

# Informe Tarea 1

Probabilidad con distribución  $\chi^2$

Nombre: Diego Román  
RUT: 20.299.495-4  
Profesor: Valentino González  
Auxiliares: Vicente Donaire  
Benjamín Navarrete  
Fecha de entrega: 26 de septiembre

---

El problema a resolver es encontrar numéricamente el valor de  $a$  para la siguiente ecuación:

$$0.95 = \mathbb{P}(x < a) = \int_{-\infty}^a pdf(x)dx$$

La función  $pdf(x)$  es, en este caso, la distribución  $\chi^2(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)}x^{k/2-1}e^{-x/2}$ , donde  $\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx$ .

La implementación de la función  $\Gamma(z)$  en el código posee el problema del límite de integración superior infinito. Para solucionarlo, se debe realizar un cambio de variables apropiado. Tomando  $u = e^{-x}$  ( $du = -e^{-x}dx$ ) la integral queda:

$$\int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx = \int_1^0 -(-\ln(u))^{z-1}du = \int_0^1 \left(\ln\left(\frac{1}{u}\right)\right)^{z-1} du$$

La integración numérica de  $\Gamma(z)$  requirió del uso del método del punto medio para el caso de la singularidad en  $z = 0$ , mientras que desde un  $\Delta x = 1 \times 10^{-7}$  hasta  $z = 1$  se usó Simpson 1/3.