Estruturas de Dados

Módulo 13 - Árvores



Referências

Waldemar Celes, Renato Cerqueira, José Lucas Rangel, Introdução a Estruturas de Dados, Editora Campus (2004)

Capítulo 13 – Árvores

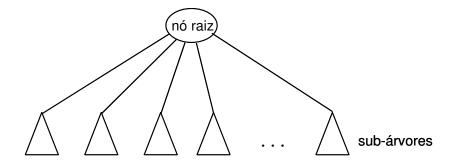
Tópicos

- Introdução
- Árvores binárias
 - Representação em C
 - Ordens de percurso em árvores binárias

Introdução

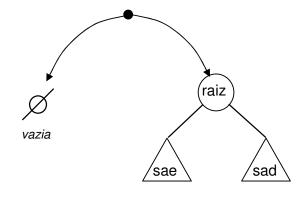
Árvore

- um conjunto de nós tal que
 - existe um nó r, denominado raiz, com zero ou mais sub-árvores, cujas raízes estão ligadas a r
 - os nós raízes destas sub-árvores são os filhos de r
 - os nós internos da árvore são os nós com filhos
 - as folhas ou nós externos da árvore são os nós sem filhos



Árvores binárias

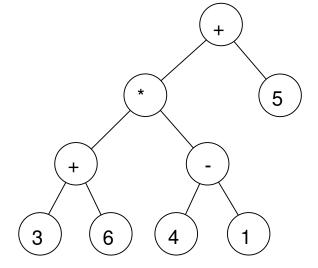
- Árvore binária
 - um árvore em que cada nó tem zero, um ou dois filhos
 - uma árvore binária é:
 - uma árvore vazia; ou
 - um nó raiz com duas sub-árvores:
 - a sub-árvore da direita (sad)
 - a sub-árvore da esquerda (sae)



Árvores binárias

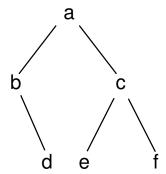
Exemplo

- árvores binárias representando expressões aritméticas:
 - nós folhas representam operandos
 - nós internos operadores
 - exemplo: (3+6)*(4-1)+5



Árvores binárias

- Notação textual:
 - a árvore vazia é representada por <>
 - árvores não vazias por <raiz sae sad>
 - exemplo:



- Representação de uma árvore:
 - através de um ponteiro para o nó raiz
- Representação de um nó da árvore:

estrutura em C contendo

- a informação propriamente dita (exemplo: um caractere)
- dois ponteiros para as sub-árvores, à esquerda e à direita

```
struct arv {
   char info;
   struct arv* esq;
   struct arv* dir;
};
```

Interface do tipo abstrato Árvore Binária: arv.h

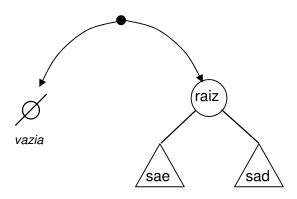
```
typedef struct arv Arv;

Arv* arv_criavazia (void);
Arv* arv_cria (char c, Arv* e, Arv* d);
Arv* arv_libera (Arv* a);
int arv_vazia (Arv* a);
int arv_pertence (Arv* a, char c);
void arv_imprime (Arv* a);
```

- Implementação das funções:
 - implementação recursiva, em geral
 - usa a definição recursiva da estrutura

Uma árvore binária é:

- · uma árvore vazia; ou
- um nó raiz com duas sub-árvores:
 - a sub-árvore da direita (sad)
 - a sub-árvore da esquerda (sae)



- função arv_criavazia
 - cria uma árvore vazia

```
Arv* arv_criavazia (void)
{
    return NULL;
}
```

```
struct arv {
char info;
struct arv* esq;
struct arv* dir;
typedef struct arv Arv;
Arv* arv_criavazia (void);
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"
Arv* arv criavazia (void)
return NULL;
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"

int main()
{

    Arv* a1= arv_criavazia();
    if (a1==NULL)
        printf ("\nArvore foi criada com sucesso...\n");
    system("PAUSE");
    return 1;
}
```

```
C:\Documents and Settings\eduardo\Ambiente de trabalho\0
```

```
Arvore foi criada com sucesso...
Prima qualquer tecla para continuar . . .
```

- função arv_cria
 - cria um nó raiz dadas a informação e as duas sub-árvores, a da esquerda e a da direita
 - retorna o endereço do nó raiz criado

```
Arv* arv_cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
{
    Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
    p->info = c;
    p->esq = sae;
    p->dir = sad;
    return p;
}
```

```
struct arv {
char info;
struct arv* esq;
struct arv* dir;
};
typedef struct arv Arv;
                                                   #include <stdio.h>
Arv* arv_criavazia (void);
                                                   #include <stdlib.h>
Arv* arv_cria (char c, Arv* e, Arv* d);
                                                   #include "arvore.h"
                                                   Arv* arv_criavazia (void)
                                                   return NULL;
                                                   Arv* arv_cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
                                                   Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
                                                   p->info = c;
                                                   p->esq = sae;
                                                   p->dir = sad;
                                                   return p;
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"
int main()
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv cria('f',arv criavazia(),arv criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
  system("PAUSE");
  return 1;
```

```
arv_cria ('d', NULL, NULL)
                                                     Arv* arv_cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
                                                                                                      NULL
                                                                                                                        NULL
#include <stdio.h>
                                                                   Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
#include <stdlib.h>
                                                                   p->info = c;
#include "arvore.h"
                                                                   p->esq = sae;
                                                                   p->dir = sad;
int main()
                                                                   return p;
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv cria('f',arv criavazia(),arv criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
                                                                                  a1
                                                                            d
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
  system("PAUSE");
                                                                  NULL
                                                                                    NULL
  return 1;
```

```
arv cria ('b', NULL, a1)
                                              Arv* arv cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
                                                                                               NULL
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
                                                            Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
#include "arvore.h"
                                                            p->info = c;
                                                            p->esq = sae;
                                                            p->dir = sad;
int main()
                                                            return p;
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv cria('f',arv criavazia(),arv criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
                                                       NULL
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
  system("PAUSE");
                                                                  NULL
                                                                                    NULL
  return 1;
```

```
arv_cria ('e', NULL, NULL)
                                                     Arv* arv_cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
                                                                                                     NULL
                                                                                                                      NULL
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
                                                                   Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
                                                                   p->info = c;
#include "arvore.h"
                                                                   p->esq = sae;
                                                                   p->dir = sad;
int main()
                                                                   return p;
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv cria('f',arv criavazia(),arv criavazia());
                                                                b
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
                                                      NULL
                                                                            d
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
  system("PAUSE");
                                                                  NULL
                                                                                   NULL NULL
                                                                                                            NULL
  return 1;
```

```
arv_cria ('f', NULL, NULL)
#include <stdio.h>
                                                          Arv* arv_cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
                                                                                                         NULL
                                                                                                                         NULL
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"
                                                                       Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
                                                                       p->info = c;
int main()
                                                                       p->esq = sae;
                                                                       p->dir = sad;
                                                                       return p;
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv cria('c',a3,a4);
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
                               NULL
                                                       a1
                                                    d
  system("PAUSE");
  return 1;
                                                            NULL NULL
                                          NULL
                                                                                               NULL
                                                                                     NULL
                                                                                                                NULL
```

```
arv_cria ('c', a3, a4)
                                                                                                                 а3
#include <stdio.h>
                                                   Arv* arv_cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
#include <stdlib.h>
                                                                Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
#include "arvore.h"
                                                                p->info = c;
                                                                p->esq = sae;
int main()
                                                                p->dir = sad;
                                                                return p;
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
                               NULL
                                                         a1
                                                     d
                                                                               е
  system("PAUSE");
  return 1;
                                                             NULL NULL
                                           NULL
                                                                                                 NULL
                                                                                       NULL
                                                                                                                  NULL
```

```
arv cria ('a', a2, a5)
                                                                                                                a2
#include <stdio.h>
                                                Arv* arv cria (char c, Arv* sae, Arv* sad)
#include <stdlib.h>
                                                              Arv* p=(Arv*)malloc(sizeof(Arv));
#include "arvore.h"
                                                             p->info = c;
                                                              p->esq = sae;
int main()
                                                              p->dir = sad;
                                                             return p;
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
                                         b
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
                               NULL
                                                        a1
                                                     d
  system("PAUSE");
  return 1;
                                                            NULL NULL
                                           NULL
                                                                                                NULL
                                                                                      NULL
                                                                                                                  NULL
```

- função arv_libera
 - libera memória alocada pela estrutura da árvore
 - as sub-árvores devem ser liberadas antes de se liberar o nó raiz
 - retorna uma árvore vazia, representada por NULL

- função arv_vazia
 - indica se uma árvore é ou não vazia

```
int arv_vazia (Arv* a)
{
  return a==NULL;
}
```

```
struct arv {
char info;
struct arv* esq;
struct arv* dir;
typedef struct arv Arv;
                                                    int arv_vazia (Arv* a)
Arv* arv_criavazia (void);
Arv* arv_cria (char c, Arv* e, Arv* d);
                                                     return a==NULL;
Arv* arv libera (Arv* a);
int arv vazia (Arv* a);
                                                    Arv* arv_libera (Arv* a)
                                                    if (!arv_vazia(a))
                                                      arv_libera(a->esq); /* libera sae */
                                                      arv_libera(a->dir); /* libera sad */
                                                      free(a); /* libera raiz */
                                                    return NULL;
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"
int main()
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv cria('c',a3,a4);
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv cria('a',a2,a5);
  a = arv_libera (a);
  system("PAUSE");
  return 1;
```

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"
int main()
  /* sub-árvore 'd' */
  Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'b' */
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  /* sub-árvore 'e' */
  Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'f' */
  Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
  /* sub-árvore 'c' */
  Arv* a5= arv cria('c',a3,a4);
  /* árvore 'a' */
  Arv* a = arv cria('a',a2,a5);
  a = arv_libera (a);
  system("PAUSE");
  return 1;
```

```
int arv_vazia (Arv* a)
                                                                        a = arv_libera (a);
 return a==NULL;
Arv* arv_libera (Arv* a)
if (!arv_vazia(a))
  arv_libera(a->esq); /* libera sae */
  arv_libera(a->dir); /* libera sad */
  free(a); /* libera raiz */
return NULL;
                                                                              a5
                                    a2
                                 b
                         NULL
                                                                   a3
                                              a1
                                           d
                                                 NULL NULL
                                   NULL
                                                                      NULL
                                                                              NULL
                                                                                            NULL
```

```
int arv_vazia (Arv* a)
                                                                        a = arv_libera (a);
 return a==NULL;
Arv* arv_libera (Arv* a)
if (!arv_vazia(a))
  arv_libera(a->esq); /* libera sae */
  arv_libera(a->dir); /* libera sad */
  free(a); /* libera raiz */
return NULL;
                                                                              a5
                                 b
                         NULL
                                                                   a3
                                              a1
                                           d
                                                 NULL NULL
                                   NULL
                                                                      NULL
                                                                              NULL
                                                                                            NULL
```

```
int ar int arv_vazia (Arv* a)
                                                                    a = arv_libera (a2);
 retu return a==NULL;
Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
if (!a if (!arv_vazia(a))
       arv_libera(a->esq);
  ar۱
       arv_libera(a->dir);
  arv
       free(a);
  fre
return NULL;
                                                                          a5
                                b
                        NULL
                                                                a3
                                            a1
                                                                                     a4
                                         d
                                               NULL NULL
                                 NULL
                                                                   NULL
                                                                           NULL
                                                                                        NULL
```

```
int int arv_vazia (Arv* a)
                                                                      a = arv_libera (a2);
 r return a==NULL;
Ar Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
     arv_libera(a->esq);
     arv_libera(a->dir);
     free(a);
re return NULL;
                                                                            a5
                                b
                         NULL
                                                                  a3
                                            a1
                                                                                       a4
                                          d
                                                NULL NULL
                                                                    NULL
                                                                            NULL
                                  NULL
                                                                                          NULL
```

```
int int arv_vazia (Arv* a)
                                                                   a = arv_libera (NULL);
 r ret return a==NULL;
Ar Arv Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (! if (!arv_vazia(a))
         arv_libera(a->esq);
         arv_libera(a->dir);
         free(a);
re return NULL;
                                                                         a5
                               b
                        NULL
                                                               a3
                                           a1
                                                                                    a4
                                        d
                                              NULL NULL
                                 NULL
                                                                  NULL
                                                                         NULL
                                                                                       NULL
```

```
int int arv_vazia (Arv* a)
                                                                    a = arv_libera (NULL);
 r r∈ return a==NULL;
Ar Arv * arv_libera (Arv* a)
   if ( if (!arv_vazia(a))
        arv_libera(a->esq);
        arv_libera(a->dir);
        free(a);
re ret return NULL;
                                                                          a5
                        NULL
                                                                a3
                                            a1
                                                                                     a4
                                         d
                                               NULL NULL
                                 NULL
                                                                   NULL
                                                                           NULL
                                                                                        NULL
```

```
int int arv_vazia (Arv* a)
                                                                       a = arv_libera (a2);
   return a==NULL;
Ar Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
     arv_libera(a->esq);
     arv_libera(a->dir);
     free(a); /* libera raiz */
re return NULL;
                                                                             a5
                         NULL
                                             a1
                                                                  a3
                                                                                        a4
                                          d
                                                NULL NULL
                                                                             NULL
                                  NULL
                                                                     NULL
                                                                                           NULL
```

```
int int a int arv_vazia (Arv* a)
                                                                 a = arv_libera (a1);
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
         arv_libera(a->esq);
         arv_libera(a->dir);
     ar
         free(a);
re return NULL;
                                                                       a5
                       NULL
                                       d a1
                                                             a3
                                                                                  a4
                                             NULL NULL
                                NULL
                                                                NULL
                                                                       NULL
                                                                                    NULL
```

```
int int a int arv_vazia (Arv* a)
                                                                 a = arv_libera (a1);
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
         arv_libera(a->esq);
     ar
         arv_libera(a->dir);
     ar
         free(a);
re return NULL;
                                                                       a5
                       NULL
                                       d a1
                                                             a3
                                                                                  a4
                                             NULL NULL
                                NULL
                                                                NULL
                                                                       NULL
                                                                                    NULL
```

```
int int a int a int arv_vazia (Arv* a)
                                                                  a = arv_libera (NULL);
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv Arv* arv_libera (Arv* a)
  if (!a if (! if (!arv_vazia(a))
              arv_libera(a->esq);
          a arv_libera(a->dir);
     ar
        fr free(a);
re reture return NULL;
                                                                        a5
                       NULL
                                        d a1
                                                              a3
                                                                                   a4
                                NULL
                                             NULL NULL
                                                                 NULL
                                                                        NULL
                                                                                      NULL
```

```
a = arv_libera (NULL);
int int a int a int arv_vazia (Arv* a)
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv Arv* arv_libera (Arv* a)
  if (!aif (! if (!arv_vazia(a))
              arv_libera(a->esq);
             arv_libera(a->dir);
    ar
        fr free(a);
re return NULL;
                                                                       a5
                       NULL
                                       d a1
                                                             a3
                                                                                 a4
                                             NULL NULL
                                NULL
                                                                NULL
                                                                       NULL
                                                                                    NULL
```

```
int int a int arv_vazia (Arv* a)
                                                                  a = arv_libera (a1);
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
         arv_libera(a->esq);
     ar
         arv_libera(a->dir);
     ar
         free(a);
re return NULL;
                                                                       a5
                       NULL
                                                              a3
                                                                                  a4
                                             NULL NULL
                                NULL
                                                                NULL
                                                                        NULL
                                                                                     NULL
```

```
int int a int at int arv_vazia (Arv* a)
                                                                   a = arv_libera (NULL);
 r reti reti return a==NULL;
Ar Arv* Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
  if (!a if (!arv_vazia(a))
               arv_libera(a->esq);
             arv_libera(a->dir);
     ar
     fre free(a);
re returetur return NULL;
                                                                         a5
                        NULL
                                                               a3
                                 NULL
                                              NULL NULL
                                                                 NULL
                                                                         NULL
                                                                                      NULL
```

```
int int a int at int arv_vazia (Arv* a)
                                                                   a = arv_libera (NULL);
 r reti reti return a==NULL;
Ar Arv* Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
  if (!aif (!arv_vazia(a))
               arv_libera(a->esq);
             arv_libera(a->dir);
     ar
     fre free(a);
re returetur return NULL;
                                                                        a5
                       NULL
                                                               a3
                                 NULL
                                              NULL NULL
                                                                 NULL
                                                                         NULL
                                                                                      NULL
```

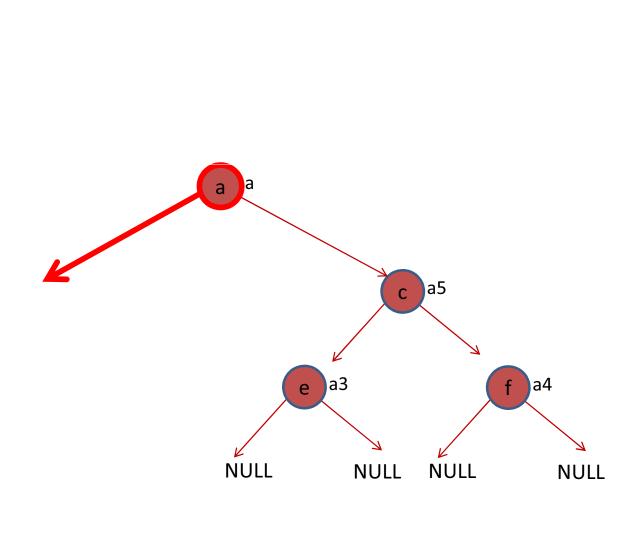
```
int int a int arv_vazia (Arv* a)
                                                                  a = arv_libera (a1);
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
         arv_libera(a->esq);
     ar
         arv_libera(a->dir);
     ar
         free(a);
re return NULL;
                                                                       a5
                       NULL
                                                              a3
                                                                                  a4
                                             NULL NULL
                                NULL
                                                                NULL
                                                                        NULL
                                                                                     NULL
```

```
int int a int arv_vazia (Arv* a)
                                                                  a = arv_libera (a1);
 r return a==NULL;
Ar Arv* Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
         arv_libera(a->esq);
     ar
         arv_libera(a->dir);
     ar
         free(a);
re return NULL;
                                                                        a5
                       NULL
                                                              a3
                                                                                   a4
                                                    NULL
                                                                 NULL
                                                                        NULL
                                                                                     NULL
```

```
int int arv_vazia (Arv* a)
                                                                       a = arv_libera (a2);
 r return a==NULL;
Ar Arv* arv_libera (Arv* a)
   if (!arv_vazia(a))
     arv_libera(a->esq);
     arv_libera(a->dir);
     free(a);
r∈ return NULL;
                                                                             a5
                         NULL
                                                                  a3
                                                                                         a4
                                                       NULL
                                                                     NULL
                                                                              NULL
                                                                                           NULL
```

```
int a int arv_vazia (Arv* a)
{
    ret return a==NULL;
}

Arv Arv* arv_libera (Arv* a)
{
    if (! if (!arv_vazia(a))
    {
        arv_libera(a->esq);
        arv_libera(a->dir);
        fr free(a);
    }
    ret return NULL;
}
```

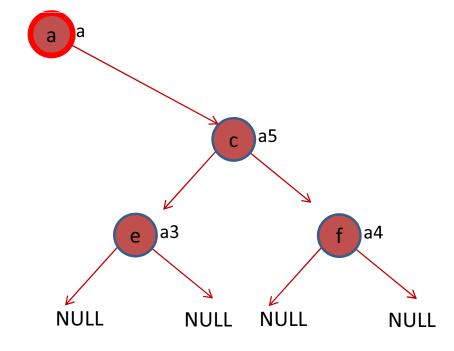


a = arv_libera (a2);

```
int arv_vazia (Arv* a)
{
  return a==NULL;
}

Arv* arv_libera (Arv* a)
{
  if (!arv_vazia(a))
  {
    arv_libera(a->esq);
    arv_libera(a->dir);
    free(a); /* libera raiz */
}
  return NULL;
}
```

```
a = arv_libera (a);
```



E assim sucessivamente.... até que toda a árvore seja liberada

Árvores binárias - Implementação em C

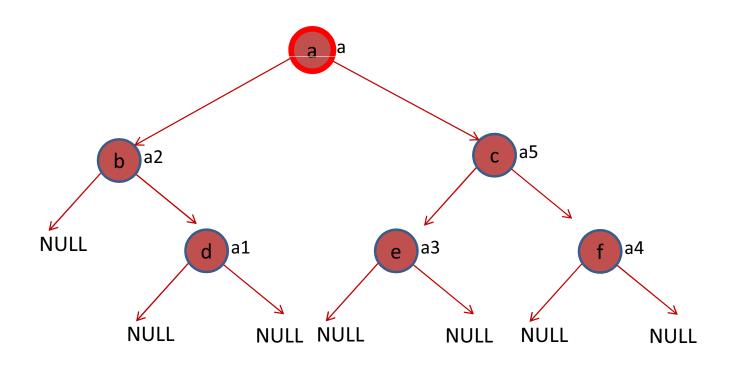
- função arv_pertence
 - verifica a ocorrência de um caractere c em um de nós
 - retorna um valor booleano (1 ou 0) indicando a ocorrência ou não do caractere na árvore

```
struct arv {
char info;
struct arv* esq;
struct arv* dir;
};
typedef struct arv Arv;
Arv* arv criavazia (void);
Arv* arv_cria (char c, Arv* e, Arv* d);
Arv* arv_libera (Arv* a);
                                           int arv vazia (Arv* a)
int arv_vazia (Arv* a);
int arv_pertence (Arv* a, char c);
                                            return a==NULL;
                                           int arv_pertence (Arv* a, char c)
                                           if (arv vazia(a))
                                              return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
                                            else
                                              return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) ||
                                           arv pertence(a->dir,c);
```

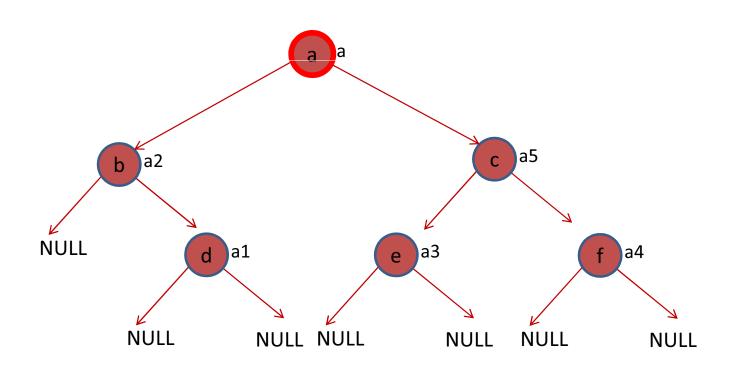
```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "arvore.h"
int main()
  Arv* a1= arv cria('d',arv criavazia(),arv criavazia());
  Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
  Arv* a3= arv cria('e',arv criavazia(),arv criavazia());
  Arv* a4= arv cria('f',arv criavazia(),arv criavazia());
  Arv* a5= arv cria('c',a3,a4);
  Arv^* a = arv cria('a',a2,a5);
  printf ("\nImprimindo a: \n");
  arv imprime (a);
  int x = arv_pertence (a, 'd');
  if (x==0)
    printf ("\nO caractere buscado nao pertence a arvore!\n");
  else
     printf ("\nO caractere buscado existe na arvore!\n");
   a = arv libera (a);
                                                         F:\20101\ED - EC\Aula 22\algBasicosLivro\arvores.exe
  system("PAUSE");
  return 1;
                                                         Imprimindo a:
                                                          caractere buscado existe na arvore!
                                                         Press any key to continue . .
```

```
int x = arv_pertence (a, 'd');
```

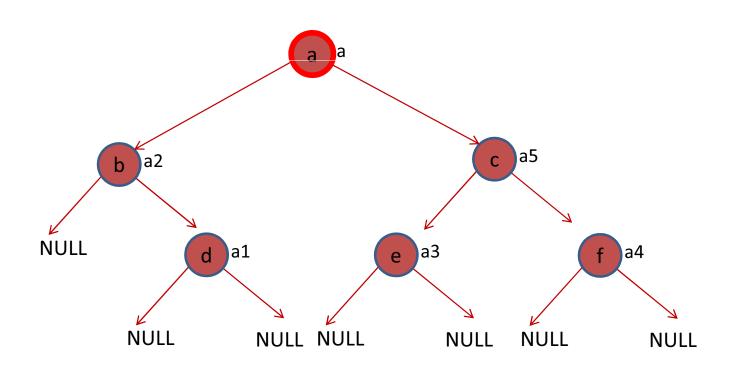
```
int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
  if (arv_vazia(a))
    return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
  else
    return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
}
```



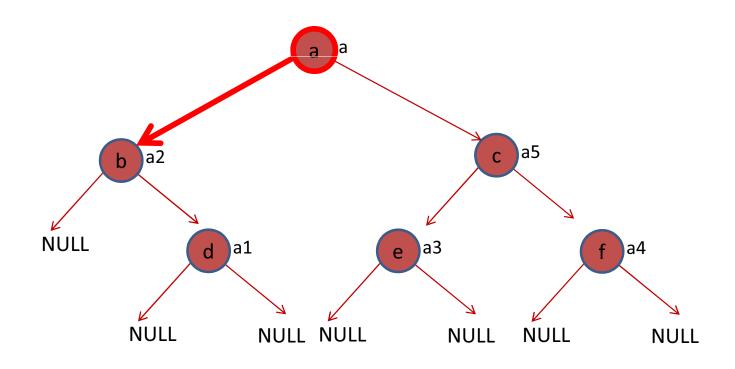
```
int x = arv_pertence (a, 'd');
int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
   if (arv_vazia(a))
     return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
else
   return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
```



```
int x = arv_pertence (a, 'd');
int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
  if (arv_vazia(a))
    return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
else
    return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
}
```

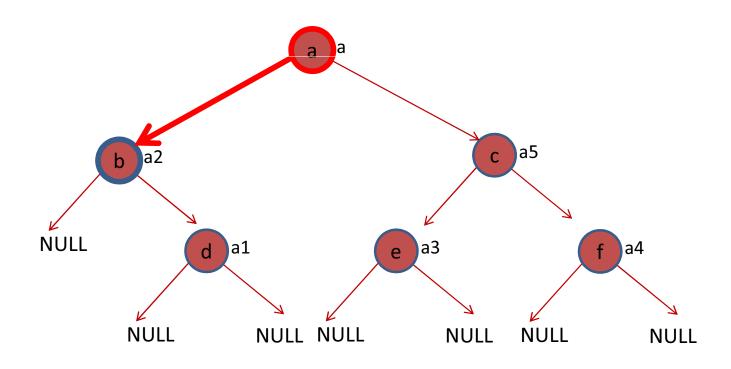


```
int x = arv_pertence (a, 'd');
int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
  if (arv_vazia(a))
    return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
else
    return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
}
```



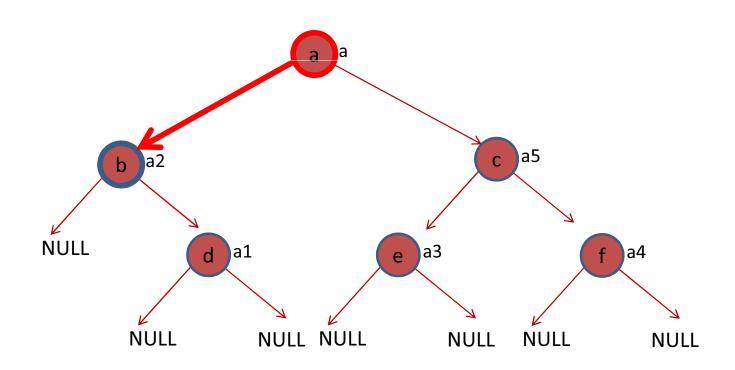
```
int x = arv_pertence (a2, 'd');
```

```
int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
        if if (arv_vazia(a))
            return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
        el else
            return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
        }
}
```



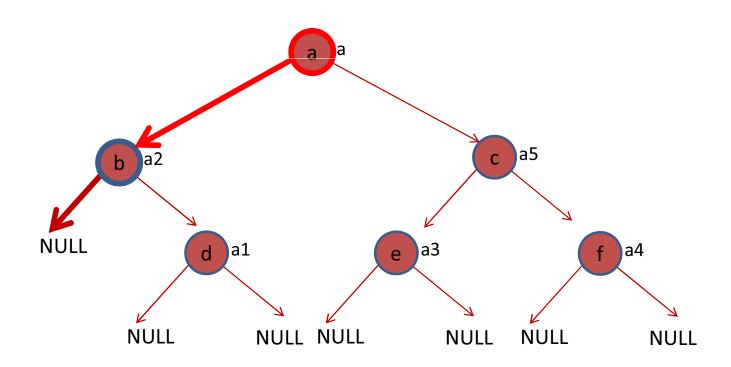
```
int x = arv_pertence (a2, 'd');
```

```
int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
        if if (arv_vazia(a))
            return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
        el else
            return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
        }
}
```



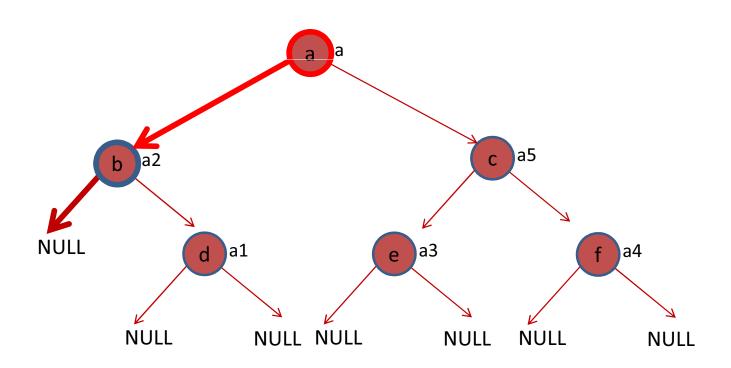
```
int x = arv_pertence (a2, 'd');
```

```
int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
        if if (arv_vazia(a))
            return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
        el else
            return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
        }
}
```



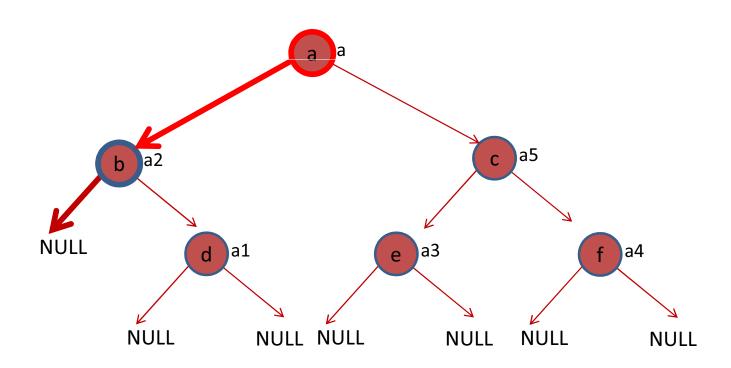
```
int x = arv_pertence (NULL, 'd');
```

```
int int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
      if if (arv_vazia(a))
          return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
      el el else
          return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
    }
}
```



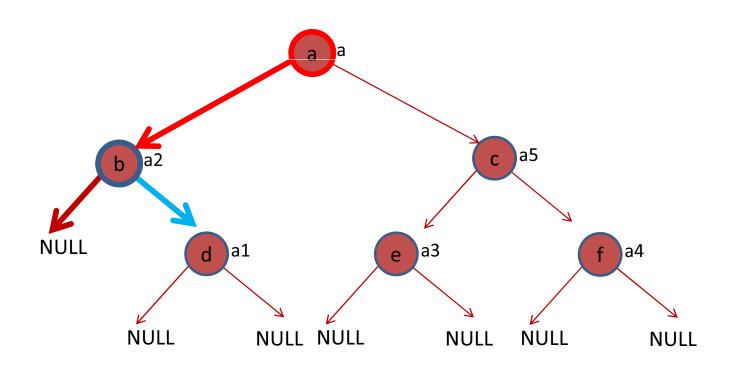
```
int x = arv_pertence (NULL, 'd');
```

```
int int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
      if if if (arv_vazia(a))
          return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
      el el else
          return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
      }
    }
}
```



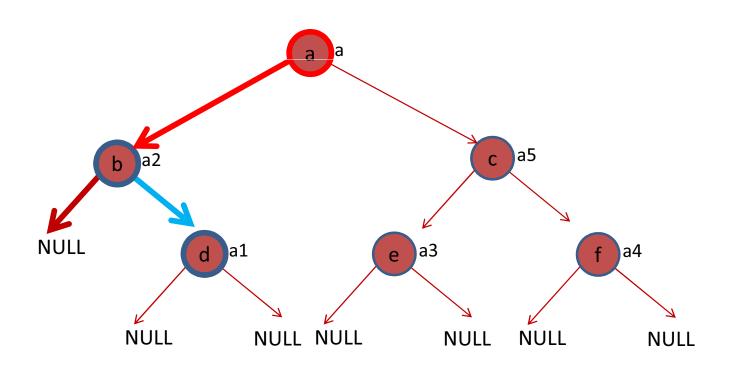
```
int x = arv_pertence (a2, 'd');
```

```
int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
        if if (arv_vazia(a))
            return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
        el else
            return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
        }
}
```

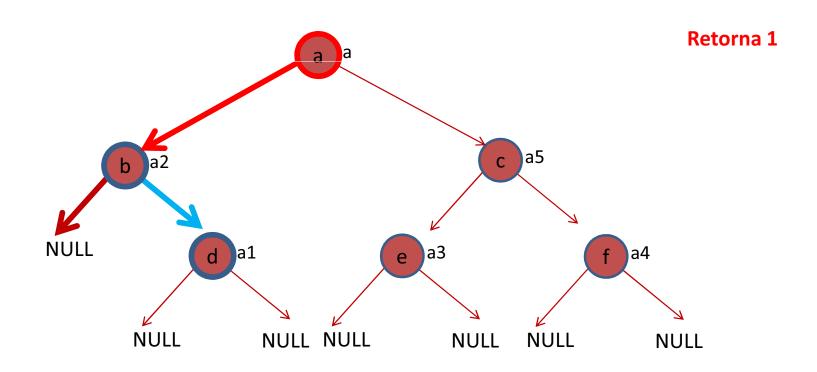


```
int x = arv_pertence (a1, 'd');
```

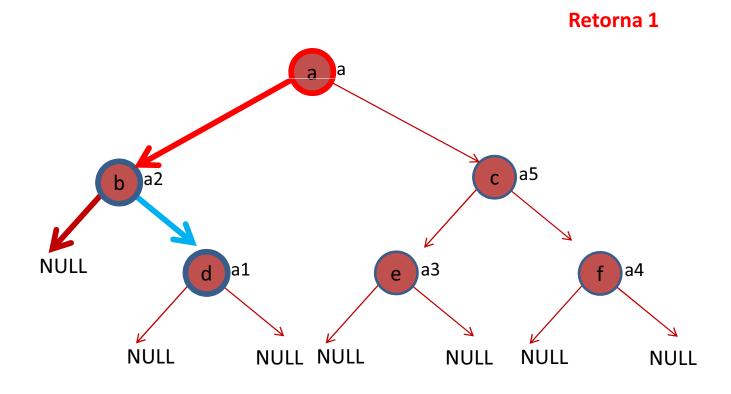
```
int int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
        if if (arv_vazia(a))
            return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
        el el: else
            return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
     }
}
```



```
int x = arv_pertence (a1, 'd');
int int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    {
        if if if (arv_vazia(a))
            return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
el el else
        return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
}
```

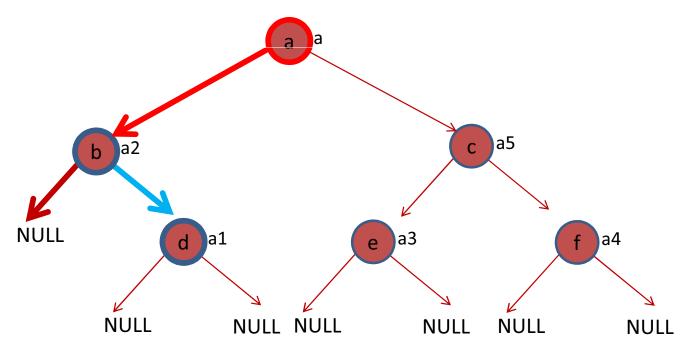


```
int x = arv_pertence (a2, 'd');
int int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
    if if (arv_vazia(a))
        return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
el else
        return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
}
```



```
int x = arv_pertence (a, 'd');
int arv_pertence (Arv* a, char c)
{
  if (arv_vazia(a))
    return 0; /* árvore vazia: não encontrou */
else
  return a->info==c || arv_pertence(a->esq,c) || arv_pertence(a->dir,c);
}
```

Retorna 1 para o main



Árvores binárias - Implementação em C

- função arv_imprime
 - percorre recursivamente a árvore, visitando todos os nós e imprimindo sua informação

```
struct arv {
  char info;
  struct arv* esq;
  struct arv* dir;
};
typedef struct arv Arv;

Arv* arv_criavazia (void);
  Arv* arv_cria (char c, Arv* e, Arv* d);
  Arv* arv_libera (Arv* a);
  int arv_vazia (Arv* a);
  int arv_pertence (Arv* a, char c);
  void arv_imprime (Arv* a);
```

```
void arv_imprime (Arv* a)
{
  if (!arv_vazia(a))
  {
    printf("%c ", a->info); /* mostra raiz */
    arv_imprime(a->esq); /* mostra sae */
    arv_imprime(a->dir); /* mostra sad */
  }
}
```

```
#include <stdio.h>
#i
    #include <stdlib.h>
#i
    #include "arvore.h"
#i
    int main()
in
      Arv* a1= arv cria('d',arv criavazia(),arv criavazia());
      Arv* a2= arv cria('b',arv criavazia(),a1);
      Arv* a3= arv cria('e',arv criavazia(),arv criavazia());
      Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
      Arv* a5= arv cria('c',a3,a4);
      Arv* a = arv cria('a',a2,a5);
      arv imprime (a);
      a = arv libera (a);
      system("PAUSE");
      return 1;
```

C:\Documents and Settings\eduardo\Ambiente de trabalho\DEISE\20101\ED -

a b d c e f Prima qualquer tecla para continuar . . .

```
void arv_imprime (Arv* a)
{
  if (!arv_vazia(a))
{
    printf("%c ", a->info);
    arv_imprime(a->esq);
    arv_imprime(a->dir);
}
}
```

NULL NULL

b

NULL

a2

NULL

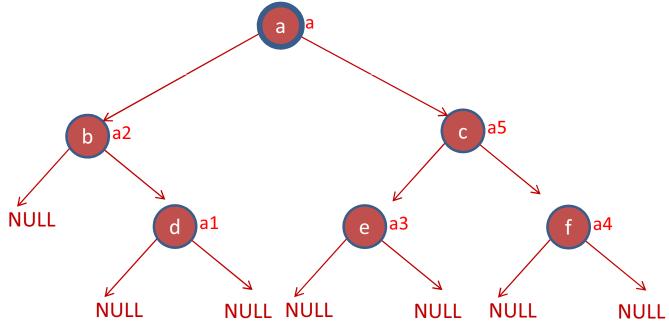
a5

NULL

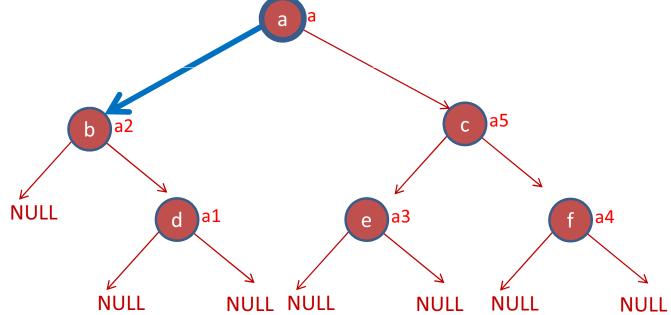
NULL

NULL

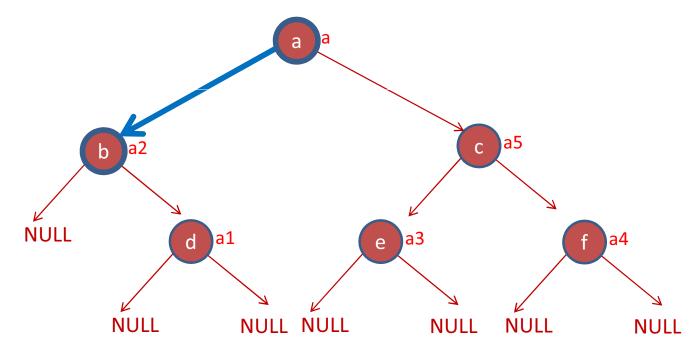
```
void arv_imprime (Arv* a)
{
  if (!arv_vazia(a))
  {
    printf("%c ", a->info);
    arv_imprime(a->esq);
    arv_imprime(a->dir);
}
```



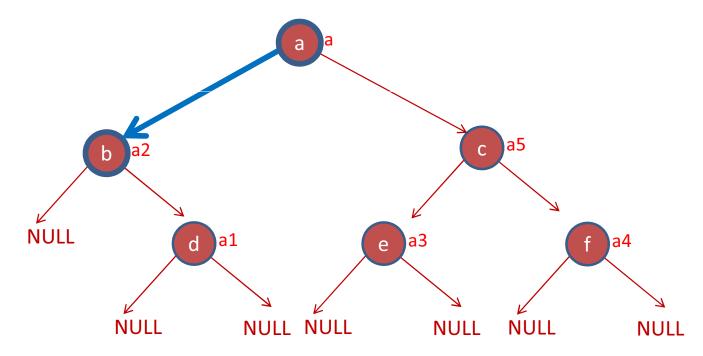
```
void arv_imprime (Arv* a)
{
  if (!arv_vazia(a))
  {
    printf("%c ", a->info);
    arv_imprime(a->esq);
    arv_imprime(a->dir);
  }
}
```



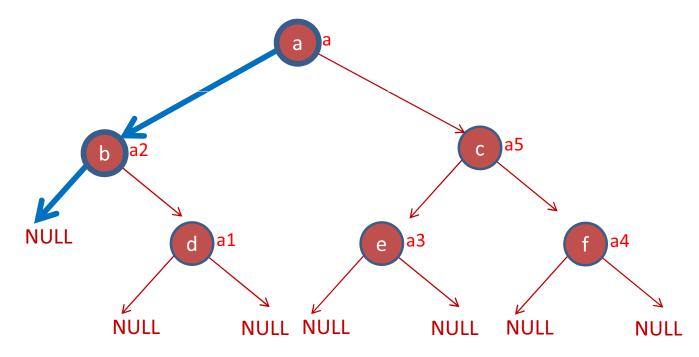
```
voic void arv_imprime (Arv* a)
{
    if (! if (!arv_vazia(a)))
{
        pri printf("%c ", a->info);
        arv_imprime(a->esq);
        arv_imprime(a->dir);
    }
}
```

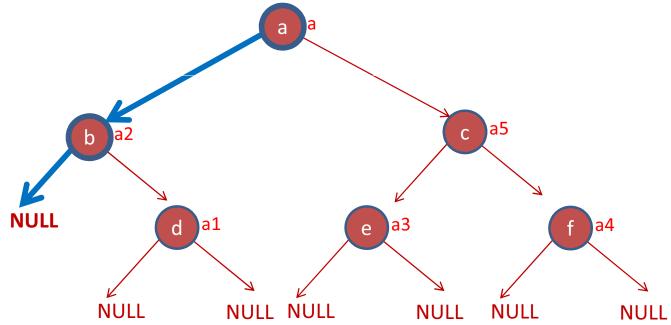


```
voic void arv_imprime (Arv* a)
{
    if (! if (!arv_vazia(a))
{
        pri printf("%c ", a->info);
        arv_imprime(a->esq);
        arv_imprime(a->dir);
    }
}
```



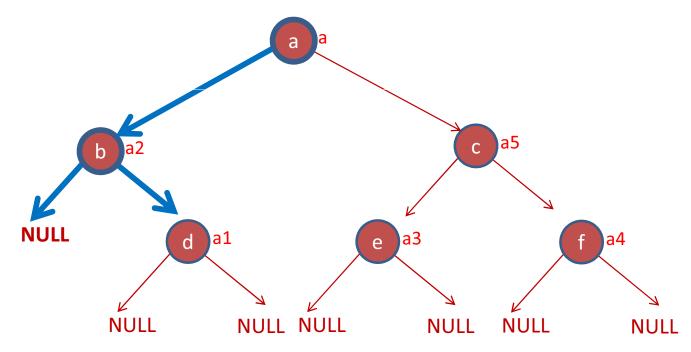
```
voic void arv_imprime (Arv* a)
{
    if (! if (!arv_vazia(a))
    {
        pri printf("%c ", a->info);
        arv_imprime(a->esq);
        arv_imprime(a->dir);
    }
}
```

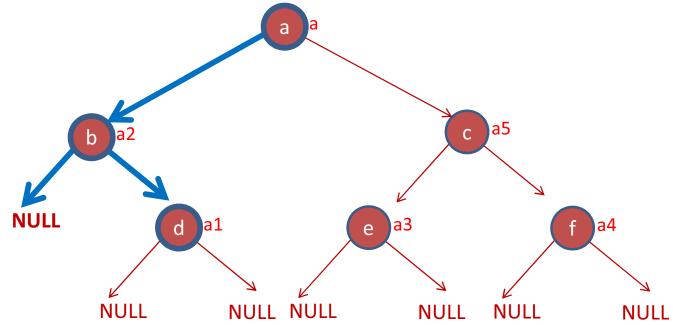


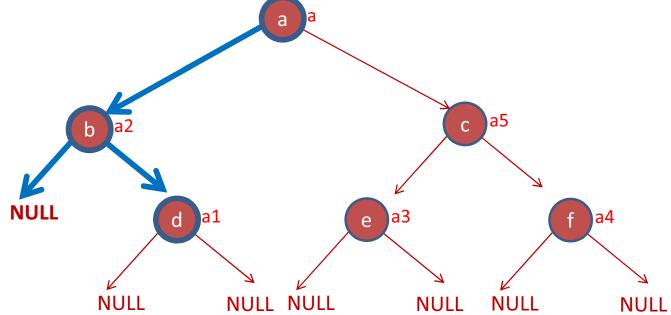


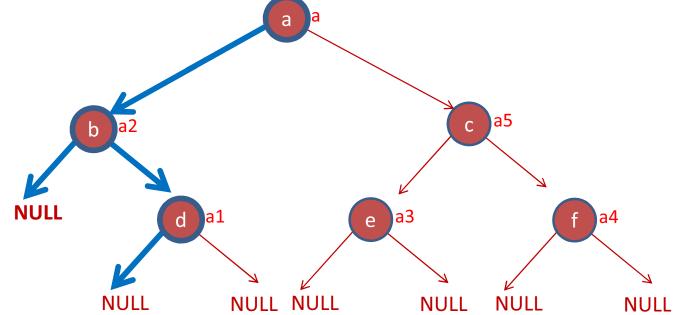
```
voic void arv_imprime (Arv* a)

{
   if (! if (!arv_vazia(a))
   {
      pri printf("%c ", a->info);
      arv_imprime(a->esq);
      arv_imprime(a->dir);
   }
   }
}
```

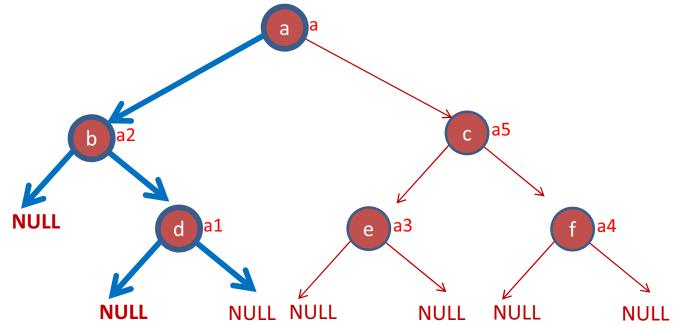








```
voic voi void void arv_imprime (Arv* a)
                                                                 arv_imprime (NULL);
if (! if ( if (!arv_vazia(a))
 pri pr printf("%c ", a->info);
 arv ar arv_imprime(a->esq);
                                                  Retorna
 arv_arv_ arv_imprime(a->dir);
                                                          a5
            NULL
                                 NULL NULL
                     NULL
                                                   NULL
                                                          NULL
                                                                      NULL
```



```
voic voi void arv_imprime (Arv* a)
                                                                      arv_imprime (NULL);
if (! if ( if | if (!arv_vazia(a))
 pri pr printf("%c ", a->info);
 ar ar ar arv_imprime(a->esq);
                                                     Retorna
 arv ar arv_imprime(a->dir);
                                                              a5
```

NULL NULL

NULL

NULL

NULL

NULL

NULL

```
arv_imprime (a1);
voic voi void arv_imprime (Arv* a)
    if ( if (!arv_vazia(a))
    printf("%c ", a->info);
 ar arv_imprime(a->esq);
                                                    Retorna
 arv ar arv_imprime(a->dir);
                                                             a5
             NULL
                                  NULL NULL
                                                             NULL
                      NULL
                                                     NULL
                                                                          NULL
```

```
voic void arv_imprime (Arv* a)
                                                                           arv_imprime (a2);
if (! if (!arv_vazia(a))
     printf("%c ", a->info);
     arv_imprime(a->esq);
                                                          Retorna
     arv_imprime(a->dir);
                                                                   a5
```

NULL NULL

NULL

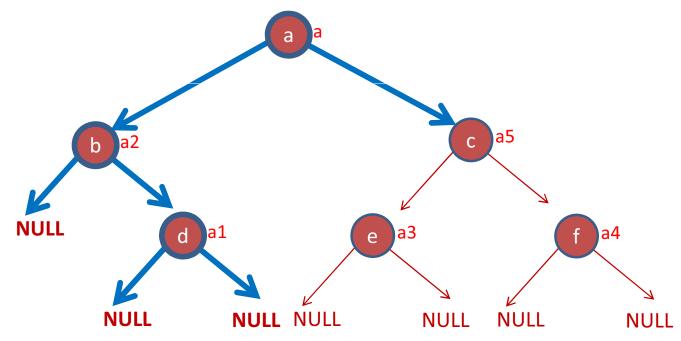
NULL

NULL

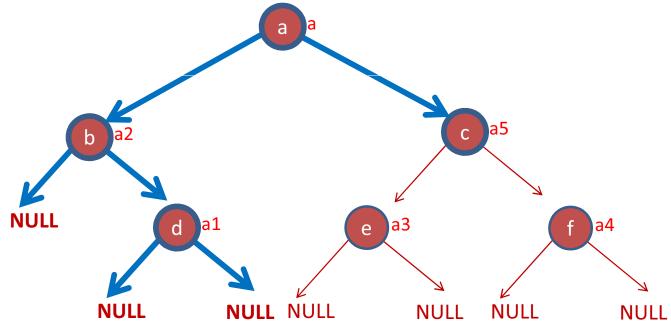
NULL

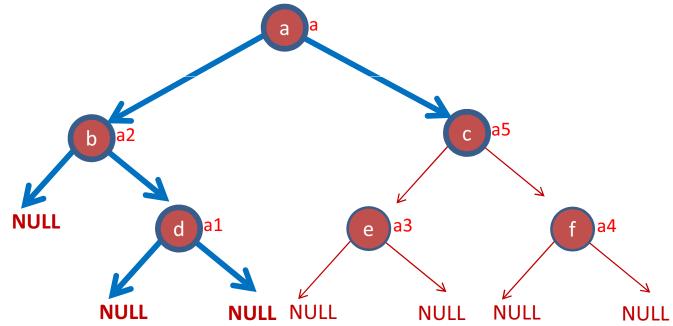
NULL

```
void arv_imprime (Arv* a)
{
  if (!arv_vazia(a))
  {
    printf("%c ", a->info);
    arv_imprime(a->esq);
    arv_imprime(a->dir);
  }
}
```



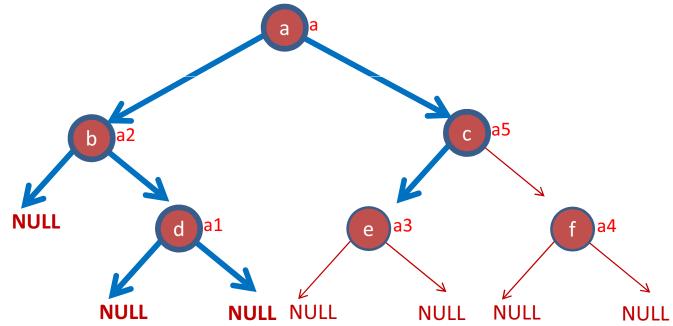
```
voi void arv_imprime (Arv* a)
{
    if ( if (!arv_vazia(a))
        {
            pi printf("%c ", a->info);
            arv_imprime(a->esq);
            ar arv_imprime(a->dir);
        }
     }
}
```



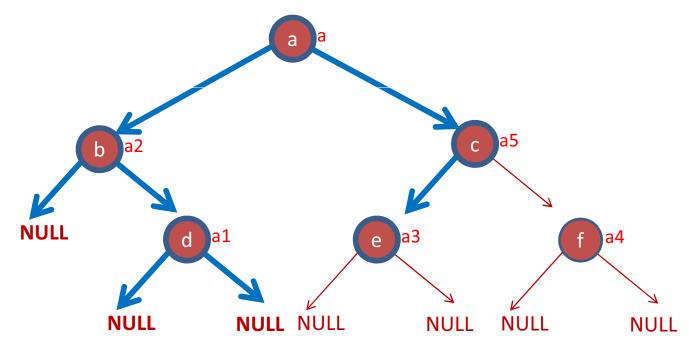


a b d c

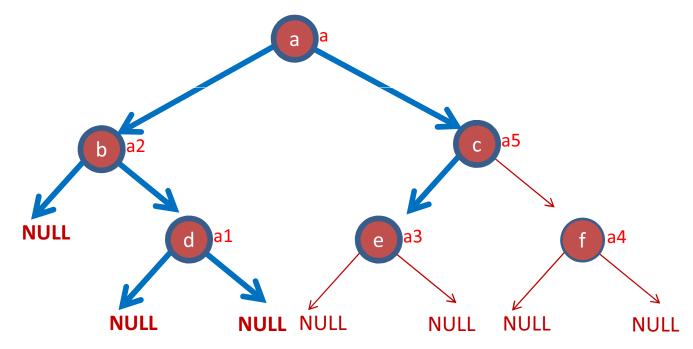
```
voi void arv_imprime (Arv* a)
{
    if ( if (!arv_vazia(a))
    {
        pr printf("%c ", a->info);
        arv_imprime(a->esq);
        ar arv_imprime(a->dir);
    }
    }
}
```



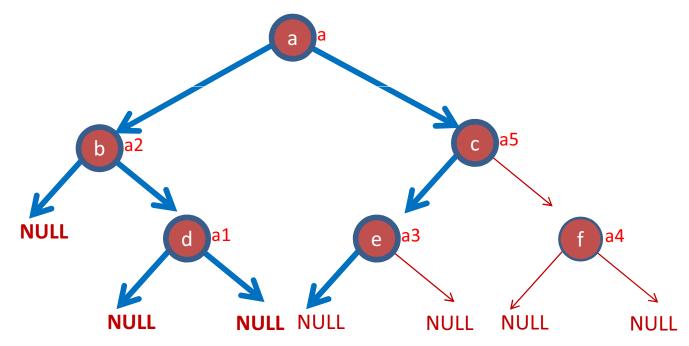
a b d c



a b d c

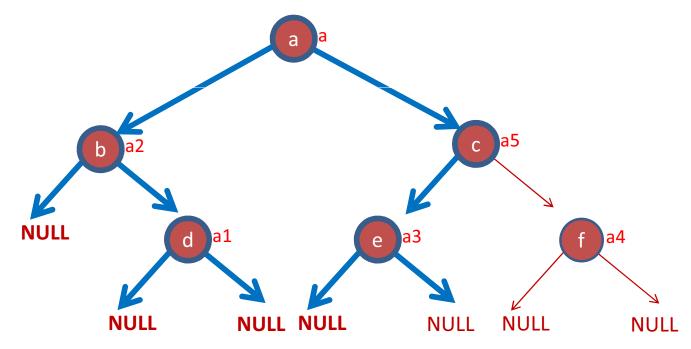


abdce



```
voi voi void arv_imprime (Arv* a)
                                                                  arv_imprime (NULL);
   if ( if (!arv_vazia(a))
          printf("%c ", a->info);
       arv_imprime(a->esq);
                                                   Retorna
    ar arv_imprime(a->dir);
            NULL
                                                           NULL
                                 NULL NULL
                     NULL
                                                    NULL
                                                                       NULL
```

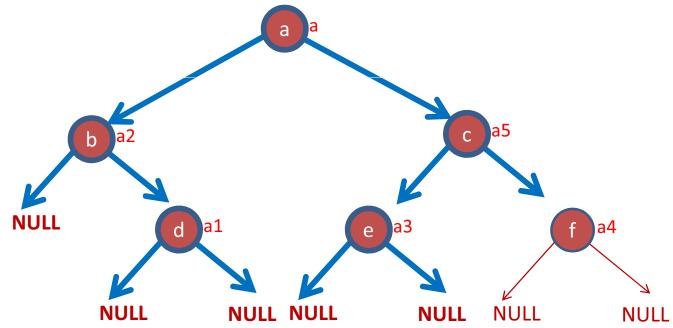
abdce



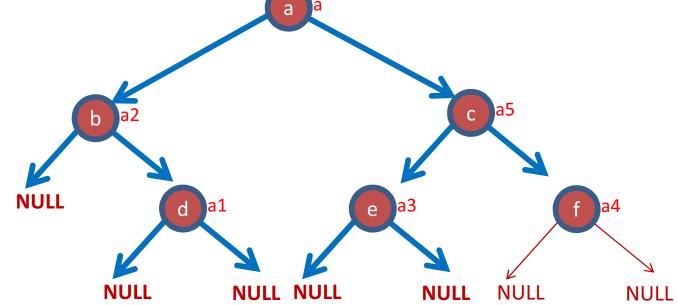
```
voi voi void arv_imprime (Arv* a)
                                                                   arv_imprime (NULL);
   if ( if (!arv_vazia(a))
          printf("%c ", a->info);
           arv_imprime(a->esq);
                                                   Retorna
    ar arv_imprime(a->dir);
             NULL
                                                            NULL
                     NULL
                                  NULL NULL
                                                    NULL
                                                                        NULL
```

abdce

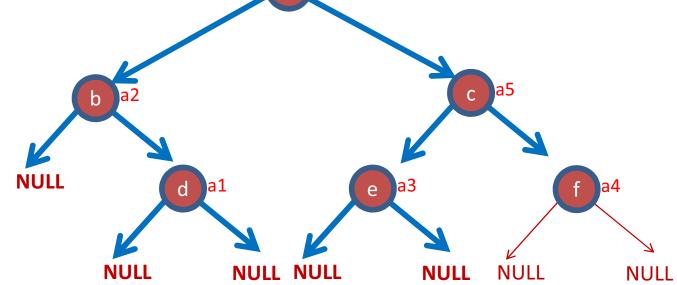
```
voi voi void arv_imprime (Arv* a)
                                                                      arv_imprime (a3);
if ( if (!arv_vazia(a))
        printf("%c ", a->info);
        arv_imprime(a->esq);
 ar
                                                      Retorna
    ar arv_imprime(a->dir);
             NULL
                                                               NULL
                      NULL
                                    NULL NULL
                                                       NULL
                                                                            NULL
```

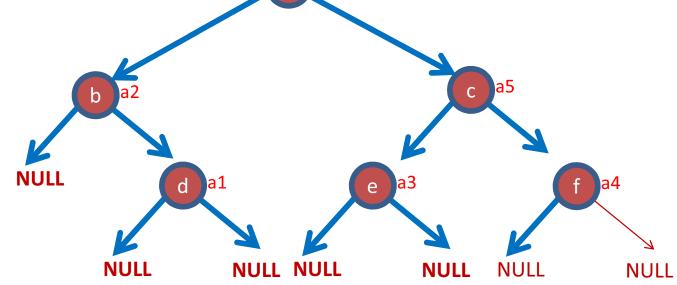


abdce

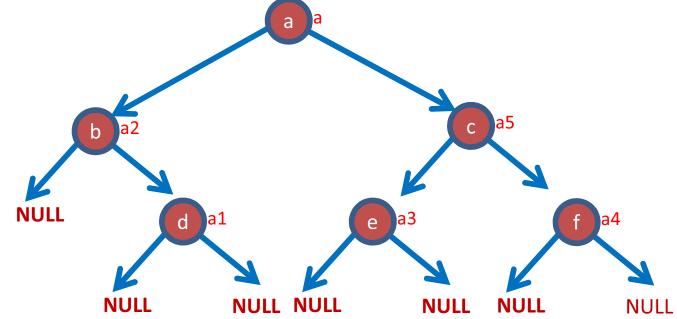


```
voi vc void arv_imprime (Arv* a)
{
    {
    if ( if if (!arv_vazia(a)))
    {
        {
            printf("%c ", a->info);
            arv_imprime(a->esq);
            arv_imprime(a->dir);
        }
        }
    }
}
```





```
voi void void arv_imprime (Arv* a)
                                                                           arv_imprime (NULL);
            if (!arv_vazia(a))
        printf("%c ", a->info);
 arv arv_imprime(a->esq);
arv arv_imprime(a->dir);
                                                          Retorna
               NULL
                                      NULL NULL
                        NULL
                                                                   NULL
                                                           NULL
                                                                                 NULL
```



```
voi vo void arv_imprime (Arv* a)
                                                                arv_imprime (NULL);
if ( if if if (!arv_vazia(a))
printf("%c ", a->info);
ar a arv_imprime(a->esq);
                                                  Retorna
aı arv_imprime(a->dir);
            NULL
                     NULL
                                 NULL NULL
                                                   NULL
                                                         NULL
                                                                      NULL
```

abdcef

```
arv_imprime (a4);
VOİ V( void arv_imprime (Arv* a)
if ( if if (!arv_vazia(a))
    printf("%c ", a->info);
 ar arv_imprime(a->esq);
                                                     Retorna
 al { arv_imprime(a->dir);
             NULL
                                                              NULL
                      NULL
                                                                           NULL
                                   NULL NULL
                                                      NULL
```

```
voi void arv_imprime (Arv* a)
                                                                        arv_imprime (a5);
if ( if (!arv_vazia(a))
    printf("%c ", a->info);
    arv_imprime(a->esq);
                                                       Retorna
    arv_imprime(a->dir);
              NULL
                                    NULL NULL
                       NULL
                                                                NULL
                                                                              NULL
                                                        NULL
```

```
void arv_imprime (Arv* a)
                                                                          arv_imprime (a);
if (!arv_vazia(a))
 printf("%c ", a->info);
 arv_imprime(a->esq);
                                                        Retorna para o main
 arv_imprime(a->dir);
              NULL
```

NULL NULL

NULL

NULL

NULL

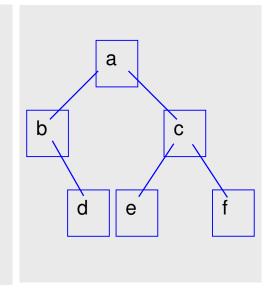
abdcef

NULL

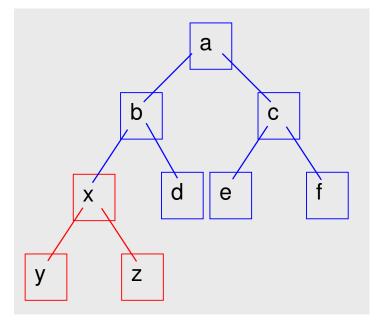
Exemplo: <a <b <> >d <>> > < <e <>> > <f <>>> >

```
/* sub-árvore 'd' */
Arv* a1= arv_cria('d',arv_criavazia(),arv_criavazia());
/* sub-árvore 'b' */
Arv* a2= arv_cria('b',arv_criavazia(),a1);
/* sub-árvore 'e' */
Arv* a3= arv_cria('e',arv_criavazia(),arv_criavazia());
/* sub-árvore 'f' */
Arv* a4= arv_cria('f',arv_criavazia(),arv_criavazia());
/* sub-árvore 'c' */
Arv* a5= arv_cria('c',a3,a4);
/* árvore 'a' */
Arv* a = arv_cria('a',a2,a5);
```

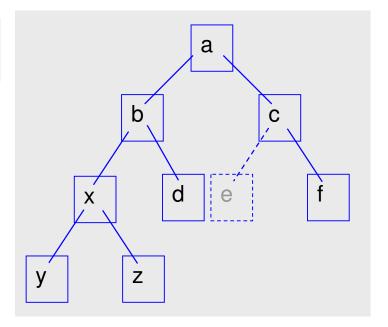
Exemplo: <a <b <>> <d <>>>> > <f <>>>>>



• Exemplo - acrescenta nós



Exemplo - libera nós



Árvores binárias - Ordens de percurso

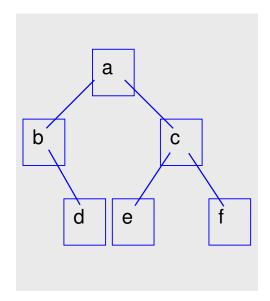
Ordens de percurso:

pré-ordem:

trata *raiz*, percorre *sae*, percorre *sad* exemplo: a b d c e f

ordem simétrica:

- percorre sae, trata raiz, percorre sad
- exemplo: b d a e c f
- pós-ordem:
 - percorre sae, percorre sad, trata raiz
 - exemplo: d b e f c a



Ordens de Percurso

Eduardo Piveta

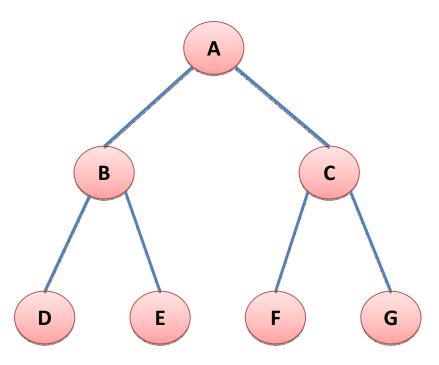
Introdução

- Existem diversas ordens possíveis para percorrermos uma árvore.
- Nesta apresentação, veremos as mais utilizadas, que são:
 - pré-ordem
 - ordem simétrica
 - pós ordem

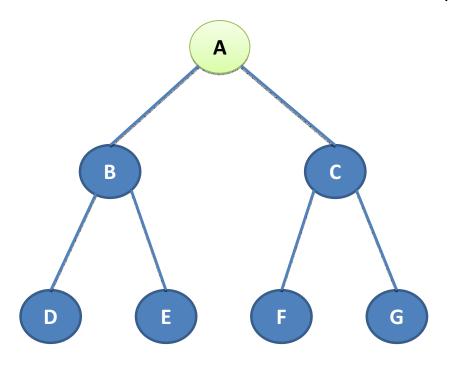
Ordens de percurso

- Pré-ordem:
 - Primeiro é tratada a raiz, percorre a SAE, percorre a SAD
- Ordem simétrica:
 - Percorre SAE, trata a raiz, percorre a SAD
- Pós-ordem:
 - Percorre SAE, percorre a SAD, trata a raiz

Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



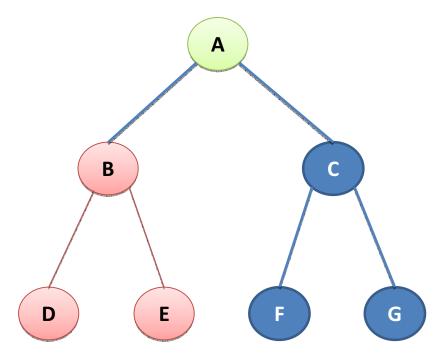
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

Α

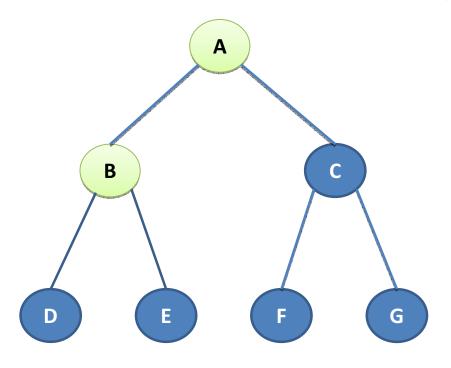
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

Α

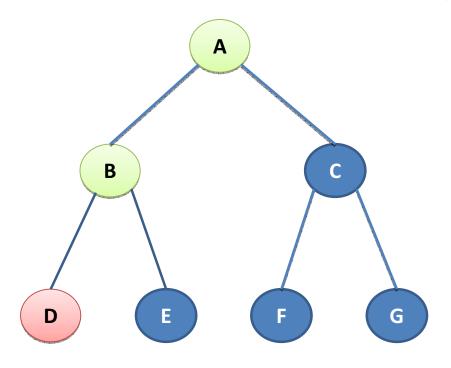
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

A B

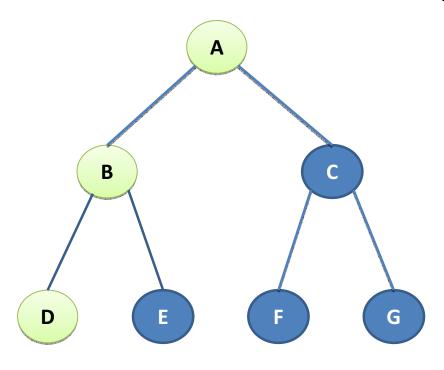
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

A B

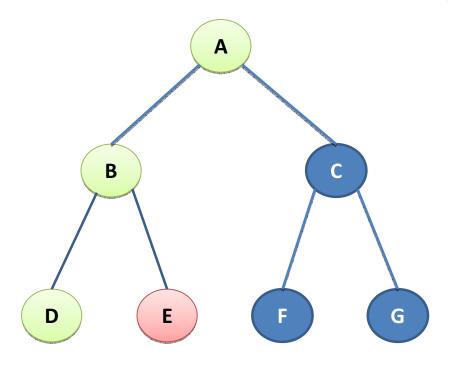
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

A B D

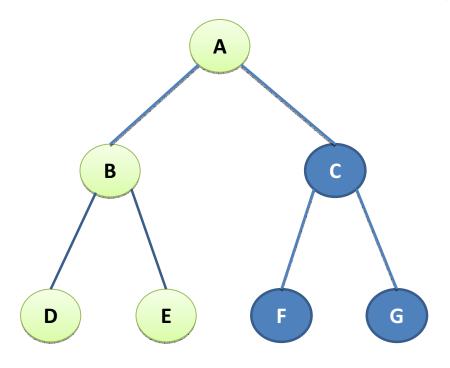
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

A B D

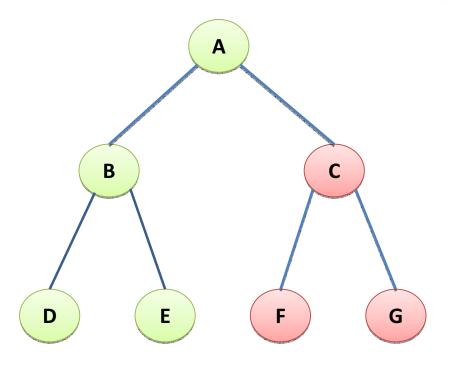
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

ABDE

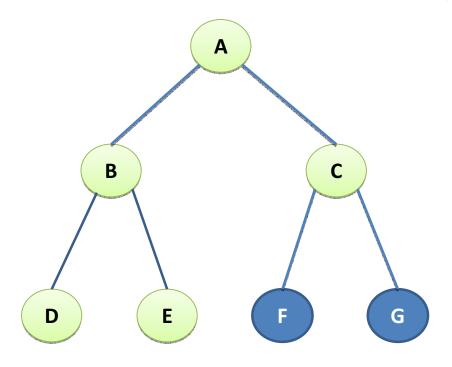
Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



Percurso:

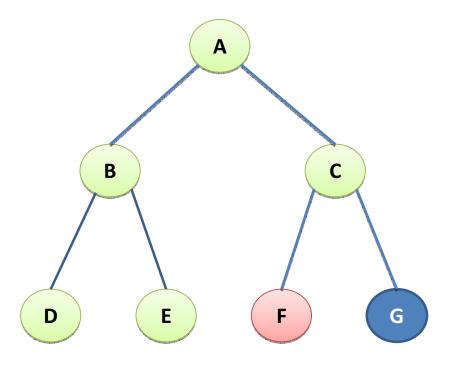
ABDE

Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



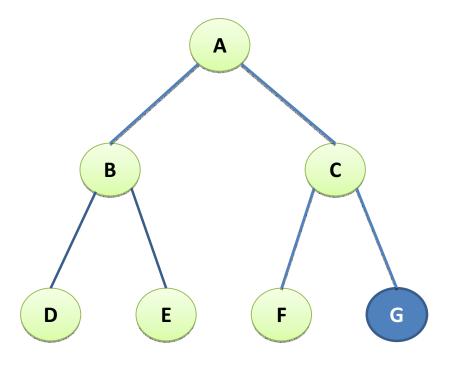
Percurso: A B D E C

Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



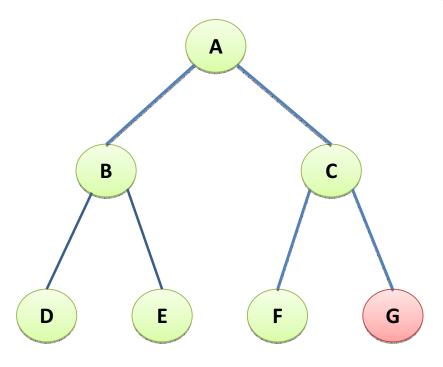
Percurso: A B D E C

Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



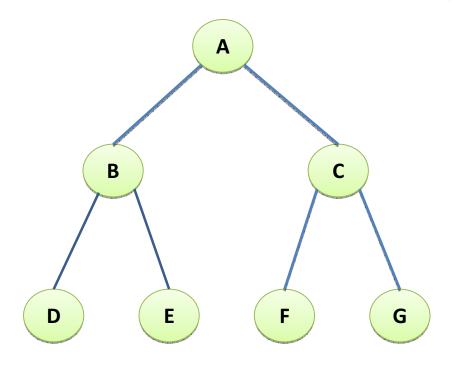
Percurso: A B D E C F

Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)



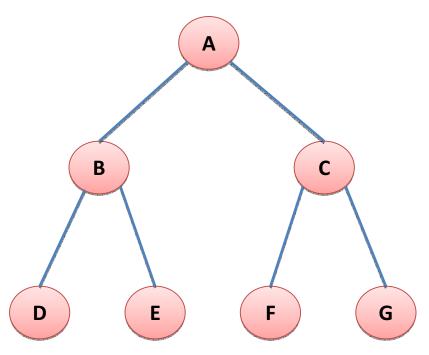
Percurso: A B D E C F

Pré-ordem: RAIZ(arv), SAE(arv), SAD(arv)

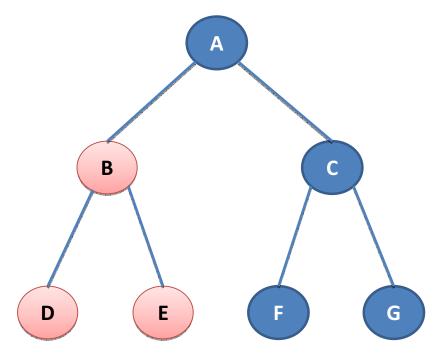


Percurso: ABDECFG

Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)

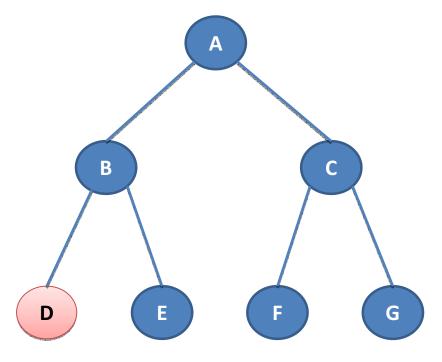


Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



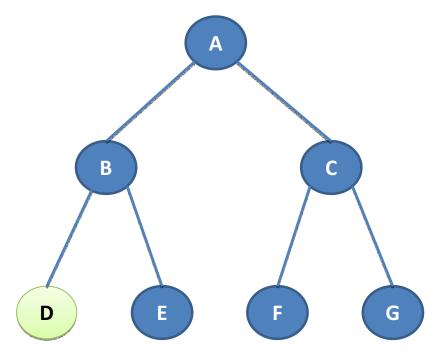
Percurso:

Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

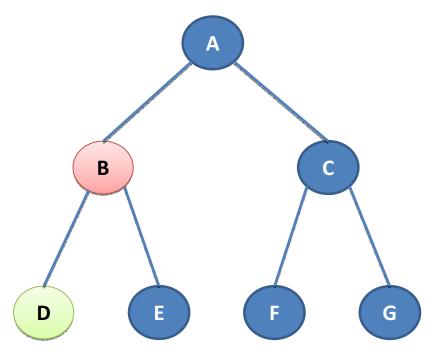
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

D

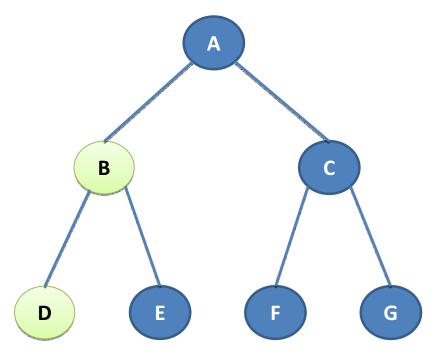
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

D

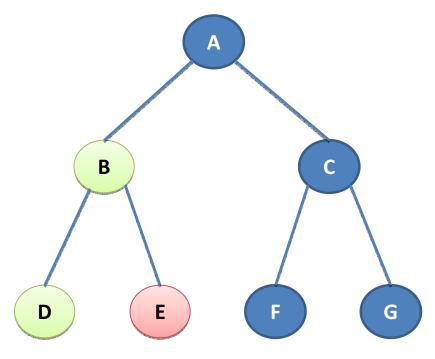
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

D B

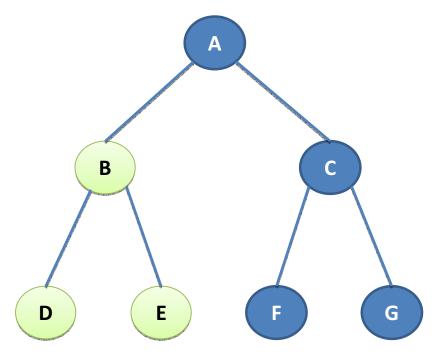
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

D B

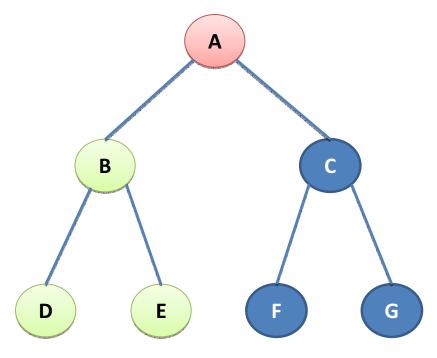
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

DBE

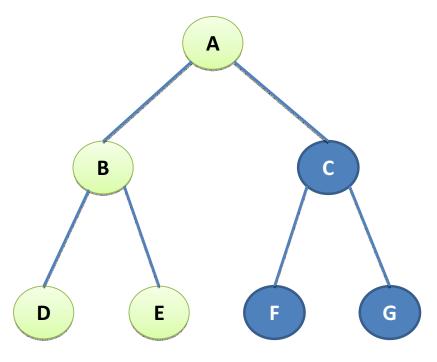
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

DBE

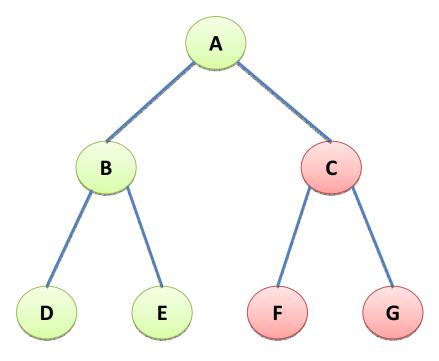
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

DBEA

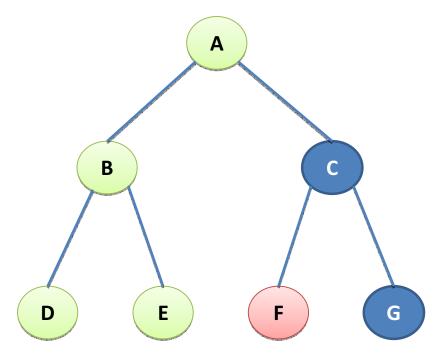
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

DBEA

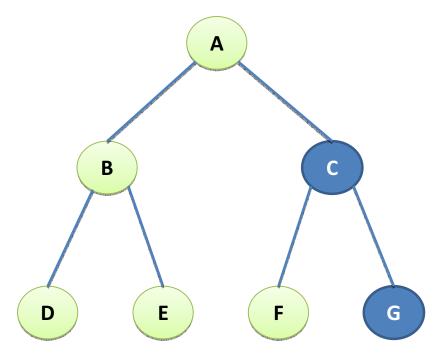
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

DBEA

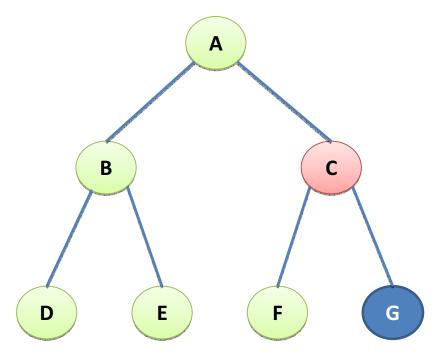
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

DBEAF

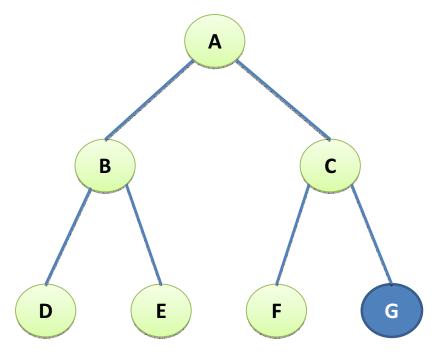
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso:

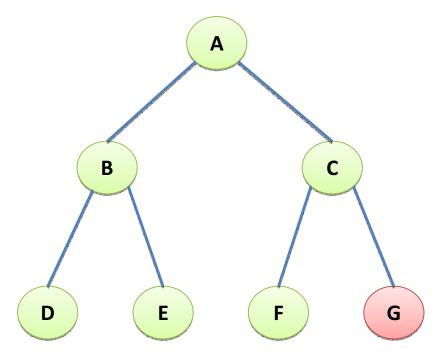
DBEAF

Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



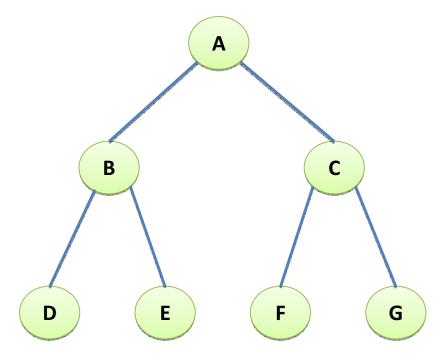
Percurso: DBEAFC

Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso: DBEAFC

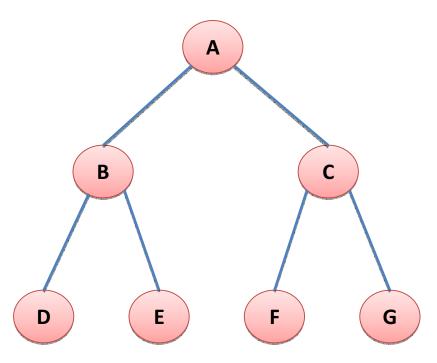
Ordem simétrica: SAE(arv), RAIZ(arv), SAD(arv)



Percurso: DBEAFCG

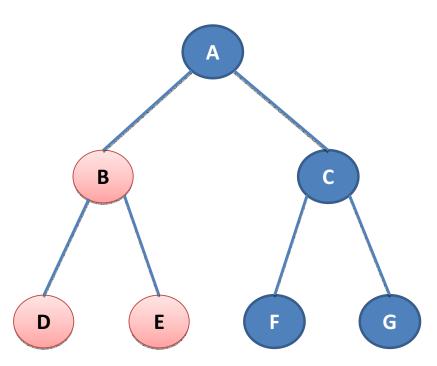
Exemplo – Pós-ordem

Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)

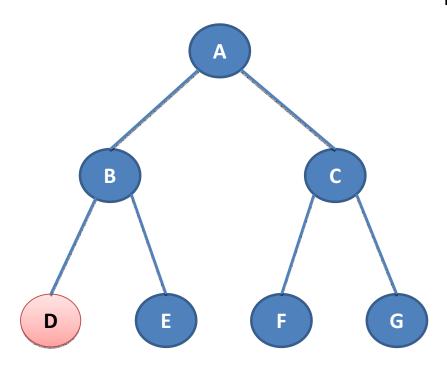


Exemplo – Pós-ordem

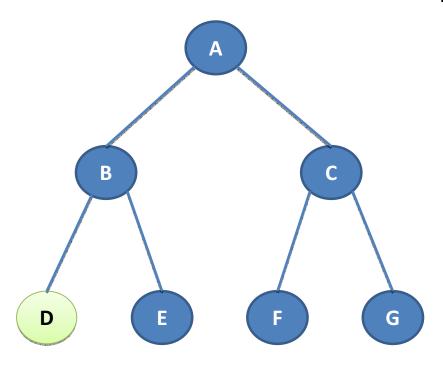
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



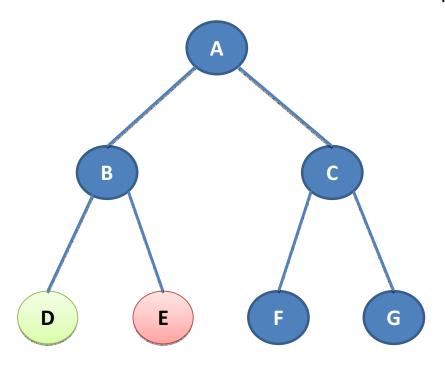
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

D

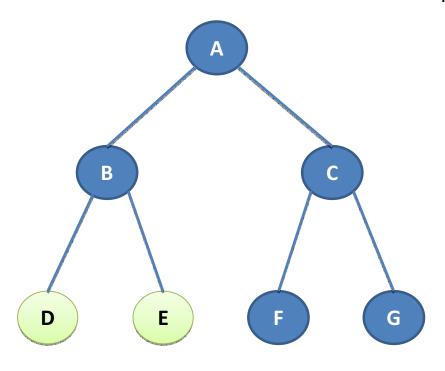
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

D

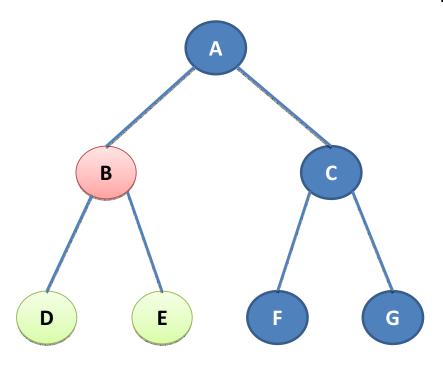
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DE

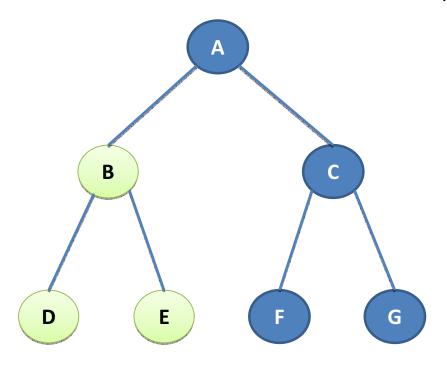
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DE

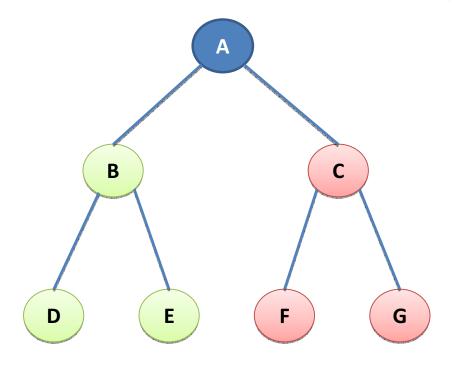
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DEB

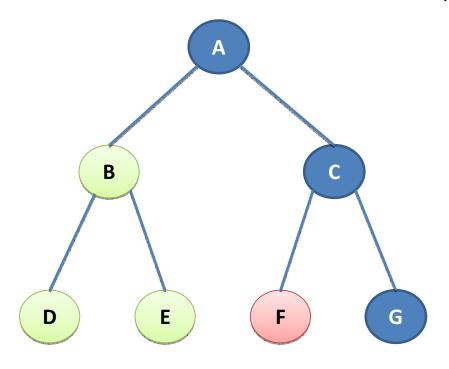
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DEB

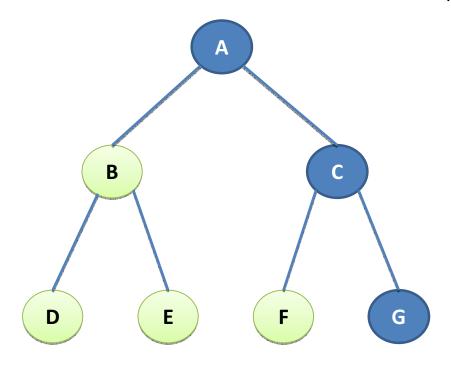
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DEB

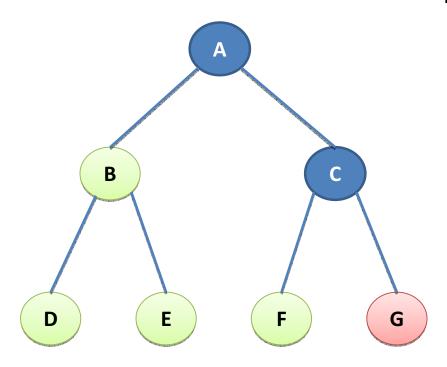
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DEBF

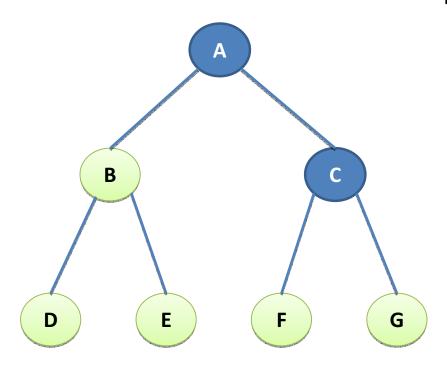
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DEBF

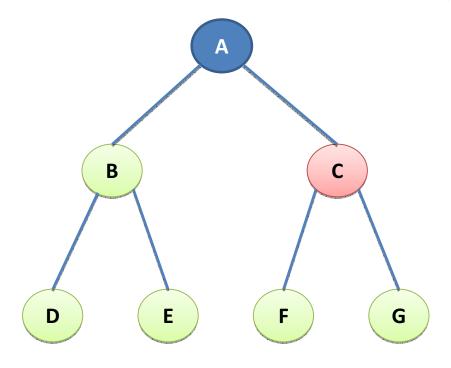
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

DEBFG

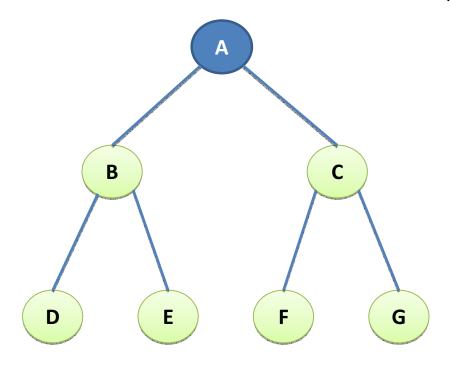
Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso:

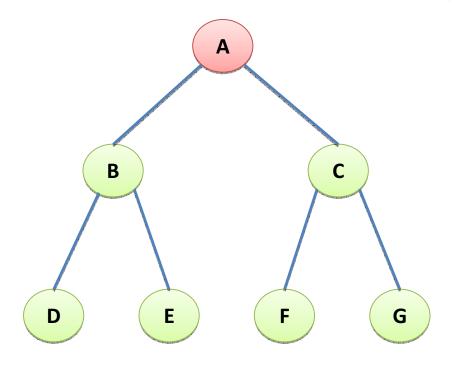
DEBFG

Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



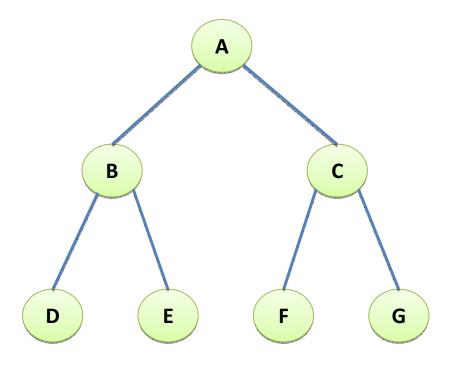
Percurso: DEBFGC

Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso: DEBFGC

Pós-ordem: SAE(arv), SAD(arv), RAIZ(arv)



Percurso: DEBFGCA