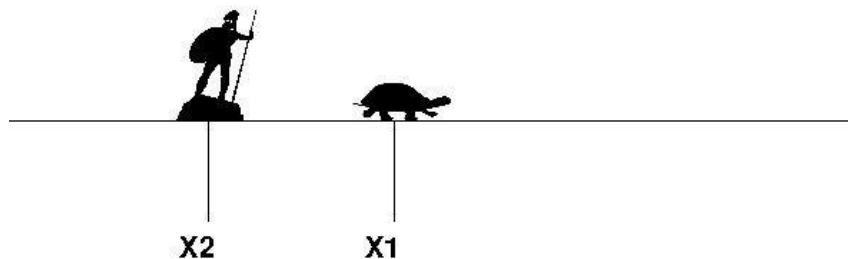


# Il Paradosso di Zenone, Achille e la Tartaruga

Il paradosso di "Achille e la Tartaruga", è uno dei paradossi inventati da Zenone di Elea nel V secolo a.C. per difendere la tesi del suo maestro Parmenide secondo la quale il moto è un'illusione

«Il secondo argomento prende il nome "dell'Achille" e consiste in questo: nel momento in cui il concorrente più veloce parte dopo il concorrente più lento nella corsa, quest'ultimo non sarà mai raggiunto dal più veloce perché l'inseguitore prima sarebbe costretto a raggiungere il luogo da cui quello che fugge ha preso le mosse, e intanto, di necessità, il più lento sarà sempre un po' più avanti.» (*Aristotele, Fisica, Libro VI, capitolo 9, 239b 14-20*)

Nell'enunciato del paradosso vi sono 2 concorrenti in una gara di corsa, uno più veloce e l'altro di meno (Achille e la tartaruga). Al più lento viene concesso un vantaggio in termini di spazio. Secondo il filosofo, il concorrente più rapido non sarà mai in grado di raggiungere e superare l'avversario...



Quando Achille giunge in  $x_0$ , posizione prima occupata dalla tartaruga, nel tempo  $t_0$ , quest'ultima è avanzata di  $s_0$ :

$$t_0 = \frac{x_0}{v_1}, \quad s_0 = t_0 \cdot v_2 = x_0 \frac{v_2}{v_1}$$

Dove  $v_1$  è la velocità di Achille, mentre  $v_2$  è quella della testuggine.

Quando Achille ha percorso il tratto ulteriore  $s_0$  nel tempo  $t_1$ , la tartaruga è avanzata di  $s_1$ :

$$t_1 = \frac{s_0}{v_1} = x_0 \frac{v_2}{v_1^2}, \quad s_1 = t_1 \cdot v_2 = x_0 \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

E così via... Per raggiungere la tartaruga, il pelide deve percorrere lo spazio

$$\begin{aligned} & x_0 + s_0 + s_1 + \dots \\ &= x_0 \left[ 1 + \frac{v_2}{v_1} + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^3 + \dots \right] \end{aligned}$$

nel tempo

$$\begin{aligned} & t_0 + t_0 + t_2 + \dots \\ &= \frac{x_0}{v_1} \left[ 1 + \frac{v_2}{v_1} + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^3 + \dots \right] \end{aligned}$$

Zenone tuttavia era ignaro che anche una somma di infiniti termini (serie) può avere risultato finito.

Infatti la somma fra parentesi converge a:

$$\frac{1}{1 - \frac{v_2}{v_1}}$$

Si ha quindi:

$$x = x_0 \frac{v_1}{v_1 - v_2}$$

$$, t = \frac{x_0}{v_1 - v_2}$$