. Isso ocorre porque não tem base.
