

Informe Tarea 1

Probabilidad con distribución χ^2

Nombre: Diego Román
RUT: 20.299.495-4
Profesor: Valentino González
Auxiliares: Vicente Donaire
Benjamín Navarrete
Fecha de entrega: 26 de septiembre

El problema a resolver es encontrar numéricamente el valor de a para la siguiente ecuación:

$$0.95 = \mathbb{P}(x < a) = \int_{-\infty}^a pdf(x)dx$$

La función $pdf(x)$ es, en este caso, la distribución $\chi^2(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)}x^{k/2-1}e^{-x/2}$, donde $\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx$.

La implementación de la función $\Gamma(z)$ en el código posee el problema del límite de integración superior infinito. Para solucionarlo, se debe realizar un cambio de variables apropiado. Tomando $u = e^{-x}$ ($du = -e^{-x}dx$) la integral queda:

$$\int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx = \int_1^0 -(-\ln(u))^{z-1}du = \int_0^1 \left(\ln\left(\frac{1}{u}\right)\right)^{z-1} du$$

La integración numérica de $\Gamma(z)$ requirió del uso del método del punto medio para el caso de la singularidad en $z = 0$, mientras que desde un $\Delta x = 1 \times 10^{-7}$ hasta $z = 1$ se usó Simpson 1/3.