

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**MODELOS DE DECISÃO PARA DIMENSIONAMENTO DE
EQUIPES DE MANUTENÇÃO**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA A UFPE
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
MODALIDADE MESTRADO ACADÊMICO
POR

RODRIGO JOSÉ PIRES FERREIRA

Orientador: Prof. Adiel Teixeira de Almeida, PhD

RECIFE, MARÇO / 2006

F383m

Ferreira, Rodrigo José Pires.

Modelos de decisão para dimensionamento de equipes de manutenção. – Recife: O Autor, 2006.

xii, 93 folhas. : il. ; fig., tabs., gráfs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Engenharia de Produção, 2006.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia de produção – Pesquisa operacional. 2. Sistemas de manutenção – Teoria da decisão. 3. Dimensionamento de equipes – Modelos de decisão. 4. Planejamento da manutenção. I. Título.

658.5 CDD (22.ed.)

UFPE
BCTG/2006-41



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE
MESTRADO ACADÊMICO DE

RODRIGO JOSÉ PIRES FERREIRA

***“Modelos de Decisão para Dimensionamento de
Equipes de Manutenção”.***

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do(a) primeiro(a), considera o candidato RODRIGO JOSÉ PIRES FERREIRA **APROVADO COM DISTINÇÃO.**

Recife, 02 de março de 2006.

Prof. ADIEL TEIXEIRA DE ALMEIDA, PhD (UFPE)

Profª. ANA PAULA CABRAL SEIXAS COSTA, Doutor (UFPE)

Prof. ANDRÉ MARQUES CAVALCANTI, Doutor (IDEP)

*Dedico este trabalho a
Patrícia, minha esposa.*

*"Tempo é dinheiro."
Benjamin Franklin*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, por ter me dado força, luz, determinação, e saúde para superar todas as dificuldades e desafios encontrados durante toda esta jornada acadêmica.

Não poderia deixar de agradecer aos esforços imensuráveis da minha esposa Patrícia, que sempre me deu energia e motivação para realização do mestrado. Ela é muito especial para mim.

A minha família que sempre incentivou os meus estudos, agradeço toda a educação que recebi desde minha infância e tenho muito orgulho disso. Agradeço a minha mãe Verônica, meu pai Jorge, minha irmã Beatriz e ao meu irmão Wagner.

Ao professor Adiel Teixeira de Almeida, meu orientador, por sua forte e determinada participação na criação e coordenação do Grupo de Pesquisa em Sistemas de Informação e Decisão - GPSID, na criação do Programa de Pós-Graduação e a criação do curso de graduação em Engenharia de Produção na UFPE, por nossa amizade construída ao longo da minha caminhada na universidade. Através de sua competência e sabedoria pude desfrutar de uma excelente orientação ao longo do desenvolvimento desta dissertação.

Ao corpo docente do PPGE/UFPE, em especial aos professores que tive aulas, Adiel Teixeira de Almeida, Ana Paula Cabral, Fernando Campello, Denise Dumke, Luciano Nadler; pela participação em minha formação acadêmica e a todos os demais colegas que fazem parte do corpo discente que em conjunto com os docentes conseguem manter este programa como uma referência nacional. Agradeço também as secretárias Juliane e Jane pela dedicação e apoio.

Ao professor André Marques Cavalcanti pelas suas significativas contribuições e proveitosas discussões e a todos os membros da banca examinadora.

Aos colegas do GPSID, em especial Adiel Filho, grande companheiro desde o primeiro período da graduação, Cristiano, Luciana, Carol, Danielle, Ana Paula Gusmão, e a todos os demais.

A Helder Marcio pelas expressivas contribuições em discussões de perspectivas de aplicações empresariais desta dissertação, com sua experiência neste ramo.

A UFPE – Universidade Federal de Pernambuco, uma instituição que tenho orgulho de fazer parte desde 2001 quando ingressei na graduação em Engenharia de Produção e em 2005 no mestrado no mesmo curso, com certeza uma das melhores instituições de ensino do país.

Ao CNPQ e a CAPES pelo fornecimento de recursos necessários para realização deste trabalho.

RESUMO

O dimensionamento de equipes de manutenção é uma decisão que deve determinar uma quantidade apropriada de técnicos, propiciando um número ótimo para as equipes de manutenção, visando à minimização de custos para atender níveis satisfatórios de disponibilidade do sistema. Sistemas de manutenção podem ser comparados com sistemas de filas, onde os equipamentos são clientes que vão solicitar atendimento quando sofrem algum dano, e os técnicos de manutenção representam os servidores das equipes de manutenção. Tais sistemas exigem atenções intensas em relação a aspectos importantes, além de se fazer necessária uma análise econômica das medidas de desempenho do sistema. Nesse contexto, este trabalho traz uma contribuição, sob uma perspectiva de uma abordagem clássica de pesquisa operacional, que propõe uma metodologia capaz de apresentar medidas de desempenho importantes, fonte para uma posterior tomada de decisão e um eficaz controle do sistema de filas, suportada por uma análise econômica que vislumbra um procedimento estruturado para proceder na escolha do tamanho da equipe. A dificuldade de executar uma análise direta dos elementos do sistema, e a importância em proceder com tal análise em virtude das consequências envolvidas é o que fundamenta o desenvolvimento do trabalho. Uma metodologia que trate adequadamente os aspectos relacionados e características do sistema é uma necessidade para um processo de escolha adequado. Baseados na problemática foram apresentados modelos analíticos utilizando uma abordagem de teoria das filas integrando conceitos de engenharia de manutenção, aspectos de confiabilidade e manutenibilidade, como também disciplina de prioridades e uso do conhecimento a priori, aplicados ao contexto de dimensionamento de equipes de manutenção. Em seguida foram realizadas aplicações numéricas, possibilitando uma visualização direta dos modelos apresentados bem como suas interpretações econômicas e análise de sensibilidade dos parâmetros.

Palavras-chave: Planejamento da Manutenção, Dimensionamento de Equipes, Teoria das Filas, Teoria da Decisão.

ABSTRACT

Maintenance team sizing is a decision that should determine an appropriate amount of technicians, propitiating an optimal number of them, seeking minimization of costs to assist satisfactory levels of availability of the system. Maintenance systems can be compared with queueing systems, where the equipments are customers that will request service when they suffer some damage, and the maintenance technicians represent the servers of the maintenance teams. Such systems demand intense attention in relation to important aspects, besides doing a necessary economical analysis of the performance measures. Therefore, this work brings a contribution, under a perspective of a classic approach of operational research, proposing a methodology capable to present important performance measures, serving as source for a subsequent decision making and an effective control of queueing systems, supported by an economical analysis that shimmers a structured procedure to choose of the team size. The difficulty to execute a straight analysis of systems elements, and the importance in proceeding with such analysis by virtue of the involved consequences is the development basis the of this work. A methodology that treats appropriately the related aspects characteristic of the system is demanding for a choice process suitable. Based on the problematic analytic models they were presented using an approach of queueing theory integrating concepts of maintenance engineering, reliability aspects and maintainability, as well as discipline of priorities and use bayesian approach, applied to the context of sizing of maintenance team. After numeric applications were accomplished, making possible a direct visualization of the presented models as well as its economical interpretations and sensibility parameters analysis.

Keywords: Maintenance Planning, Sizing of Teams, Queueing Theory, Decision Theory.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS DO TRABALHO	1
1.1.1	<i>Objetivo Geral.....</i>	<i>1</i>
1.1.2	<i>Objetivos Específicos.....</i>	<i>2</i>
1.2	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	2
2	BASE CONCEITUAL.....	4
2.1	CONFIABILIDADE	4
2.1.1	<i>Distribuição Exponencial.....</i>	<i>5</i>
2.1.2	<i>Distribuição Weibull.....</i>	<i>5</i>
2.2	MANTENABILIDADE	6
2.2.1	<i>Distribuição Exponencial.....</i>	<i>7</i>
2.2.2	<i>Distribuição Lognormal</i>	<i>7</i>
2.2.3	<i>Distribuição Gama</i>	<i>8</i>
2.3	TEORIA DAS FILAS	8
2.3.1	<i>Elementos de um Modelo de Fila</i>	<i>9</i>
2.3.2	<i>Alguns exemplos de sistemas de filas</i>	<i>11</i>
2.3.3	<i>Classificações para modelos de filas.....</i>	<i>13</i>
2.3.4	<i>Medidas de desempenho para sistemas de filas</i>	<i>13</i>
2.3.5	<i>Alguns modelos.....</i>	<i>14</i>
2.3.6	<i>Análise econômica do número de servidores.....</i>	<i>17</i>
2.4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
3	MODELOS DE DECISÃO PARA DIMENSIONAMENTO DE EQUIPES DE MANUTENÇÃO	25
3.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	25
3.2	CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS MODELOS DE DECISÃO	28
3.3	MODELO DE DECISÃO BÁSICO	33
3.3.1	<i>Estrutura do modelo de decisão básico.....</i>	<i>34</i>
3.4	MODELO DE DECISÃO COM PRIORIDADES	37
3.4.1	<i>Estrutura do modelo de decisão com prioridades</i>	<i>39</i>
3.5	MODELO DE DECISÃO COM USO DO CONHECIMENTO A PRIORI.....	40
3.5.1	<i>Elementos da Teoria da Decisão.....</i>	<i>41</i>
3.5.2	<i>Estrutura do Modelo de Decisão com uso do Conhecimento a Priori</i>	<i>43</i>
4	APLICAÇÃO NUMÉRICA.....	47
4.1	MODELO DE DECISÃO BÁSICO	48
4.1.1	<i>Medidas de desempenho</i>	<i>52</i>
4.1.2	<i>Resultados.....</i>	<i>62</i>
4.1.3	<i>Análise de sensibilidade</i>	<i>65</i>

4.2	MODELO DE DECISÃO COM PRIORIDADES	67
4.2.1	<i>Resultados</i>	68
4.2.2	<i>Análise de sensibilidade</i>	70
4.3	MODELO DE DECISÃO COM USO DO CONHECIMENTO A PRIORI.....	70
4.3.1	<i>Incerteza em λs</i>	70
4.3.2	<i>Análise de sensibilidade</i>	73
4.3.3	<i>Incerteza em μ</i>	74
4.3.4	<i>Análise de sensibilidade</i>	77
4.3.5	<i>Incerteza em λ e μ</i>	77
4.3.6	<i>Análise de sensibilidade</i>	79
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	80
5.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
5.2	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....	81
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
	ANEXOS	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Um Sistema de Fila Básico	9
Figura 2.2 – Análise econômica dos servidores.....	18
Figura 2.3 – Um sistema consistindo de K M/M/S filas separadas versus uma fila M/M/SxK	23
Figura 3.1 – Ilustração Genérica de um Sistema de Manutenção	26
Figura 3.2 – Curva da Banheira.....	29
Figura 3.3 – Funções densidades de probabilidade exponencial e gama	30
Figura 3.4 – Diagrama esquemático do modelo de decisão básico	34
Figura 3.5 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com prioridades	39
Figura 3.6 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, $\theta = \lambda s$	44
Figura 3.7 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, $\theta = \mu$	45
Figura 3.8 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, $\theta = [\lambda s, \mu]$	46
Figura 4.1 – Ilustração da aplicação numérica em uma instalação industrial.....	47
Figura 4.2 – Confiabilidade dos equipamentos da UM ₁	49
Figura 4.3 – Confiabilidade dos equipamentos da UM ₂	49
Figura 4.4 – Manutenibilidades dos técnicos da UM ₁ e UM ₂	50
Figura 4.5 – Confiabilidade dos equipamentos da UM ₁ e da UM ₂	51
Figura 4.6 – Fator de utilização dos servidores da UM ₁	53
Figura 4.7 – Fator de utilização dos servidores da UM ₂	54
Figura 4.8 – Probabilidades de haver n clientes no sistema UM ₁ em função do número de servidores	56
Figura 4.9 – Probabilidades de haver n clientes no sistema UM ₂ em função do número de servidores	56
Figura 4.10 - Probabilidades de haver n clientes no sistema UM ₁ em função do número de clientes	57
Figura 4.11 - Probabilidades de haver n clientes no sistema UM ₂ em função do número de clientes	57
Figura 4.12 – Probabilidade de que todos os técnicos estejam ocupados das UM ₁ e UM ₂	59
Figura 4.13 – Número médio de equipamentos no sistema e na fila da UM ₁	59
Figura 4.14 - Número médio de equipamentos no sistema e na fila da UM ₂	60
Figura 4.15 – Tempo médio gasto pelos equipamentos no sistema e na fila em UM ₁	61
Figura 4.16 - Tempo médio gasto pelos equipamentos no sistema e na fila em UM ₂	61
Figura 4.17 – Análise econômica dos servidores para UM ₁	63
Figura 4.18 - Análise econômica dos servidores para UM ₂	63
Figura 4.19 - Análise econômica dos servidores para UM ₂ para $s > 5$	64
Figura 4.20 – Análise econômica dos servidores para UM ₁	69
Figura 4.21 – Análise econômica dos servidores para UM ₂	69
Figura 4.22 – Análise econômica dos servidores para UM ₂ para $s > 5$	70
Figura 4.23 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de falhas do sistema $\pi(\lambda s)$ – UM ₁	71
Figura 4.24 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de falhas do sistema $\pi(\lambda s)$ – UM ₂	71
Figura 4.25 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM ₁	72
Figura 4.26 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM ₂	73
Figura 4.27 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de reparo $\pi(\mu)$ – UM ₁	74

Figura 4.28 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de reparo $\pi(\mu)$ – UM₂	75
Figura 4.29 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₁.....	76
Figura 4.30 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₂.....	76
Figura 4.31 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₁.....	78
Figura 4.32 - Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₂	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Exemplos de Serviços Comerciais	12
Tabela 2.2 – Exemplos de Sistemas de Serviços internos	12
Tabela 2.3 – Exemplos de Estações de Serviços de Transporte	12
Tabela 4.1 – Dados dos equipamentos da UM_1	48
Tabela 4.2 – Dados dos equipamentos da UM_2	48
Tabela 4.3 - Valores das taxas de reparo, custos de espera e de serviço unitários.....	50
Tabela 4.4 – Taxas de falhas do sistema, s_{\min} e s_{\max}	52
Tabela 4.5 – Fatores de utilização para os técnicos da UM_1	53
Tabela 4.6 – Fatores de utilização para os técnicos da UM_2	53
Tabela 4.7 – Probabilidades dos números de clientes no sistema para UM_1	55
Tabela 4.8 - Probabilidades dos números de clientes no sistema para UM_2	55
Tabela 4.9 – Probabilidade de que todos os técnicos estejam ocupados das UM_1 e UM_2	58
Tabela 4.10 - Tamanhos e tempos médios da fila e do sistema em UM_1	61
Tabela 4.11 - Tamanhos e tempos médios da fila e do sistema em UM_2	62
Tabela 4.12 – Análise econômica dos servidores para UM_1	64
Tabela 4.13 – Análise econômica dos servidores para UM_2	65
Tabela 4.14 – Resumo das soluções ótimas.....	65
Tabela 4.15 – Sensibilidade de variação dos parâmetros.....	66
Tabela 4.16 – Custos de espera unitários dos equipamentos da UM_1	67
Tabela 4.17 – Custos de espera unitários dos equipamentos da UM_2	67
Tabela 4.18 – Cálculo do custo total para as alternativas da UM_1	68
Tabela 4.19 – Cálculo do custo total para as alternativas da UM_2	68
Tabela 4.20 – Sensibilidade de variação dos parâmetros.....	70
Tabela 4.21 – Risco das quantidades de servidores para UM_1 e UM_2	73
Tabela 4.22 – Sensibilidade de variação dos parâmetros.....	74
Tabela 4.23 – Risco das quantidades de servidores para UM_1 e UM_2	76
Tabela 4.24 – Sensibilidade de variação dos parâmetros.....	77
Tabela 4.25 - Risco das quantidades de servidores para UM_1 e UM_2	79
Tabela 4.26 – Sensibilidade de variação dos parâmetros.....	79
Tabela A 1 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ_s do modelo básico - UM_1	85
Tabela A 2 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ_s do modelo básico – UM_2	85
Tabela A 3 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo básico- UM_1	85
Tabela A 4 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo básico- UM_2	85
Tabela A 5 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ_s do modelo com prioridades- UM_1 ...	86
Tabela A 6 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ_s do modelo com prioridades- UM_2 ...	86
Tabela A 7 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo com prioridades- UM_1	86
Tabela A 8 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo com prioridades- UM_2	86
Tabela A 9 – Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u do modelo com prioridades- UM_1	86
Tabela A 10 – Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u do modelo com prioridades- UM_2	86

Tabela A 11 – Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u do modelo com prioridades-UM ₁	87
Tabela A 12 – Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u do modelo com prioridades-UM ₂	87
Tabela A 13 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₁	88
Tabela A 14 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₂	88
Tabela A 15 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₁	88
Tabela A 16 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₂	88
Tabela A 17 - Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ -UM ₁	88
Tabela A 18 - Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ -UM ₂	88
Tabela A 19 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u -UM ₁	89
Tabela A 20 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u -UM ₂	89
Tabela A 21 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u -UM ₁	89
Tabela A 22 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u -UM ₂	89
Tabela A 23 - Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λs -UM ₁	90
Tabela A 24 - Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λs -UM ₂	90
Tabela A 25 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₁	90
Tabela A 26 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₂	90
Tabela A 27 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₁	90
Tabela A 28 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₂	90
Tabela A 29 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u -UM ₁	91
Tabela A 30 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u -UM ₂	91
Tabela A 31 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u -UM ₂	91
Tabela A 32 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u -UM ₂	91
Tabela A 33 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₁	92
Tabela A 34 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₂	92
Tabela A 35 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₁	92
Tabela A 36 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s)$ -UM ₂	92
Tabela A 37 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₁	92
Tabela A 38 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₂	92
Tabela A 39 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₁	92
Tabela A 40 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu)$ -UM ₂	93
Tabela A 41 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u -UM ₁	93
Tabela A 42 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u -UM ₂	93
Tabela A 43 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u -UM ₁	93
Tabela A 44 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u -UM ₂	93

1 INTRODUÇÃO

A problemática de dimensionamento de equipes de manutenção é um tema que possui uma literatura bem consolidada com vários tipos de aplicações com características particulares de diversos tipos de sistemas.

No âmbito de teoria das filas, existem várias abordagens utilizadas para a determinação da melhor quantidade de servidores, sejam máquinas, atendentes, caixas, médicos, ou técnicos de manutenção, onde a espera por atendimento deve ser minimizada devido ao alto volume de capital envolvido, as perdas associadas por um mau dimensionamento, altos investimentos e por motivos estratégicos.

Os modelos de decisão para dimensionamento de equipes de manutenção propostos neste trabalho estão contextualizados com uma área bem consolidada da pesquisa operacional, a teoria das filas, onde os clientes são representados pelas máquinas que sofreram falhas e estão solicitando o serviço de reparo, e os servidores são os técnicos que compõem as equipes de manutenção. O modelo está inserido na área de gestão da manutenção, buscando maximizar a disponibilidade de sistemas, que será tratado por uma análise econômica levando em consideração o custo de perda de produção na ocorrência de indisponibilidade do sistema e o custo do serviço. Foi proposto um modelo de decisão através da teoria da decisão incorporando o uso do conhecimento a priori do especialista, permitindo um processo de tomada de decisão sob condições de incerteza, tanto na taxa de falhas do sistema quanto na taxa de reparo da equipe de manutenção.

O dimensionamento de equipes de manutenção objetiva determinar a quantidade ótima de técnicos das equipes de manutenção, visando à minimização de custos totais que agregam os custos de espera e os custos de serviço.

1.1 Objetivos do Trabalho

1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho busca analisar a problemática de dimensionamento de equipes no contexto do planejamento da manutenção, quando se necessita determinar o número de pessoas necessárias para se manter certa quantidade de equipamentos.

O trabalho apresenta uma modelagem e aplicação através do campo de pesquisa operacional clássica no ramo da teoria das filas voltado para a área de gestão da manutenção e

propõe um modelo utilizando conceitos da teoria da decisão incorporando o uso do conhecimento a priori.

1.1.2 Objetivos Específicos

Especificamente, deseja-se apresentar modelos de decisão para auxiliar a determinar a quantidade de técnicos de uma equipe necessários para manter um conjunto de equipamentos, de modo a se ter o menor custo global, analisando os seguintes aspectos:

- Tempo de espera e atendimento dos equipamentos para o serviço de reparo;
- Número de equipamentos na fila e em atendimento que solicitam reparo;
- Custos associados a indisponibilidade dos equipamentos;
- Custos da estrutura de técnicos.

Os modelos a serem apresentados exploram a estrutura axiomática da teoria das filas permitindo que se obtenham medidas de desempenho do sistema analiticamente para uma posterior avaliação das alternativas pelo decisor. Um dos modelos apresentados explora conceitos da teoria da decisão, através do uso do conhecimento a priori sob parâmetros da confiabilidade e da manutenibilidade do sistema.

Apresentam-se como objetivos específicos:

- Modelos de decisão para dimensionamento de equipes de manutenção;
- Aplicar e analisar os modelos discutidos.

1.2 Estrutura da Dissertação

Neste tópico pretende-se dar uma visão global da dissertação tanto para situar o leitor da estrutura da dissertação quanto para motivá-lo e obter um melhor entendimento do trabalho.

Neste capítulo realiza-se uma breve introdução do tema contextualizando os principais conceitos relacionados, seguido da determinação dos objetivos gerais e específicos para visualização do que se pretende obter.

O capítulo 2 é responsável pela apresentação dos conceitos que são necessários para entendimento dos principais elementos na solução do problema abordado, contendo como ingredientes a confiabilidade, a manutenibilidade, a teoria das filas e uma revisão bibliográfica, compondo as informações essenciais para formar uma base de compreensão geral do assunto.

No capítulo 3 serão exibidos os modelos de decisão para dimensionamento de equipes de manutenção, através de sua formulação, estabelecimento de hipóteses e estruturação.

A aplicação numérica dos modelos é mostrada no capítulo 4 em uma instalação industrial, onde o desempenho do modelo pode ser avaliado numericamente e seus resultados podem ser interpretados através dos valores dos indicadores do sistema de filas. Uma análise econômica para a quantidade de técnicos é apreciada seguida de uma análise de sensibilidade dos parâmetros envolvidos na decisão, para verificação do percentual de variação que é permitido para a solução ótima atingida.

No capítulo 5 é realizada a conclusão da dissertação, levantando os principais pontos do trabalho e em seguida são propostas algumas sugestões para trabalhos futuros, consistindo de uma discussão de futuras direções de pesquisa.

2 BASE CONCEITUAL

Serão apresentados neste capítulo os conceitos necessários para desenvolvimento e entendimento da dissertação através de uma breve explanação dos assuntos relacionados ao problema de dimensionamento de equipes de manutenção.

Este capítulo está dividido em quatro tópicos, confiabilidade, manutenibilidade, teoria das filas e revisão bibliográfica. O conceito de confiabilidade se faz essencial, pois deseja-se dimensionar o tamanho de equipes de manutenção que atuarão sobre equipamentos, estes por sua vez possuem comportamento de falhas que pode ser modelado através da função confiabilidade.

As equipes de manutenção realizam reparos em determinados tempos, chamados de tempos de reparo que podem ser modelado pela função manutenibilidade. Estes equipamentos poderão necessitar de reparo enquanto a equipe de manutenção estiver totalmente ocupada, provocando filas de espera, estas filas podem ser analisadas pela teoria das filas clássica. A revisão bibliográfica busca analisar o estado da arte do assunto, para prover uma discussão de onde se situa o presente trabalho.

Nos tópicos que seguem será apresentado apenas um resumo dos principais conceitos relacionados à solução do problema abordado, em virtude de já existir uma consolidada literatura sobre tais assuntos.

2.1 Confiabilidade

De acordo com Barlow & Proschan (1965). A engenharia de confiabilidade está conceitualmente baseada com a probabilidade de um item sobreviver em um intervalo determinado (tempo, ciclos, distância, etc.), isto é, que não exista falha no intervalo (0 a x). Esta é a confiabilidade, e ela é determinada pela função de confiabilidade $R(x)$. Por definição, temos que:

$$R(x) = 1 - F(x) = \int_x^{\infty} f(x)dx = 1 - \int_{-\infty}^x f(x)dx \quad (2.1)$$

A função falha ou taxa de falha $h(x)$ é a probabilidade condicional de falha no intervalo x a $(x + dx)$, dado que não houve falha durante x .

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)} = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (2.2)$$

A função falha acumulada $H(x)$ é dada por

$$H(x) = \int_{-\infty}^x h(x)dx = \int_{-\infty}^x \frac{f(x)}{1-F(x)} dx \quad (2.3)$$

2.1.1 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial descreve a situação em que a taxa de falhas é constante. A distribuição exponencial é uma distribuição contínua que pode analisar a variável tempo entre falhas, caso deseje-se trabalhar com a variável número de falhas, pode-se utilizar a distribuição discreta de Poisson. Um processo de Poisson também gera uma taxa de falhas constante. A função densidade de probabilidade é

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \exp(-ax) & (\text{para } x \geq 0) \\ 0 & (\text{para } x < 0) \end{cases} \quad (2.4)$$

Esta é uma importante distribuição no campo da confiabilidade. A taxa de falhas é freqüentemente uma função do tempo, denota-se a variável independente por t ao invés de x . A taxa de falhas constante é denotada por λ . O tempo médio de vida, ou o tempo médio até falhar (*MTTF*), é $1/\lambda$. A função densidade de probabilidade é então escrita como

$$f(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \quad (2.5)$$

A probabilidade de não ocorrer falhas antes do tempo t é obtida pela integração da equação 2.5 entre 0 e t e subtraindo de 1:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \exp(-\lambda \cdot t) \quad (2.6)$$

$R(t)$ é a função confiabilidade (ou probabilidade de sobrevivência).

Para itens reparáveis, λ é a taxa de falha, e $1/\lambda$ é chamado de tempo médio entre falhas (*MTBF*). Se os tempos de falha são exponencialmente distribuídos, a probabilidade de x falhas é Poisson-distribuído.

2.1.2 Distribuição Weibull

A distribuição Weibull tem a grande vantagem no campo da confiabilidade, que através da variação dos seus parâmetros podem ser ajustadas em muitas distribuições. A função densidade de probabilidade é

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta^\beta} t^{\beta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] & (\text{para } x \geq 0) \\ 0 & (\text{para } x < 0) \end{cases} \quad (2.7)$$

A função confiabilidade correspondente é

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (2.8)$$

A taxa de falha é

$$h(t) = \frac{\beta}{\eta^\beta} \cdot t^{\beta-1} \quad (2.9)$$

β é o parâmetro de forma e η é o parâmetro de escala.

Quando $\beta = 1$, a função confiabilidade exponencial (taxa de falha constante) resulta com

$$\eta = \text{vida média} (1 / \lambda)$$

Quando $\beta < 1$, nós obtemos a função taxa de falhas decrescente.

Quando $\beta > 1$, nós obtemos a função taxa de falhas crescente.

Quando $\beta = 3.5$, a distribuição se aproxima com a distribuição normal. Deste modo a distribuição Weibull pode ser usada para modelar uma grande variedade distribuições.

2.2 Manutenibilidade

Neste tópico trata-se o conceito de manutenibilidade e em seguida ilustra-se as distribuições de probabilidade mais aplicadas.

A origem da manutenibilidade se deu dentro do contexto de projeto de equipamentos, tendo como objetivo buscar concepções de projeto que permitissem uma maior facilidade na realização da manutenção ou reparo (ALMEIDA 2001).

O tempo para reparo é representado por *TTR* (Time to Repair), donde vem a sigla *MTTR* (Mean Time to Repair), representando o tempo médio para reparo.

Intuitivamente pode-se definir manutenibilidade como um grau de facilidade de realizar a manutenção em um equipamento, porém sua definição formal é apresentada em um conceito probabilístico. A manutenibilidade de um item no tempo t , denotada por $M(t)$, é definida como a probabilidade de que um item será restaurado para sua condição original de funcionamento dentro do tempo T , quando procedimentos pré-estabelecidos são executados. Tem-se:

$$M(TTR) = \Pr \{T \leq TTR\} \quad (2.10)$$

Sendo T o tempo efetivo para realização do reparo.

Tratando-se de um conceito probabilístico, estudos estatísticos são aplicáveis à manutenibilidade.

A manutenibilidade é importante quando se considera sistemas reparáveis, pois surge a consideração de uma característica mais global de desempenho chamada disponibilidade. Esta característica representa um aspecto mais agregado e geral do desempenho do item. Um item estará mais provavelmente disponível se tiver uma boa confiabilidade (falhar pouco) e uma boa manutenibilidade (quando falhar seja reparado rapidamente). A disponibilidade $A(t)$ é definida como a probabilidade de que um item esteja disponível para uso no instante de tempo t . assim, a disponibilidade é uma função da confiabilidade e da manutenibilidade (ALMEIDA, 2001).

2.2.1 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial, já apresentada para confiabilidade também pode ser aplicada para modelar a distribuição dos tempos de reparo. Esta distribuição tem uma importância grande devido a simplicidade analítica que proporciona, podendo em alguns casos por aproximação substituir a lognormal.

Seja μ a taxa de atendimento, temos a função manutenibilidade é dada por:

$$M(t) = 1 - \exp(-\mu \cdot t) \quad (2.11)$$

A função densidade de probabilidade é dada por:

$$m(t) = \mu \cdot \exp(-\mu \cdot t) \quad (2.12)$$

O MTTR é então:

$$MTTR = E(t) = \int_0^{\infty} t \cdot m(t) dt = \frac{1}{\mu} \quad (2.13)$$

2.2.2 Distribuição Lognormal

Nesta distribuição tem-se os parâmetros μ, σ . Quando $\mu \gg \sigma$ a lognormal se aproxima de uma distribuição Normal.

Nesta distribuição, se t é definido de modo que $x = \ln(t)$, então x segue uma distribuição Normal com parâmetros μ, σ . Uma vez que $t = \exp(x)$, resultados da lognormal podem ser obtidos da distribuição Normal. Assim temos:

$$M(t) = \Pr \left[z \leq \frac{\ln(t) - \mu}{\sigma} \right] \quad (2.14)$$

z pode ser obtido na tabela da distribuição Normal.

2.2.3 Distribuição Gama

A função densidade relativa a distribuição Gama é dada pela expressão:

$$f(t) = \frac{t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta} \cdot \Gamma(\beta)} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\alpha}\right) \quad (2.15)$$

Para β inteiro, a distribuição Gama se torna a distribuição de Erlang. A Gama é frequentemente usada para representar o tempo requerido para completar o reparo de um equipamento.

2.3 Teoria das Filas

As filas estão presentes nas atividades da rotina básica nos dias atuais, espera-se numa fila para comprar um ingresso no cinema, para sacar dinheiro no banco, para pagar as compras feitas no supermercado, e outros. Supõe-se uma considerável quantidade de espera, provocando insatisfações com longas esperas.

Contudo, ter que esperar não é apenas um aborrecimento pessoal. A quantidade de tempo que a população de uma nação gasta por esperar em filas é o maior fator em ambos qualidade de vida e a eficiência da economia da nação. Por exemplo, antes da sua dissolução, a União Soviética teve grande atenção por longas filas que seus cidadãos freqüentemente tiveram que enfrentar apenas para comprar necessidades básicas. Foi estimado também, que americanos gastam 37.000.000.000 horas por ano esperando em filas. Se este tempo pudesse ser gasto produtivamente, isto daria uma mão-de-obra em torno de 20 milhões de pessoas por ano (HILLIER, 2003). É evidente que a busca de eliminação das esperas irá exigir um custo muito elevado na estrutura de serviço o que pode ser inviável, o ideal é procurar um balanço entre a minimização da espera e a minimização do custo de serviço.

Igualmente este cenário surpreendente não informa a estória completa do impacto que pode causar esperas excessivas. Grandes ineficiências também ocorrem por causa de outros tipos de espera do que pessoas esperando em linha. Por exemplo, máquinas esperando ser reparadas podem resultar em perda da produção.

Teoria das filas é o estudo de espera em diversos modelos. Modelos de fila são usados para representar os vários tipos de sistemas de filas (sistemas que envolvem filas de algum tipo) que surgem na prática. Fórmulas para cada modelo indicam como o correspondente sistema de filas deve desempenhar, incluindo a quantidade média de clientes na fila que irá ocorrer, sobre a variedade de circunstâncias. Por essa razão, estes modelos de fila são muito úteis para determinar como um sistema de filas deve operar na forma mais eficaz. Os modelos

são capazes de encontrar um balanço apropriado entre o custo do serviço e a quantidade de espera.

2.3.1 Elementos de um Modelo de Fila

2.3.1.1 Um Sistema de Fila Básico

A Figura 2.1 representa um típico sistema de fila. Clientes chegam individualmente para receber algum tipo de serviço. Se uma chegada não pode ser servida imediatamente, este cliente pode associar-se a uma fila para esperar atendimento, pode não estar disposto a esperar, ou esperar até um certo tempo limite e desistindo da fila após este tempo (A fila não inclui os clientes que estão atualmente sendo atendidos). Um ou mais servidores estão no mecanismo de serviço para fornecer serviço. Cada cliente é individualmente servido por um dos servidores e então é liberado.

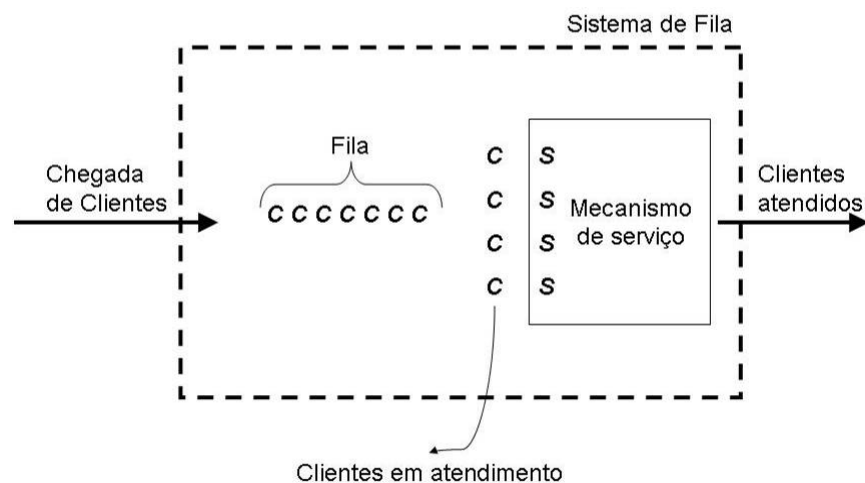


Figura 2.1 – Um Sistema de Fila Básico

Fonte: Hillier (2003)

Para alguns sistemas de filas, os clientes são pessoas. Entretanto, em outros casos, os clientes podem ser veículos (aviões esperando liberação para seguir vôo), máquinas (máquinas esperando ser reparadas), ou outros itens (tarefas esperando por operação de manufatura).

Um servidor comumente é uma pessoa individual. Entretanto, ao invés de uma ele pode ser uma equipe de pessoas trabalhando juntas para servir cada cliente. O servidor pode também ser uma máquina, um veículo, e outros.

Em muitos casos, a fila é apenas uma linha de espera ordenada. Entretanto, não é necessário que clientes fiquem em linha em frente da estrutura física que constitui a facilidade

de serviço. Eles podem estar sentados em uma sala de espera. Eles podem estar dispostos em uma área de espera para o servidor vir até eles.

Entretanto, deve-se mencionar que tipos mais complicados de sistemas de fila acontecem na prática. Por exemplo, um servidor pode servir um grupo de clientes simultaneamente. Clientes também podem chegar em grupo ou individualmente. Clientes impacientes podem sair do sistema antes de serem atendidos. O sistema de fila pode incluir múltiplas filas, uma para cada servidor, com clientes ocasionalmente trocando de filas. O sistema pode incluir múltiplas facilidades de serviço, onde alguns clientes precisam ir para mais que uma das facilidades de serviço para obter todo o serviço requerido. (este último tipo de sistema de fila é referido como uma rede de filas). Frequentemente simulação por computador é usada para analisar sistemas complexos de filas.

2.3.1.2 Chegadas

Os tempos entre chegadas consecutivas para um sistema de filas são os principais elementos para se tratar as chegadas dos clientes. Em sistema de filas é muito comum a presença de alta variabilidade dos tempos entre chegadas. Após uma análise dos dados deseja-se:

- Estimar o número médio de chegadas por unidade de tempo. Esta quantidade é normalmente referida como taxa média de chegada. (O símbolo para esta quantidade é λ , a letra grega lambda);
- Estimar a forma da distribuição de probabilidade dos tempos entre chegadas.

Muitos modelos de filas assumem que a forma da distribuição de probabilidade dos tempos entre chegadas é uma distribuição exponencial.

2.3.1.3 A Fila

A fila é onde clientes esperam antes de serem atendidos. Devido a distinção existente entre a contagem dos clientes, modelos de filas apresentam as duas formas com as seguintes terminologias: o número de clientes na fila, e o número de clientes no sistema.

A capacidade da fila é o número máximo de clientes que podem aguardar na fila. Uma fila infinita é quando para efeitos práticos, um ilimitado número de clientes pode esperar lá. Quando a capacidade é pequena o suficiente que é necessário levar em conta, então a fila é chamada fila finita. Durante os tempos em que a fila está cheia, qualquer chegada de clientes irá desistir imediatamente.

A não ser quando especificado, modelos de fila convencionalmente assumem que a fila é uma fila infinita.

A disciplina da fila refere-se à ordem nas quais os membros da fila são selecionados para começar o serviço. A mais comum é primeiro que chega, primeiro a ser atendido (*First In First Out – FIFO*). Entretanto, outras possibilidades incluem seleção aleatória, algum procedimento de prioridade, ou último que chega primeiro a ser atendido (esta última possibilidade ocorre, por exemplo, quando tarefas trazidas para uma máquina são empilhadas em cima das tarefas precedentes).

2.3.1.4 Serviço

Para um sistema básico de filas, cada cliente é servido individualmente por um dos servidores. Quando um cliente entra em serviço, o tempo decorrido do começo para o fim do serviço é referido como o tempo de atendimento. Tempos de atendimento geralmente variam de um cliente para outro. Entretanto, modelos básicos de filas assumem que o tempo de atendimento tem uma distribuição de probabilidade particular, independente de qual servidor está fornecendo o serviço. O símbolo usado para a média da distribuição do tempo de atendimento é:

$$\frac{1}{\mu} = \text{tempo médio de atendimento}$$

onde μ é a letra grega mi, que representa o número médio de serviços completados por unidade de tempo.

2.3.2 Alguns exemplos de sistemas de filas

Partindo da descrição de sistemas básicos de filas podemos perceber a abstração de tais sistemas que podem parecer ser aplicáveis a situações práticas especiais. Porém, sistemas de filas são surpreendentemente predominantes em uma grande variedade de contextos. Para visualizar tal aplicabilidade dos modelos de filas, vamos ilustrar neste tópico uma variedade de sistemas de filas reais.

Para exemplificar os sistemas de filas que acontecem na prática, vamos inicialmente agrupar de acordo com as seguintes categorias:

- Sistemas de serviço comercial;
- Sistemas de serviços internos;
- Sistemas de serviço de transporte;

Em seguida a Tabela 2.1, a Tabela 2.2, e a Tabela 2.3 apresenta uma lista de alguns exemplos para as categorias citadas.

Tabela 2.1 – Exemplos de Serviços Comerciais

Tipo de Sistema	Clientes	Servidores
Salão de Cabeleireiro	Pessoas	Cabeleireiros
Bilheteria de Cinema	Pessoas	Caixas
Posto de Combustível	Carros	Bombas
Call Center	Pessoas	Atendentes
Consultório Médico	Pessoas	Médicos
Oficina Mecânica	Donos de Carros	Mecânicos
Locadora de Vídeos	Pessoas	Vídeos

Tabela 2.2 – Exemplos de Sistemas de Serviços internos

Tipo de Sistema	Clientes	Servidores
Serviços de Secretária	Funcionários	Secretárias
Serviços de Cópia	Funcionários	Copiadoras
Máquinas semi-automáticas	Máquinas	Operadores
Sistema de Produção	Tarefas	Máquinas
Sistema de Manutenção	Máquinas	Equipe de Reparo

Tabela 2.3 – Exemplos de Estações de Serviços de Transporte

Tipo de Sistema	Clientes	Servidores
Serviço de Elevador	Pessoas	Elevador
Serviços Aéreos	Pessoas	Aviões
Estacionamento	Carros	Espaço para Estacionamento
Serviço de Ambulância	Pessoas	Ambulâncias

Existem muitos exemplos adicionais de sistemas de filas importantes que não se ajustam as categorias citadas. Por exemplo, máquinas de raios-x e leitos de hospital podem ser vistos como servidores no seu próprio sistema e filas. Além disso, nós temos todas nossas filas pessoais como livros pra ler, entre outros. Sistemas de filas realmente permeiam muitas áreas da sociedade.

2.3.3 Classificações para modelos de filas

Para identificar as características das filas geralmente utiliza-se a notação de Kendall, $v/w/x/y/z$, onde v indica o modelo de chegada, w denota o modelo de serviço, x significa o número de atendentes disponíveis, y representa a capacidade do sistema e z designa a disciplina da fila. Se y ou z não é especificado, ele é considerado como sendo ∞ ou FIFO, respectivamente.

Os símbolos que podem ser usados para as possíveis distribuições são:

- M = Distribuição exponencial (Markoviana);
- D = Distribuição degenerada (tempos constantes);
- E_k = Distribuição Erlang (parâmetro de forma = k).

Para a disciplina da fila temos:

- FIFO = Primeiro a entrar, primeiro a sair;
- LIFO = Último a entrar último a sair;
- SIRO = Atendimento aleatório;
- PRI = Ordem por prioridade;
- GD = Outra ordem.

2.3.4 Medidas de desempenho para sistemas de filas

Os gerentes responsáveis pelo controle de um sistema de filas geralmente estão preocupados com dois tipos de medidas, a primeira é em relação a quantidade de clientes na fila, e a segunda é em relação ao tempo de espera na fila.

Para o contexto da manutenção de equipamentos, deseja-se focar o desempenho de uma equipe de manutenção sobre a disponibilidade do sistema, que está diretamente associado a duas medidas de desempenho, a primeira medida está associada a informação de quantos clientes em média encontram-se no sistema (fila e atendimento), a segunda medida fornece a informação de quanto tempo cada um destes clientes permanece no sistema (fila e atendimento).

As duas medidas de desempenho são expressas comumente em termos de seus valores esperados. Para fazer isto, é necessário esclarecer se conta-se os clientes apenas enquanto estão na fila, ou enquanto estão na fila e em atendimento. Estas duas formas de definir os dois tipos de medidas fornece quatro medidas de desempenho. Estas medidas são denotadas por:

L = número médio de clientes no sistema, ou seja fila e atendimento (o símbolo L vem de *Line Length*);

L_q = número médio de clientes na fila;

W = tempo médio de espera no sistema (o símbolo W vem de *Waiting Time*), para um cliente individual;

W_q = tempo médio de espera na fila para um cliente individual.

Estas definições assumem que o sistema de filas está na condição de estacionariedade, que é, o sistema está em condição normal após operar algum tempo. A escolha de se focar no sistema inteiro ou apenas na fila vai depender da natureza do sistema de fila.

A única diferença entre W e W_q é que W inclui o tempo médio de atendimento e W_q não. Conseqüentemente, desde que $1/\mu$ é o símbolo para o tempo médio de atendimento temos:

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.16)$$

Talvez a fórmula mais importante em teoria das filas é a que fornece um relacionamento direto entre L e W . Esta fórmula é:

$$L = \lambda \cdot W \quad (2.17)$$

Esta é a chamada fórmula de Little, em homenagem ao eminente cientista da administração John D. C. Little, membro do MIT por um longo tempo. Quem forneceu a primeira prova rigorosa da fórmula em 1961.

λ é o número médio de chegadas por unidade de tempo.

A prova do professor Little que $L = \lambda W$ também se aplica para o relacionamento entre L_q e W_q . Conseqüentemente a outra versão da fórmula de Little é:

$$L_q = \lambda \cdot W_q \quad (2.18)$$

Combinando os relacionamentos dados temos um relacionamento direto entre L e L_q :

$$L = \lambda \cdot W = \lambda \cdot \left(W_q + \frac{1}{\mu} \right) = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.19)$$

2.3.5 Alguns modelos

Será apresentado alguns modelos de filas para uma visualização direta da aplicabilidade da teoria das filas.

2.3.5.1 Modelo com 1 Fila e 1 Servidor com População Infinita (M/M/1)

Defini-se fator de utilização como a fração média que o servidor está sendo utilizado servindo clientes, denotamos esta fração por ρ , onde

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.20)$$

Usando a classificação para modelos de filas apresentado na seção 2.3.3, o primeiro símbolo M no modelo $M/M/1$ identifica que a distribuição de probabilidade para tempos entre chegadas, o segundo M indica a distribuição de probabilidade dos tempos de atendimento e o terceiro símbolo “1” dá o número de servidores. Como o M é o símbolo usado para distribuição exponencial, o modelo $M/M/1$ faz as seguintes hipóteses.

Hipóteses

- Tempos entre chegadas têm uma distribuição exponencial com uma média $1/\lambda$.
- Tempos de atendimento têm uma distribuição exponencial com uma média $1/\mu$.
- O sistema de fila tem um servidor.

Uma razão chave é que este modelo tem a maioria dos resultados disponíveis rapidamente. Visto que as fórmulas são relativamente simples, apresentamo-las para todas as medidas de desempenho abaixo (todas estas medidas assumem que o sistema de fila satisfaz a condição de estacionariedade).

O número médio de clientes no sistema é:

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (2.21)$$

De acordo com a fórmula de Little ($L = \lambda W$) o tempo médio gasto no sistema é:

$$W = L \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (2.22)$$

Conseqüentemente, o tempo médio de espera na fila é:

$$W_q = W - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (2.23)$$

Aplicando a fórmula de Little novamente ($L_q = \lambda W_q$), o número médio de clientes na fila é :

$$L_q = \lambda \cdot W_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \quad (2.24)$$

Igualmente as fórmulas para as várias probabilidades são relativamente simples. A probabilidade de ter exatamente n clientes no sistema é:

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n, \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.25)$$

A probabilidade de que o tempo de espera no sistema exceda alguma quantidade de tempo t é:

$$P(W > t) = \exp(-\mu \cdot (1 - \rho) \cdot t) \quad \text{para } t > 0 \quad (2.26)$$

A probabilidade correspondente que o tempo na fila exceda t , é:

$$P(W_q > t) = \rho \cdot \exp(-\mu \cdot (1 - \rho) \cdot t) \quad \text{para } t > 0 \quad (2.27)$$

A probabilidade de não existir clientes no sistema quando uma chegada ocorre é:

$$P(W_q = 0) = P_0 = 1 - \rho \quad (2.28)$$

Todas estas fórmulas assumem que o servidor tem uma fator de utilização controlável, ou seja, $\rho < 1$. Quando $\rho > 1$ o sistema de filas não satisfaz a condição de estacionariedade.

2.3.5.2 Modelo com 1 Fila e s Servidores com População Infinita (M/M/s)

Muitos sistemas de filas têm mais que um servidor, tais sistemas são denominados de modelos de filas com múltiplos servidores. Agora trata-se de modelos em que será denotado por $M/M/s$ onde a diferença entre este e o modelo anterior está apenas na quantidade de servidores s .

O fator de utilização para tais sistemas é denotado pela seguinte fórmula:

$$\rho = \frac{\lambda}{s \cdot \mu} \quad (2.29)$$

Para modelos $M/M/s$ tem-se as seguintes hipóteses:

Hipóteses

- Tempos entre chegadas têm uma distribuição exponencial com uma média $1/\lambda$.
- Tempos de atendimento têm uma distribuição exponencial com uma média $1/\mu$.
- O sistema de fila tem s servidores.

A probabilidade de haver 0 clientes no sistema é:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^{s-1} \frac{\rho^j}{j!} + \frac{\rho^s}{(s-1)!(s-\rho)}} \quad (2.30)$$

A probabilidade de haver n clientes no sistema é:

$$\begin{aligned}
P_n &= \rho^n \cdot \frac{1}{n!} \cdot P_0 & \text{para } n < s; \\
P_n &= \rho^n \cdot \frac{1}{s! \cdot s^{n-s}} \cdot P_0 & \text{para } n \geq s.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

A probabilidade de que todos os servidores estejam ocupados:

$$P_{ocup} = P(n \geq s) = \frac{\rho^s}{(s-1)!(s-\rho)} \cdot P_0 \tag{2.32}$$

O número médio de clientes na fila:

$$L_q = \frac{\rho}{s-\rho} \cdot P_{ocup} \tag{2.33}$$

O tempo médio de espera na fila:

$$W_q = L_q \cdot \frac{1}{\lambda} \tag{2.34}$$

O número médio de clientes no sistema:

$$L = L_q + \rho \tag{2.35}$$

O tempo médio gasto no sistema:

$$W = L \cdot \frac{1}{\lambda} \tag{2.36}$$

2.3.6 Análise econômica do número de servidores

Como apresentado por Hillier (2003), depois de uma análise dos indicadores de desempenho, necessita-se de uma análise econômica dos custos associados ao sistema, onde encontra-se um *trade-off* entre o custo dos servidores e o tempo de espera. Em muitas organizações a consequência por deixar o cliente esperando pode ser representado pelo custo de espera, quando os clientes são internos a organização, a consequência da espera pode ser representada pela perda de produtividade, que resulta em lucro cessante. O gerente está interessado em minimizar o custo total, para este custo tem-se as seguintes parcelas:

CT = Custo médio total por unidade de tempo

CS = Custo médio do serviço por unidade de tempo

CE = Custo médio de espera por unidade de tempo

Então o objetivo é escolher o número de técnicos de manutenção cujo objetivo é Minimizar $CT = CS + CE$.

O custo de cada técnico é o mesmo e o custo do serviço é

$$CS = CS_u \cdot s \quad (2.37)$$

Onde

CS_u = Custo de um servidor por unidade de tempo

s = Número de técnicos de manutenção

Quando o custo de espera é proporcional para a quantidade de espera, este custo pode ser expressado como

$$CE = CE_u \cdot L \quad (2.38)$$

Onde

CE_u = Custo de espera por unidade de tempo para cada cliente no sistema de fila

L = Numero médio de clientes no sistema de fila.

Então após estimar as constantes CS_u e CE_u o objetivo é escolher o valor de s . Podemos visualizar a estrutura de custos associada ao número de servidores através da Figura 2.2.

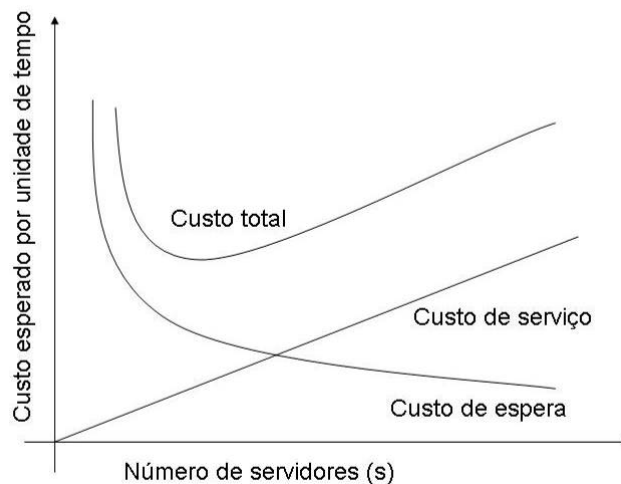


Figura 2.2 – Análise econômica dos servidores

Fonte: Adaptado de Hillier(2003)

2.4 Revisão Bibliográfica

O objetivo da revisão bibliográfica é a busca da determinação do “estado da arte” no ramo de teoria das filas aplicadas ao dimensionamento de equipes de manutenção, estruturada através de uma revisão histórica da evolução dos principais conceitos.

Diversos textos foram encontrados na literatura sobre assuntos relacionados ao tema do trabalho proposto, principalmente no contexto de teoria das filas clássica. Teoria das filas é

um campo bem consolidado. Estudos pioneiros em teoria das filas datam em torno de 1900. Esta teoria tem sido aplicada com sucesso a uma grande variedade de problemas.

Kendall (1951) apresenta uma revisão de alguns pontos em teoria das filas, investiga com apoio da teoria de *Feller* de eventos recorrentes as propriedades de ergodicidade da cadeia de markov e discute alguns comentários gerais sobre certos problemas em teoria das filas.

Para uma consulta das principais publicações no campo da teoria das filas Doig (1957) apresenta uma lista de mais de 400 artigos e classifica-os segundo dez grupos, depois segue uma subdivisão em teoria, resultados numéricos e aplicações práticas, artigos expositivos e descritivos. Crabil & Gross (1977) também apresentam uma listagem das principais referências categorizadas e organizadas em seis seções - modelos de desenho estático, modelos de controle dinâmico, modelos envolvendo controle da disciplina da fila, modelos mistos, teóricos, e livros que têm seções específicas voltada para o desenho e controle.

Saaty (1957) apresenta um resumo das principais fórmulas em teoria das filas com um servidor, com dois servidores em série, múltiplos servidores em paralelos e infinitos servidores, apresenta também uma lista de atividades em que a teoria das filas pode ser aplicada e como gerar informação necessária através do método de monte carlo. Hillier (1963) propõe modelos econômicos que minimizam o custo total, que é composto pelo custo de espera e pelo custo de serviço.

Savsar (1992) apresentou um modelo de simulação desenvolvido para determinar o tamanho ótimo da equipe para um dado sistema de manutenção. O modelo de simulação foi aplicado a uma fábrica com vinte e três máquinas para determinar a equipe de reparo ótima necessária para manter todos os equipamentos em condição operacional ao mínimo custo. O modelo é usado para avaliar medidas de desempenho do sistema sobre casos de homem de reparo com única habilidade e múltiplas habilidades.

Lin & Madu (1994) analisa a disponibilidade de um sistema de manufatura flexível e propõe um modelo de otimização baseado em teoria das filas, ele investiga dois modelos de manutenção em um sistema de manufatura flexível usando teoria das filas clássica para estudar as características da fração de utilização do sistema. Certo número de máquinas independentes e idênticas são requeridas estar em operação. A falha de um equipamento solicita a ativação de um *stand-by*, enquanto o “falho” vai para reparo. Um *stand-by* é necessário para executar um determinado nível de serviço, para estes tipos de sistemas

minimizar o custo de perda da produção, que inclui o custo de insatisfação do cliente, estes custos podem ser minimizados pela maximização da disponibilidade do sistema.

Taylor (1996) desenvolveu um modelo de programação linear para alocar equipes de trabalho para diferentes pedidos de trabalho priorizados. O modelo de programação linear leva em consideração diferentes áreas, também foi considerado o uso de horas-extras.

Zeng (1997) considerou um sistema flexível que consiste de uma única estação de trabalho, uma estação de reparo de diversos paralelos e idênticos servidores, e um estoque de diversos componentes *stand-by* servindo a estação de trabalho. Foi determinada a capacidade do estoque, o tamanho da equipe de reparo, e a taxa média de reparo tal que o custo total de operações é minimizado. Em particular foi assumido falha e reparo exponenciais, o sistema foi modelado como um processo de nascimento morte finito (uma fila $M/M/S/F$). Foi desenvolvido um algoritmo de otimização generalizado para obter as combinações ótimas das três variáveis.

Armero & Bayarri (1997) enfatizam a abordagem bayesiana permitindo o tratamento da incerteza em filas e redes de filas. Observam que análise inferencial de tais sistemas ainda é rara. Ele aborda a análise bayesiana e desenho de filas $M/M/s$, e acredita que é possível obter respostas simples para os problemas que tem apresentado dificuldades de análise através de uma perspectiva freqüentista e que existem um número de razões que fazem sistema de filas idealmente apropriados por análises bayesianas, abordam o princípio da máxima verossimilhança, probabilidades de interesse, restrições no espaço amostral do parâmetro, precisão dos estimadores, predição, análise transiente e desenho de sistema de filas.

Ntuen & Park (1999) observaram que sistemas mantidos por confiabilidade operam em três fases: operação normal, falha e reparo. Estas características demandam a disponibilidade do pessoal de manutenção que devem estar preparados para responder estes ciclos de falha-reparo. Entretanto a natureza estocástica dos sistemas mantidos por confiabilidade torna mais difícil planejar recursos de manutenção, em virtude da complexidade envolvida. Um modelo de simulação foi usado para estimar o nível requerido do tamanho da equipe de manutenção.

Butler & Huzurbazar (2000) mostram como técnicas de pontos de sela conduzem para aproximações com alta precisão para densidades preditivas bayesianas e funções de distribuição acumulativas em modelos estocásticos ajustam onde o conhecimento a priori é tratável, mas não necessariamente a verossimilhança ou a distribuição preditora. Foi considerado mais especificamente modelos envolvendo predições associadas com tempos de espera de processos semi-Markovianos, pelo qual as distribuições são indexadas por um

desconhecido parâmetro θ . Predição bayesiana para tais processos quando eles não são estacionários é também direcionado e a aproximação de ponto de sela é baseada na Gaussiana-inversa. Estes métodos ilustram vários preditores do tempo de espera associado com filas $M/M/S$ e $M/G/1$.

Li & Yang (2000) propuseram um dimensionamento dinâmico do número de servidores, em serviços integrados de banda larga, onde é possível renegociar a largura da banda de um canal virtual, ou seja, pode-se renegociar a taxa de atendimento de um servidor ou o número de servidores durante o curso de sessão de comunicação. O princípio básico desta flexibilidade é solicitar banda mais larga quando necessário e liberar largura da banda quando não usado. Foi estudado o comportamento do estado estacionário de um sistema de fila $M/M/s$ no qual o número de servidores varia entre um limite inferior e um limite superior. Novos servidores são solicitados quando existem clientes esperando na fila e servidores desocupados são liberados quando a fila tem ficado vazia por algum tempo. Técnicas analíticas de matriz foram usadas para derivar fórmulas para probabilidades do estado estacionário, e fórmulas para medidas padrão de desempenho. Também foi estudado o problema de otimização no qual a utilização do servidor é maximizada sujeita à restrição de desempenho que o tempo médio de espera na fila não exceda um valor pré-determinado. Foi comparada a utilização ótima com o clássico sistema de filas $M/M/s$ no qual o número de servidores é fixo. Foi observado que uma forma de resolver o conflito entre encontrar requisitos de desempenho limitados e alcançar alta utilização do servidor é ajustar o número de servidores dinamicamente sobre o tempo, que é preferível a possuir um número de servidores fixo todo o tempo. Quando mudanças frequentes no número de servidores em um sistema de filas são economicamente permissíveis, a utilização do servidor pode ser melhorada pelo ajuste do número de servidores de acordo com o grau de congestionamento no sistema ao tempo t . Um sistema de filas foi analisado onde servidores são solicitados e liberados baseado no número de clientes na fila. O conceito de solicitação e liberação de servidores dinamicamente pode ser empregado em outros contextos contanto que o custo de solicitação e liberação seja desprezivelmente pequeno comparado com o ganho obtido da melhoria da utilização do servidor.

Antoniol *et al* (2001) apresenta conceitos de teoria das filas aplicada a equipes de centros de manutenção de software, para tratar com uma categoria relevante de problemas: a alocação de pessoal, o gerenciamento de processos e a avaliação do nível de serviço de pesados projetos de manutenção em uma fábrica de software virtual.

Ainda discute sobre a teoria das filas no controle efetivo do processo que apóia decisões de gerenciamento de projeto. Apresenta uma ferramenta matemática para avaliar a alocação de vagas, avaliar o nível de serviço e balancear a carga de trabalho entre centros de manutenção enquanto executando o projeto.

Antoniol *et al* (2001) mostrou como simulação pode ser realizada para avaliar a probabilidade de satisfazer o prazo final do projeto desse modo dando para o gerenciamento uma visão ampla do status estimado do projeto atual com respeito ao planejamento do projeto. A probabilidade de sucesso pode ser usada para estabelecer um *trade-off* entre alocação/realocação de pessoal, riscos aceitados, espera do projeto e expectativas dos clientes.

Aksin & Harker (2003) propuseram uma análise de um sistema de *call center* com a presença de um recurso comum compartilhado através de múltiplos tipos de clientes, ou seja, estuda o problema de medida de capacidade para sistemas de serviços onde a capacidade é determinada por múltiplos tipos de recursos que são requeridos simultaneamente para fornecer serviço. O trabalho teve como objetivo determinar o número ótimo de servidores que maximizam o retorno sobre os custos de recrutamento associados. Foram propostas heurísticas para solução do problema. Foi feita uma análise comparativa de desempenho entre o método proposto e os métodos atuais que ignoram a função de um recurso compartilhado.

Ilustraram exemplos interessantes de recurso compartilhado como, garçons servindo diferentes mesas, enquanto a comida é preparada por uma cozinha comum. Em um hospital, pacientes de diferentes departamentos são tratados por doutores que compartilham serviços de transporte do hospital para mover pacientes. Em um porto, navios são carregados e descarregados por equipes que compartilham o uso de um guindaste. Em todos estes sistemas, a capacidade é determinada por mais que um recurso requerido para servir um cliente, restrito por recurso comum que é compartilhado por todos. Com o acréscimo de garçons, doutores, ou equipes a capacidade destes sistemas irá crescer, contudo a magnitude deste crescimento não pode ser estimada sem um entendimento de como o serviço é restrito pela capacidade do recurso compartilhado.

Formulam e resolvem um problema de medida de capacidade para estes tipos de sistemas, onde o objetivo é determinar o número ótimo de servidores enquanto levando em conta explicitamente a função dos outros recursos na determinação do desempenho do sistema. O modelo proposto foi apresentado da seguinte forma

$$\max_s \sum_{k=1}^K (v_k \lambda_k (1 - B_k(S, T))(1 - R_k(S, T)) - C^s(S_k))$$

$$s.a \quad S_k \leq T_k, \quad k = 1, \dots, K$$

$$S_k \text{ inteiro}, \quad k = 1, \dots, K$$

onde

$S = (S_1, \dots, S_K) \equiv$ vetor de alocação de servidor

$T = (T_1, \dots, T_K) \equiv$ vetor de alocação de buffer

$B_k(S, T) \equiv$ probabilidade de bloqueio para k tipos de clientes

$R_k(S, T) \equiv$ probabilidade de recusa para k tipos de clientes

$v_k \equiv$ rendimento gerado por k tipos de clientes

$C^s(S_k) \equiv$ custo associado por manter S_k agentes de especialização k por unidade de tempo

Inoie *et al* (2006) estudou problemas de controle de fluxo ótimo de sistemas de filas com múltiplos servidores ($M/M/s$). Devido a elevada flexibilidade da tomada de decisão, intuitivamente, foi esperado que agrupando juntos sistemas separados em um sistema forneça melhor desempenho que sistemas separados previamente. Foi mostrado um resultado contra-intuitivo contra o esperado como pode ser visto na Figura 2.3. Foi considerado um esquema de sistema de filas $M/M/s$ com controle de fluxo ótimo não-cooperativo onde cada um dos múltiplos jogadores tentam otimizar unilateralmente sua própria força onde a força de um jogador é o quociente do resultado dividido pelo tempo médio de resposta para o jogador. Foi apresentado um resultado contra-intuitivo onde a força de cada usuário degrada após agrupados juntos $K(>1)$ separados sistemas de filas $M/M/s$ em um único sistema $M/M/(K \times N)$.

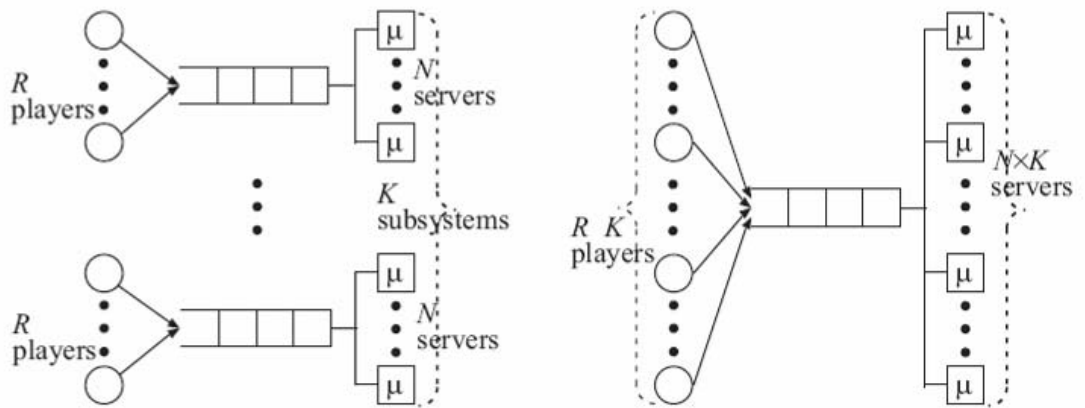


Figura 2.3 – Um sistema consistindo de K $M/M/S$ filas separadas versus uma fila $M/M/S \times K$

Fonte: Inoie (2006)

Inoie *et al* (2006) percebe um *trade-off* entre o rendimento e o tempo de resposta, pois estas duas medidas de desempenho são mutuamente contraditórias. Foi considerado um sistema onde múltiplos usuários (jogadores) compartilham um sistema de filas $M/M/s$ e onde a utilidade do jogador é a força. Foram discutidos dois tipos de esquemas de otimização: o esquema de otimização não-cooperativa e o esquema de otimização global. No esquema de otimização não-cooperativa, cada jogador tenta otimizar unilateralmente sua própria força dada as decisões dos outros. No esquema de otimização global, a única medida de desempenho que é o somatório total das forças de todos os jogadores é otimizada por um único agente. O primeiro é estimado como um jogo não-cooperativo, este é o chamado equilíbrio de Nash.

Esta dissertação pode ser classificada como uma pesquisa quantitativa e está situada em uma modelagem analítica baseada em teoria das filas. É proposta uma modelagem utilizando conceitos de teoria da decisão.

3 MODELOS DE DECISÃO PARA DIMENSIONAMENTO DE EQUIPES DE MANUTENÇÃO

Neste capítulo é abordado o problema de dimensionamento de equipes de manutenção através de um processo de análise quantitativa, que inicialmente constitui de uma formulação, que visa identificar características gerais e estabelecer um diagnóstico do sistema, situando quais são os fatores críticos, estabelecendo os seus elementos, variáveis controláveis, não controláveis, os objetivos que se desejam alcançar, e os limites da análise.

Ao final do capítulo são apresentados os modelos de decisão construídos para auxiliar o dimensionamento de equipes de manutenção, que se dividem em três categorias, modelo de decisão básico, com prioridades e com uso do conhecimento a priori.

3.1 Formulação do Problema

No dimensionamento de equipes busca-se uma abordagem que trate os indicadores do atendimento das necessidades de uma unidade de manutenção, ou seja, deseja-se determinar o tamanho ótimo da equipe necessário para proporcionar a disponibilidade do sistema desejada a um custo mínimo. Deve ser levado em consideração tanto o custo de contratação de técnicos quanto o custo estimado da consequência pela indisponibilidade do sistema, podendo ser representado pelo custo de perda de produção.

O sistema que está sendo considerado possui p unidades de manutenção, denotadas por UM_i , onde $i = 1, \dots, p$. Cada unidade de manutenção, é responsável pelo reparo de um grupo de equipamentos que possuem q_i tipos diferentes. Cada categoria de tipo de equipamento, denotada por Eq_{ij} , possui n_{ij} equipamentos, onde o índice i representa a unidade de manutenção que o tipo de equipamento está associado e j é o índice do tipo de equipamento, $j = 1, \dots, q_i$. Para melhor entendimento do sistema de manutenção ver Figura 3.1 que ilustra uma representação genérica do sistema de manutenção que está sendo analisado.

Cada unidade de manutenção possui uma equipe com s_i técnicos, estes serão responsáveis pelos equipamentos associados a sua unidade de manutenção. Os técnicos de cada unidade de manutenção possuem características similares no que diz respeito ao tempo de reparo dos equipamentos, porém podem possuir distribuições de probabilidade diferentes para cada unidade de manutenção.

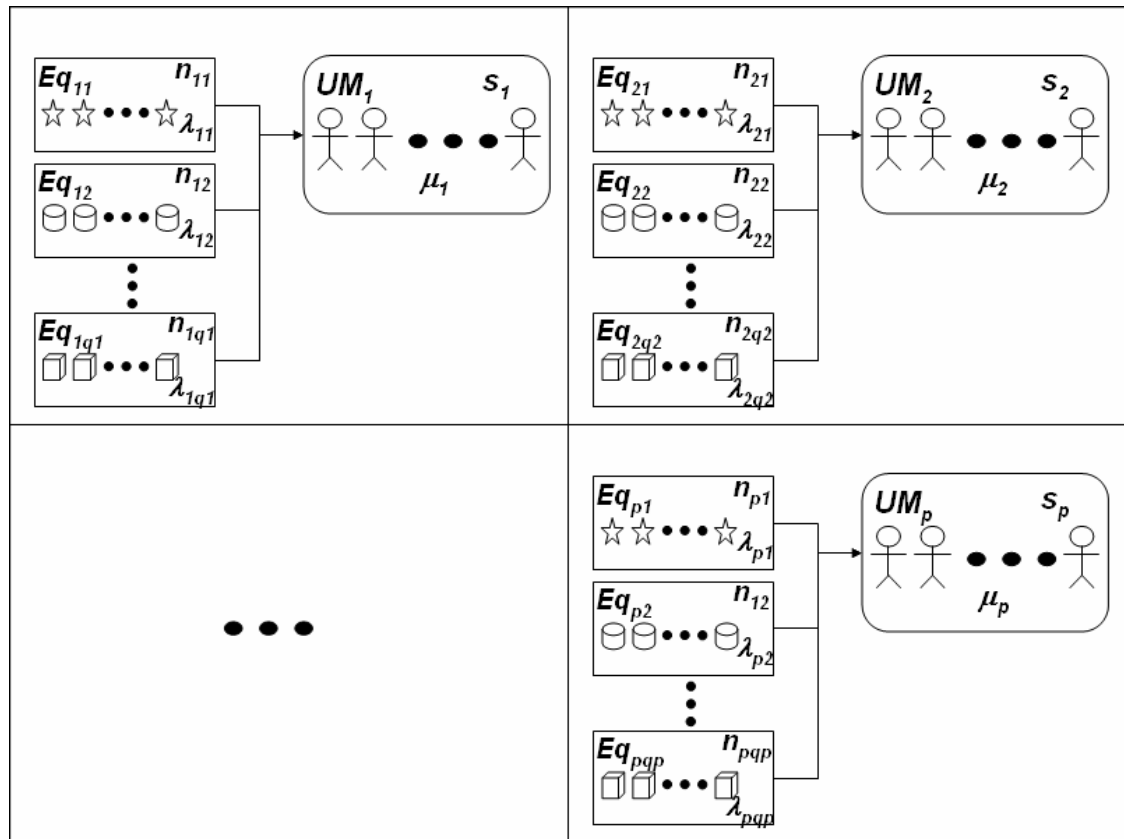


Figura 3.1 – Ilustração Genérica de um Sistema de Manutenção

Fonte: O Autor

Dentre as variáveis que o responsável pelo controle da unidade manutenção poderá intervir, ou seja, dentre as variáveis controláveis podemos citar o nível de treinamento da equipe, que pode causar grande impacto na eficiência dos técnicos que será indicado pelo tempo para reparo dos equipamentos.

A questão tecnológica dos equipamentos é sem dúvida outra variável controlável muito importante, pois geralmente a confiabilidade e a manutenibilidade tem uma grande relação com a tecnologia do equipamento. De uma maneira geral podemos perceber a existência de uma combinação de confiabilidade, manutenibilidade e custo de acordo com o nível tecnológico dos equipamentos, influenciando diretamente nas medidas de desempenho do sistema, podendo ser mais interessante em determinadas situações comprar equipamentos com alta tecnologia do que contratar pessoal de manutenção. Dependendo do horizonte de tempo que esteja sendo considerado, devido que o equipamento pode ser mais caro, entretanto pode possuir menor taxa de falha, e características de projeto melhoradas que podem incrementar a manutenibilidade. Além do que um equipamento com uma tecnologia mais moderna poderá prover um aumento da capacidade de produção, que pode compensar uma eventual perda de

produção caso este equipamento venha a falhar, caberá ao responsável julgar o seu sistema de produção, identificar as alternativas quanto ao aspecto tecnológico dos equipamentos e selecionar aquela que lhe proporcionar maior vantagem. Embora o nível tecnológico seja uma variável controlável, como nível de treinamento, elas serão tratadas indiretamente, através das características de confiabilidade e manutenibilidade do sistema que por sua vez serão representados por variáveis não controladas λ para a taxa de falhas e μ para a taxa de reparo. Não será objetivo deste trabalho analisar qual a questão tecnológica, ou nível de treinamento ideal para o sistema, nem qual a taxa de falhas ou taxa de atendimento ideal, porém podem se criar cenários caracterizando determinados parâmetros e fazer uma análise detalhada de cada situação particular e compará-las.

O comportamento das falhas dos equipamentos é de natureza probabilística, assim como os tempos de reparo, necessitando de distribuições de probabilidade específicas para modelar essas variáveis aleatórias.

A quantidade de técnicos de manutenção (denotada por s) representa a única variável de decisão, de grande importância, pois quanto mais técnicos de manutenção uma unidade tiver, o serviço de manutenção tende a ser executado com melhor desempenho, entretanto sua quantidade excessiva proporcionará custos exorbitantes que não resultarão em ganhos de desempenho. A quantidade de técnicos tem limites físicos, existindo certa quantidade onde a partir dela já não se consegue ganhos significativos com a disponibilidade do sistema, cabendo ao responsável apenas interferir na tecnologia dos equipamentos ou no treinamento da equipe. O número de técnicos que irá compor as equipes de manutenção retrata o conjunto das alternativas dos modelos de decisão, esta quantidade tem como consequências o custo de serviço, que é obtido pelo produto entre o custo unitário do serviço e a quantidade de técnicos, e o custo de espera dos equipamentos, constituindo a indisponibilidade do sistema, que irá incorporar a perda de produção.

O custo total do sistema (denotado por CT) é a variável de grande interesse do problema, pois treinamento, tecnologia, e equipe custam dinheiro, e minimizar esta variável com certeza é o principal objetivo, esta variável está representando duas parcelas de custo, o custo de espera (denotado por CE) e o custo de serviço (denotado por CS). Sabe-se que quando minimiza-se o custo de serviço aumenta-se o custo de espera e vice-versa, pois os objetivos são conflitantes, logo o custo total é responsável por fazer uma agregação dessas duas parcelas de custos para prover uma solução ótima.

3.2 Características Gerais dos Modelos de Decisão

Neste tópico iremos ilustrar as características em comum dos modelos de decisão básico, com prioridades, e com uso do conhecimento a priori.

A teoria das filas, no dimensionamento de equipes de manutenção, permitirá ao decisor analisar o problema através de uma estrutura matemática sólida e clara capaz de incorporar a questão probabilística presente na confiabilidade dos equipamentos, e na manutenibilidade dos servidores, fornecendo indicadores de desempenho do sistema que irão subsidiar uma posterior tomada de decisão.

O sistema de manutenção possui diversas filas, uma para cada unidade de manutenção, onde os clientes são os equipamentos que sofreram alguma falha, os servidores são os técnicos que irão prestar o serviço de reparo nos equipamentos, que eventualmente poderão formar uma fila virtual a espera de atendimento.

Os indicadores que serão obtidos são os fatores de utilização dos técnicos (ρ), a probabilidade de encontrar n clientes no sistema (P_n), a probabilidade de que todos os servidores estejam ocupados (P_{ocup}), o número médio de equipamentos na fila (L_q) e no sistema (L), o tempo médio gasto pelos equipamentos na fila (W_q) e no sistema (W). Através de uma análise econômica desses indicadores obteremos o custo de serviço (CS) e o custo de espera (CE) que somados irão compor o custo total do sistema (CT), estas variáveis podem ser visualizadas com mais detalhes na base conceitual.

A confiabilidade dos equipamentos está sendo modelada por uma distribuição exponencial, onde a constante λ representa a taxa de falhas dos equipamentos, que poderá ter diferentes valores para cada tipo de equipamento. A justificativa de se usar a distribuição exponencial se dá no simples fato de que como estamos voltados para atividades de manutenção corretiva, baseando-se no formato da curva da banheira apresentada na Figura 3.2, estamos interessados no período em que a taxa de falhas é constante, pois não faz sentido analisarmos o período em que a taxa de falhas seja decrescente, pois geralmente esta fase será coberta pela garantia, e a fase em que a taxa de falhas é crescente será tratado por atividades de manutenção preventiva, logo considera-se o período em que os equipamentos estão sob condições normais, onde sua taxa de falhas permaneça constante.

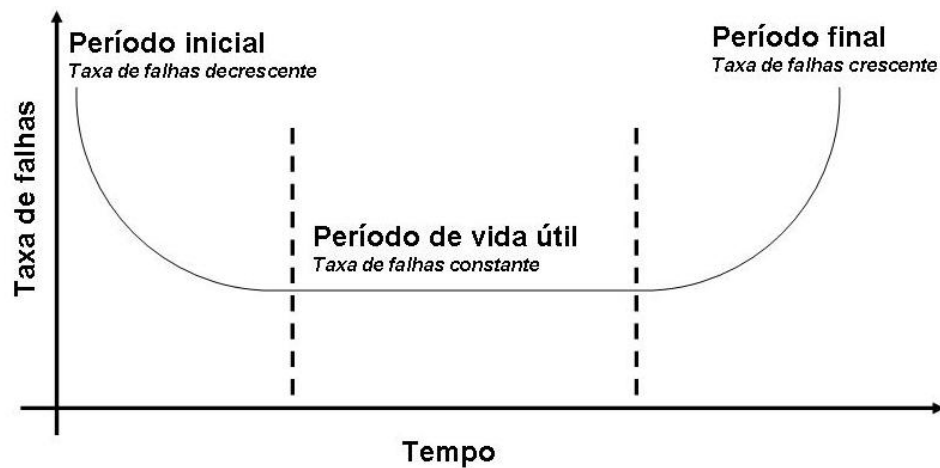


Figura 3.2 – Curva da Banheira

Fonte: O Autor

As características de propensão à falhas são diferentes para cada tipo de equipamento, entretanto são semelhantes entre os equipamentos do mesmo tipo. Será assumido que os equipamentos são reparáveis, e que os tempos entre falhas dos equipamentos são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição exponencial, ou seja, cada tipo de equipamento terá uma taxa de falhas constante associada, denotada por λ_{ij} .

A distribuição exponencial além de estar modelando a confiabilidade dos equipamentos também está representando intrinsecamente o processo de chegadas de equipamentos na unidade de manutenção, uma vez que as falhas dos equipamentos estão representando os clientes do sistema de fila, logo o termo taxa de falhas pode ser considerado como o mesmo significado da taxa de chegadas.

A manutenibilidade das equipes de manutenção de uma forma geral como apresentada no capítulo 2 se adequa a distribuições como lognormal e gama, sendo o caso exponencial o ideal do ponto de vista de eficiência, pois a maior concentração da probabilidade se dá antes da média, cerca de 63%, este percentual diminui quando os dados se adequam a outras distribuições de probabilidade que possuem a mesma média, como pode-se ver na Figura 3.3 ao comparar-se uma distribuição gama com uma exponencial com mesma média, verifica-se que para os parâmetros estabelecidos existe uma concentração de 59% de probabilidade antes da média para a distribuição gama.

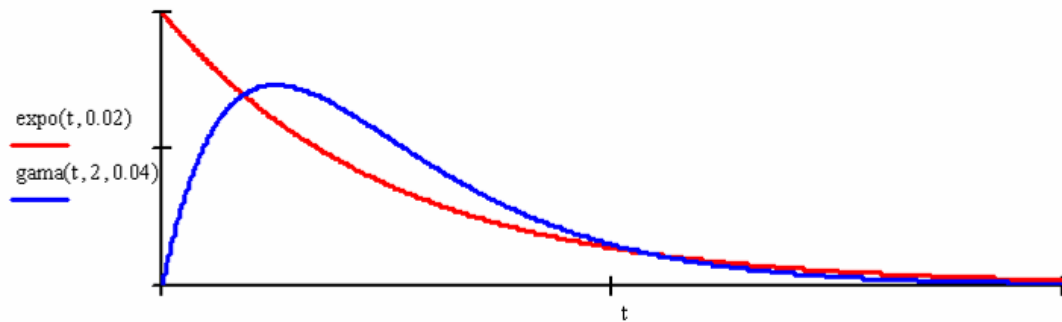


Figura 3.3 – Funções densidades de probabilidade exponencial e gama

Fonte: O Autor

Seria mais apropriado utilizar distribuições com formatos semelhantes ao das distribuições lognormal e gama, por geralmente se ajustarem mais a situações práticas, até por que a distribuição exponencial é um caso particular da gama.

É importante observar em teoria das filas o uso da distribuição erlang, um caso particular da distribuição gama, porém não foi encontrada na literatura a solução analítica de sistemas de filas que possuem tempo de atendimento segundo esta distribuição, inviabilizando sua utilização, acredita-se que a sua complexidade inserida no modelo não produz resultados vantajosos. Os tempos de reparo também serão modelados por uma distribuição exponencial, onde a constante μ representa a taxa de reparo dos técnicos, que poderá ter diferentes valores para cada unidade de manutenção. No contexto de teoria das filas, esta distribuição também está representando o processo de atendimento dos servidores do sistema de fila, logo os termos taxa de reparo e taxa de atendimento têm o mesmo sentido.

A vantagem de usar a distribuição exponencial para modelar a confiabilidade e a manutenibilidade, se dá no fato de que ela possui apenas um parâmetro o que facilita sua manipulação. A exponencial possui uma característica de maior concentração da distribuição dos dados antes da média, e uma menor concentração para tempos depois da média, o que se verifica muito na prática. Além de possuir uma propriedade de perda de memória que admite que a probabilidade do equipamento falhar dado que ele não falhou até o presente momento não se alterar pelo fato de que ele não falhou até o exato momento. Apesar de em muitas situações práticas a distribuição exponencial não ser a mais recomendada para a manutenibilidade, pode se proceder em tal análise e num momento final elaborar cenários para taxa de reparos pessimistas e verificar os resultados, ou pode se também verificar a sensibilidade de tais parâmetros.

Cada unidade de manutenção possui uma equipe de manutenção com s_i técnicos, e que os tempos de reparo dos técnicos sobre os equipamentos são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição exponencial, onde cada técnico possui uma taxa de reparo constante associada, denotada por μ_i .

O objetivo deste problema é determinar a quantidade de técnicos de manutenção necessária para atender os indicadores de desempenho de forma satisfatória e analisando a sua estrutura de custos associada. Em geral o planejamento de equipe constitui o nível pelo qual captura os *trade-offs* entre desempenho de serviço e lucro.

Os tempos gastos em cada etapa precisam ser estimados, e para realizar tal estimação o sistema necessita ser analisado por um estudo de tempos, através de uma coleta de dados de uma amostra representativa de todas as fases. A partir da coleta de dados será possível estimar a taxa de falhas dos equipamentos e o tempo de reparo que os técnicos levarão para consertá-los, caso a análise de dados não seja possível recomenda-se utilizar o modelo de decisão com uso do conhecimento a priori que permitirá a viabilização da utilização do modelo de filas.

Para desenvolvimento de um modelo de filas adequado, será necessária a definição das características do modelo que identificam a fila, ou seja, a população de clientes, número de servidores, disciplina da fila e distribuição dos serviços.

A população de clientes é caracterizada pelos elementos que necessitam dos serviços. No caso deste problema em estudo, os clientes foram representados pelos equipamentos que requerem serviços de manutenção, esta população pode ser modelada de forma adequada se considerada como infinita em determinadas situações, quando a quantidade de falhas de todos os equipamentos é relativamente grande.

O número de servidores será representado pela quantidade de técnicos por unidade de manutenção, a determinação desta quantidade é o principal objetivo deste trabalho.

O sistema pode ser representado por p modelos de 1 fila e s servidores, com população infinita, pela notação de *Kendall* pode-se dizer que o modelo de decisão básico consiste de um sistema de fila é do tipo $M/M/s$.

Apresenta-se algumas considerações sobre as hipóteses formuladas em relação aos elementos do problema de decisão em estudo.

As hipóteses do modelo seguem abaixo:

- A chegada de equipamentos para cada unidade de manutenção i segue um processo independente de Poisson;

- Existem p unidades fixas de manutenção e conhecidas e existem q_i tipos de equipamentos para cada unidade também conhecidos.

Para se obter a distribuição da taxa de chegadas do sistema, tem-se:

- Sejam T_1, T_2, \dots, T_n variáveis aleatórias independentes com distribuições exponenciais de parâmetros $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.
- Seja U uma variável aleatória onde:
 - $U = \min\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$
 - Se T_i representa o instante em que ocorre um destes eventos, então U representa o instante em que o primeiro dos n eventos ocorre.

$$\begin{aligned}
 P[U > t] &= P[T_1 > t, T_2 > t, \dots, T_n > t] \\
 &= P[T_1 > t]P[T_2 > t] \dots P[T_n > t] \\
 &= e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} \\
 &= e^{-\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)t}
 \end{aligned}$$

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (3.1)$$

- A taxa de chegada do equipamento do tipo j a unidade de manutenção i é denotada por λ_{ij} , $i = 1, \dots, p$, $j = 1, \dots, q_i$. A taxa total de chegadas dos equipamentos para uma determinada unidade de manutenção é dada por

$$\lambda_{s_j} = \sum_{i=1}^n \lambda_{ij}, \quad j = 1, \dots, q_i \quad (3.2)$$

- O número de servidores para cada unidade de manutenção é denotado por s_i , uma variável de decisão;
- O processo de chegadas dos equipamentos j a unidade de manutenção i é modelado por uma fila $M/M/s$, onde M indica chegadas Poisson com taxa λ_{s_j} , o tempo de atendimento é também modelado por uma exponencial com a taxa μ_j ;
- Um serviço homogêneo é fornecido para todos os tipos de equipamentos de uma mesma unidade de manutenção. Cada chegada de equipamento é reparada por um único técnico com tempo de atendimento médio $(1/\mu)$.
- Os equipamentos são reparáveis;
- O tempo de deslocamento está incorporado na taxa de reparo;
- Um sistema de manutenção está esquematizado na Figura 3.1, representando p filas $M/M/s$.

Com o intuito de determinar a quantidade de técnicos de manutenção necessários para suprir a necessidade de cada unidade de manutenção, necessita-se fazer uma análise dos indicadores de desempenho relacionado ao sistema de fila em questão, como nosso sistema será modelado por um sistema de fila $M/M/s$ utiliza-se os indicadores de desempenho associados.

É importante destacar as hipóteses feitas na tentativa de representar sistemas de filas reais através do modelo proposto, que de certa forma representam algumas limitações. Assume-se como hipótese que as falhas dos equipamentos são independentes, ou seja, a falha de um equipamento não interfere na falha de outros equipamentos. Cada técnico de manutenção só pode reparar individualmente um equipamento, caso se tenha um técnico ocioso este não poderá ajudar outro técnico que estiver no reparo de um equipamento, embora este tipo de situação possa acontecer na prática isso não será levado em consideração pelo modelo. O tempo de deslocamento dos técnicos está diretamente introduzido na taxa de atendimento. É importante destacar que o problema trata apenas de equipes de manutenção corretiva.

Nos tópicos seguintes apresenta-se as características particulares de cada modelo de decisão. Os modelos de decisão de uma forma geral têm o mesmo objetivo, porém possuem campos de aplicações diferentes, o uso do modelo de decisão básico é recomendado quando os valores das taxa de falhas e taxa de reparo são conhecidos e a disciplina da fila é primeiro a chegar, primeiro a ser atendido. O modelo de decisão com prioridades é recomendado quando os valores das taxas de falhas e taxa de reparo são conhecidos e existe diferença significativa entre os custos de espera unitários para os tipos de equipamentos, justificando o estabelecimento de prioridades. O modelo de decisão com uso do conhecimento a priori é recomendado quando existe incerteza sobre a taxa de falhas do sistema ou sobre a taxa de reparo das equipes de manutenção. Dependendo das características de cada unidade de manutenção estes modelos podem ser usados simultaneamente para o mesmo sistema de manutenção.

3.3 Modelo de Decisão Básico

No modelo de decisão básico a disciplina da fila é por ordem de chegada, ou seja, o equipamento que falhar primeiro será reparado primeiro.

O modelo de decisão básico consiste de uma análise econômica para o modelo $M/M/s$. O cálculo do número esperado de equipamentos no sistema de manutenção é:

$$L(s, \lambda, \mu) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot (\lambda \cdot \mu)}{(s-1)! \cdot (s \cdot \mu - \lambda)^2} \cdot \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{s!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot \left(\frac{s \cdot \mu}{s \cdot \mu - \lambda}\right)} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \quad (3.3)$$

O custo total é obtido a partir da seguinte equação:

$$CT = CE + CS \quad (3.4)$$

O custo de espera é estimado pela seguinte fórmula:

$$CE = CE_u \cdot L(s, \lambda, \mu) \quad (3.5)$$

A parcela do custo de serviço consiste da seguinte equação

$$CS = CS_u \cdot s \quad (3.6)$$

Então o problema pode ser formulado em termos de programação matemática, como um problema de programação inteira não linear, como segue:

$$\begin{aligned} \underset{s}{Min} \quad & CT = CE_u \cdot L(s, \lambda, \mu) + CS_u \cdot s \\ s.a \quad & s \text{ é inteiro} \\ & \frac{\lambda}{s \cdot \mu} < 1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.3.1 Estrutura do modelo de decisão básico

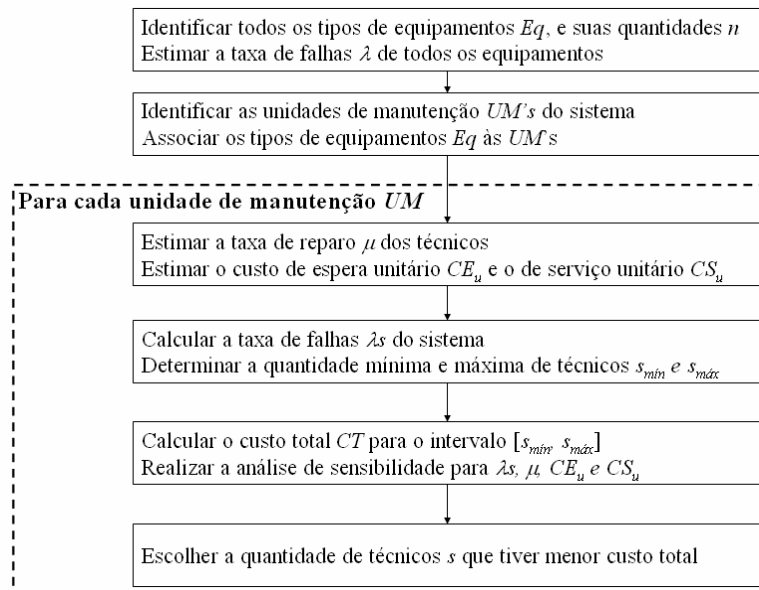


Figura 3.4 – Diagrama esquemático do modelo de decisão básico

Fonte: O Autor

A estrutura do modelo de decisão básico está esquematizada na Figura 3.4, onde o primeiro passo é desenhar o sistema de manutenção, identificando todos os tipos de equipamentos Eq , suas respectivas quantidades n e taxa de falhas λ , estimar tal taxa consiste em a partir de dados coletados de uma amostra significativa dos equipamentos estimar o tempo médio entre falhas para cada tipo de equipamento, esta estimativa também pode ser obtida a partir de um especialista ou do próprio fabricante.

A etapa seguinte consiste em identificar as unidades de manutenção $UM's$ do sistema e estabelecer uma associação entre os tipos de equipamentos Eq e as unidades de manutenção $UM's$, tal associação estará constituindo quais equipamentos serão mantidos por quais unidades de manutenção, vale ressaltar o caráter mutuamente exclusivo destas associações, ou seja, cada grupo de equipamentos será mantido por apenas uma unidade de manutenção.

A partir deste momento buscará determinar a quantidade ótima de técnicos s^* , para cada unidade de manutenção, então as etapas seguintes deverão ser repetidas para quantas unidades de manutenção forem necessárias.

Deve-se estimar a taxa de reparo μ dos técnicos, analogamente a obtenção da taxa de falhas, pode se obter este parâmetro através de dados coletados ou a partir de um especialista. Depois estima-se o custo de espera unitário CE_u e o custo de serviço unitário CS_u .

Segue-se com o cálculo da taxa de falhas do sistema λs , obtida a partir do somatório do produto das taxas de falhas pelas quantidades dos tipos de equipamentos para todos os equipamentos, como é mostrado na Equação(3.2), depois procede-se para determinação da quantidade mínima e máxima de técnicos $s_{mín}$ e $s_{máx}$.

A quantidade mínima deve ser obtida a partir de condição de estacionariedade do sistema de fila, onde o fator de utilização deve ser inferior a um, logo temos:

$$s > \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.8)$$

Deve-se encontrar o menor s inteiro que satisfaça a inequação acima, a partir desta pode se determinar o número mínimo de técnicos que se deseja analisar, que tem o significado de limite inferior da faixa das alternativas de técnicos de manutenção. Para se obter o limite inferior basta calcular o valor da razão entre o valor da taxa de falhas e a taxa de reparo, e tomar o inteiro seguinte, por exemplo, se esta razão for 4,2, o valor de $s_{mín}$ será 5.

Para se obter o limite superior da quantidade de técnicos sugere-se o estabelecimento de um valor crítico para as diferenças sucessivas entre os fatores de utilização a ser estabelecido pelo decisor, denotado por $\Delta\rho_{crítico}$, este percentual servirá como base para determinar a

quantidade máxima de técnicos a ser analisada, refletindo um valor cujo acréscimo de um técnico não reduz um percentual superior ao $\Delta\rho_{crítico}$.

Partindo do cálculo do fator de utilização, tem-se:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu \cdot s} \quad (3.9)$$

As diferenças entre os fatores de utilização sucessivos podem ser obtidas assim:

$$\Delta\rho(s) = \frac{\lambda}{\mu \cdot (s-1)} - \frac{\lambda}{\mu \cdot s} = \frac{\lambda}{\mu \cdot (s-1) \cdot s} \quad (3.10)$$

Como $\Delta\rho$ é monotonicamente decrescente podemos igualar $\Delta\rho_{crítico}$ a equação de cálculo das diferenças dos fatores de utilização sucessivos para encontrar o $s_{máx}$.

$$\Delta\rho_{crítico} = \frac{\lambda}{\mu \cdot (s-1) \cdot s} \quad (3.11)$$

Verifica-se que para encontrar o $s_{máx}$, a equação é do segundo grau como segue:

$$s^2 - s - \frac{\lambda}{\mu \cdot \Delta\rho_{crítico}} = 0 \quad (3.12)$$

Sua solução é:

$$s = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{4 \cdot \lambda}{\mu \cdot \Delta\rho_{crítico}}} \quad (3.13)$$

Para encontrar $s_{máx}$, primeiro encontra-se o s que satisfaz a equação acima, caso este valor não seja inteiro $s_{máx}$ será o inteiro seguinte ao valor encontrado. Vale ressaltar que este procedimento para o valor do $s_{máx}$ é apenas uma recomendação, entretanto pode ser utilizados outros critérios que o decisor achar mais conveniente, como por exemplo apenas estabelecer o $s_{mín}$ e ir variando o valor de s até que haja uma inflexão no custo total chegando ao valor ótimo s^* .

Deve-se realizar o cálculo do custo total CT para todas as alternativas no intervalo $[s_{mín}, s_{máx}]$, depois executa-se a análise de sensibilidade para λ , μ , CE_u e CS_u para verificar a robustez das soluções recomendadas.

Para efetuar a análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u , estamos interessado em saber qual os limites mínimo e máximo que garantem a mesma solução. Como sabemos que a função custo total é côncava, a solução permanecerá ótima se ela satisfizer as seguintes inequações:

$$\begin{cases} CT(s) \leq CT(s+1) \\ CT(s) \leq CT(s-1) \end{cases} \quad (3.14)$$

Desenvolvendo tem-se a seguinte relação:

$$\frac{CS_u}{L(s-1, \lambda, \mu) - L(s, \lambda, \mu)} \leq CE_u \leq \frac{CS_u}{L(s, \lambda, \mu) - L(s+1, \lambda, \mu)} \quad (3.15)$$

Partindo do mesmo princípio para o custo de serviço unitário CS_u , tem-se a seguinte relação:

$$CE_u \cdot (L(s, \lambda, \mu) - L(s+1, \lambda, \mu)) \leq CS_u \leq CE_u \cdot (L(s-1, \lambda, \mu) - L(s, \lambda, \mu)) \quad (3.16)$$

Caso a análise de sensibilidade apresente algum aspecto interessante que mostre ao decisor uma possibilidade de ratificação dos valores para melhor consistência com a realidade, pode-se estabelecer cenários e voltar aos passos iniciais.

Na etapa final procede-se com a escolha da quantidade de técnicos s que tiver menor custo total.

3.4 Modelo de Decisão com Prioridades

A principal diferença entre o modelo de decisão básico e o modelo de decisão com prioridades é que a disciplina da fila ao invés de ser tratada por ordem de chegada, serão estabelecidas prioridades para grupos de equipamentos, em virtude de suas importâncias no processo de produção, que por sua vez geralmente possuem custos de esperas diferentes. Sendo assim o modelo de decisão básico se torna um caso particular do modelo de decisão com prioridades, quando existe apenas uma categoria de prioridade.

O modelo de decisão com prioridades consiste de uma análise econômica para o modelo $M/M/s$ com prioridades, onde existem N classes de prioridade. Os tipos de equipamentos serão ordenados segundo o grau de prioridade, que neste modelo será assumido que cada tipo de equipamento possui um custo de espera diferente, denotado por CE_{ui} , logo as categorias que possuem maior custo de espera unitário serão a de maior prioridade. Em termos gerais a inserção da característica de prioridade significa que quando um servidor termina um serviço vai procurar reparar o equipamento de mais alta prioridade que está na fila a mais tempo, ou seja, os equipamentos são reparados por ordem de prioridade e dentro da mesma prioridade por ordem de chegada.

É importante destacar algumas suposições para as classes de prioridade, as falhas se comportam como um processo de Poisson, que podem ter diferentes ritmos de chegada para cada prioridade, e o tempo de reparo se comporta como uma distribuição exponencial e que a taxa de reparo é a mesma para todas as prioridades.

O modelo de decisão com prioridades considerado é sem a suspensão do reparo, ou seja, quando um equipamento começa a ser reparado, há a garantia de o reparo se realizar até ao fim, mesmo que chegue um equipamento mais prioritário.

Os indicadores L , Lq , W , Wq do modelo $M/M/s$ são aplicáveis. Apenas mudam as distribuições dos tempos de espera condicionados por classe de prioridade, a distribuição dos tempos de espera tem uma maior variância do que no caso sem prioridades.

Os tempos de espera dos equipamentos de maior prioridade tendem a ser menores do que no caso sem prioridade e os tempos de espera dos equipamentos de menor prioridade tendem a ser maiores do que no caso sem prioridade. O sistema tende a ter a uma elevada presença de equipamentos de baixa prioridade. A justificativa do uso da disciplina de prioridade é melhorar o desempenho do sistema para os equipamentos mais prioritários que irá impactar em um custo total inferior ao caso sem prioridades.

O cálculo do número médio de equipamentos no sistema é o mesmo para o caso sem prioridades, isso se não for discriminado quais respectivas classes de prioridades deseja-se estimar o L , daí que surge mais um índice nas medidas de desempenho que estará relacionado com a classe de prioridade que se estará realizando tal estimativa.

Sejam as N classes de prioridades, teremos como medida do cálculo da quantidade média de equipamentos no sistema, denotada por L_k , onde $k = 1, \dots, N$. Devido a complexidade do cálculo do L_k , criamos as variáveis A e B_k para simplificar a aparência da fórmula final, os valores de A , B_k e L_k são calculados como segue:

$$A = s! \cdot \frac{s \cdot \mu - \sum_{i=1}^N \lambda_i}{\left(\frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i}{\mu} \right)} \cdot \sum_{j=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i}{\mu} \right)^j}{j!} + s \cdot \mu \quad (3.17)$$

$$B_k = 1 \quad \text{se } k = 0$$

$$B_k = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{s \cdot \mu} \quad \text{se } k > 0 \quad (3.18)$$

$$L_k = \frac{\lambda_k}{A \cdot B_k \cdot B_{k-1}} + \frac{\lambda_k}{\mu} \quad (3.19)$$

O custo total é obtido a partir da seguinte equação:

$$CT = CE + CS \quad (3.20)$$

O custo de espera é estimado pela seguinte fórmula:

$$CE = \sum_{k=1}^N CEu_k \cdot L_k \quad (3.21)$$

A parcela do custo de serviço consiste da seguinte equação

$$CS = CS_u \cdot s \quad (3.22)$$

Então o problema pode ser formulado em termos de programação matemática, como um problema de programação inteira não linear, como segue:

$$\begin{aligned} \underset{s}{Min} \quad CT &= \sum_{k=1}^N CEu_k \cdot L_k + CS_u \cdot s \\ s.a \quad s &\text{ é inteiro} \\ \frac{\sum_{k=1}^N \lambda_k}{s \cdot \mu} &< 1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.4.1 Estrutura do modelo de decisão com prioridades

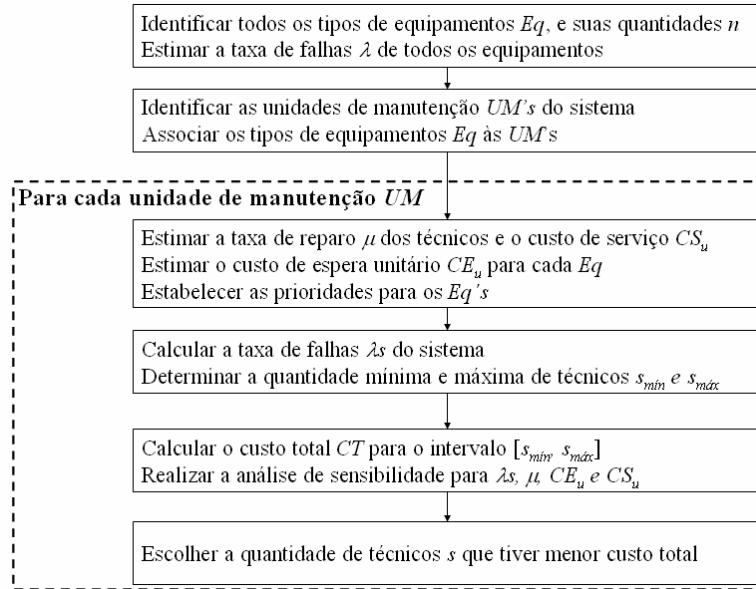


Figura 3.5 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com prioridades

Fonte: O Autor

A Figura 3.5 ilustra a estrutura do modelo de decisão com prioridades, esta estrutura é bem similar ao modelo de decisão básico, ressalta-se as principais diferenças.

No modelo de decisão com prioridades existe uma etapa para estimação do custo de espera unitário, que é por tipo de equipamento ao invés de ser para todos os equipamentos associados a uma unidade de manutenção específica como no modelo de decisão básico. O estabelecimento de prioridades é feito em consequência dos custos estabelecidos, as etapas seguintes são semelhantes às do modelo de decisão básico.

3.5 Modelo de Decisão com Uso do Conhecimento a Priori

Classicamente em teoria das filas a taxa de chegada dos clientes e a taxa de atendimento dos servidores são conhecidas, mas em diversas ocasiões estes valores não estão disponíveis.

Em diversas situações pode ser extremamente difícil a obtenção de um valor que determine a taxa de falhas dos equipamentos, por diversos fatores. Um fator que acontece com muita frequência em situações práticas é a indisponibilidade de dados históricos suficientemente significativos que possam viabilizar uma análise estatística para o cálculo da taxa de falhas, então qualquer determinação de uma taxa de falhas será um mero palpite com poucas chances de representar a realidade, comprometendo todas as informações derivadas do modelo, logo as soluções ótimas não estarão de acordo com a realidade, podendo gerar consequências por um super-dimensionamento ou por um sub-dimensionamento, incorrendo em custos. A ausência de dados históricos pode ser devida à presença de equipamentos novos ou relativamente novos onde não ocorreram uma quantidade de falhas significativa, ou por a empresa não possuir um sistema de informação eficiente para gerenciar ocorrências de falhas, ou por esta informação não ser fornecida pelo fabricante.

Geralmente as empresas possuem uma boa massa de dados das falhas dos equipamentos, porém não confiáveis, devido a diversos erros de digitação, ou porque o pessoal de manutenção dá mais prioridade a execução da manutenção do que o seu próprio registro ou não dá importância de registrar as ocorrências, por achar que será avaliado pelos dados e acreditar que tais informações poderão resultar em demissões e reduções de salários.

Em muitas circunstâncias, a taxa de reparo pode ser de difícil obtenção, pelos mesmos motivos da taxa de falhas, o que dificulta a utilização dos modelos propostos anteriormente, por sua vez o uso do conhecimento a priori irá tratar a incerteza de uma forma mais apropriada. Esta abordagem permitirá ao decisor incorporar uma distribuição de probabilidade sobre os parâmetros cujo não se conhecem precisamente os seus valores exatos.

Caso seja possível estimar os parâmetros de taxa de falhas e de taxa de reparo, também é recomendável que se utilize a abordagem do conhecimento a priori, pois ao inserir a

incerteza estaremos melhorando a precisão das soluções ótimas, pois estaremos mais próximo da realidade.

O que se tem é a presença da incerteza nos parâmetros que pode ser modelada através da teoria da decisão.

A principal diferença entre o modelo de decisão básico e o modelo de decisão com uso do conhecimento a priori é que ao invés de valores fixos para a taxa de falhas e taxa de reparos serão utilizadas distribuições de probabilidades obtidas a partir de um ou mais especialistas. O modelo de decisão com uso do conhecimento a priori irá integrar conceitos de teoria das filas com os conceitos de teoria da decisão.

3.5.1 Elementos da Teoria da Decisão

3.5.1.1 Ações (A)

O espaço das ações está sendo representado pela quantidade de técnicos que serão utilizados nas equipes de manutenção.

3.5.1.2 Estados da natureza (Θ)

O espaço dos estados da natureza está sendo representado pelos parâmetros que se deseja avaliar a incerteza, podendo ser a taxa de falhas do sistema (λ), a taxa de reparo (μ) isoladamente, ou os dois parâmetros simultaneamente.

3.5.1.3 Distribuição a priori sobre os Estados da Natureza $\pi(\theta)$

Será obtida juntamente com um ou mais especialistas a distribuição de probabilidades sobre os estados da natureza, esta distribuição pode ser obtida de diversas formas como pode ser visto em Campello de Souza (2002).

O termo a priori significa antes de observar os valores de qualquer variável que possa dar informações sobre θ . A natureza probabilística da incerteza neste contexto pode vir de duas fontes de informações, podendo ser através de dados sobre θ , ou o conhecimento de um ou mais especialistas.

Quando se deseja estimar a distribuição de probabilidade do estado da natureza a partir do conhecimento a priori, pode se entrevistar um engenheiro ou um grupo de engenheiros especialistas no tipo de sistema em análise, com conhecimentos sobre os equipamentos desejados. O especialista possui um conhecimento devido a sua experiência acumulada sobre o desempenho e confiabilidade do equipamento.

O processo de educação busca mostrar ao especialista que a experiência que ele tem sobre o comportamento da confiabilidade do equipamento pode ser expressa através de afirmações probabilísticas sobre a taxa de falhas ou taxa de reparo. É também esclarecido que não se deseja saber o valor exato dessa taxa, e que seria esperado que se pudesse obter uma distribuição de probabilidade para seus valores.

3.5.1.4 Função perda ($Loss(\theta, a)$)

A perda tem o sentido oposto da utilidade, com esta função deseja-se expressar o prejuízo caso se tome a ação a e a natureza tome um estado θ , trazendo para o contexto do dimensionamento de equipes de manutenção, pode-se visualizar as ações como o número de servidores que se irá adotar e os estados da natureza como a taxa de falhas ou a taxa de reparo, consequentemente deseja-se expressar o prejuízo caso eu escolha certa quantidade de técnicos e ocorra uma determinada taxa de falhas ou taxa de reparo, podendo ter perdas elevadas quando acontece um super-dimensionamento ou um sub-dimensionamento, percebe-se que o dimensionado agora está condicionado a um estado que não se conhece com certeza que irá ditar qual é a quantidade ideal.

Para este trabalho foi considerado que a função perda seja representada pelo custo total (CT) apresentado no modelo de decisão básico, então tem-se a seguinte fórmula para o número médio de clientes no sistema, L :

$$L(s, \lambda, \mu) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot (\lambda \cdot \mu)}{(s-1)!(s \cdot \mu - \lambda)^2} \cdot \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{s!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \cdot \left(\frac{s \cdot \mu}{s \cdot \mu - \lambda}\right)} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \quad (3.24)$$

Quando apenas a taxa de falhas do sistema é desconhecida, o espaço dos estados da natureza é representado por $\theta = \lambda s$, tem-se a seguinte função perda:

$$Loss(\lambda, s) = CE_u \cdot L(s, \lambda, \mu) + CS_u \cdot s \quad (3.25)$$

Quando apenas a taxa de reparo das equipes de manutenção é desconhecida, o espaço dos estados da natureza é representado por $\theta = \mu$, temos a seguinte função perda:

$$Loss(\mu, s) = CE_u \cdot L(s, \lambda, \mu) + CS_u \cdot s \quad (3.26)$$

Quando ambos a taxa de falhas e a taxa de reparo são desconhecidas, o espaço dos estados da natureza é representado por $\theta = [\lambda, \mu]$, temos a seguinte função perda:

$$Loss(\lambda, \mu, s) = CE_u \cdot L(s, \lambda, \mu) + CS_u \cdot s \quad (3.27)$$

3.5.1.5 Função Risco ($R(a)$)

A função risco representa a perda esperada da ação, ou seja, a função risco será calculada pelo valor esperado da variável aleatória função perda.

Quando $\theta = \lambda$, temos a seguinte função risco:

$$R(s) = E(Loss(\lambda, s)) = \int_{-\infty}^{\infty} Loss(\lambda, s) \cdot \pi(\lambda) d\lambda \quad (3.28)$$

Quando $\theta = \mu$, temos a seguinte função risco:

$$R(s) = E(Loss(\mu, s)) = \int_{-\infty}^{\infty} Loss(\mu, s) \cdot \pi(\mu) d\mu \quad (3.29)$$

Quando $\theta = [\lambda, \mu]$, temos a seguinte função risco:

$$R(s) = E(Loss(\lambda, \mu, s)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Loss(\lambda, \mu, s) \cdot \pi(\lambda) d\lambda \cdot \pi(\mu) d\mu \quad (3.30)$$

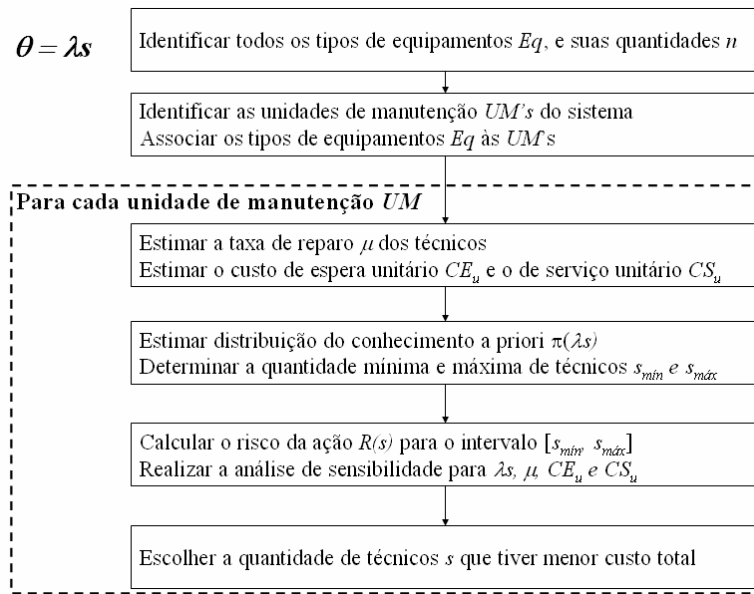
O objetivo do modelo de decisão com uso do conhecimento *a priori* é escolher o número de servidores que se obtenha o menor risco.

Então o problema pode ser formulado em termos de programação matemática, especificamente como um problema de programação inteira não linear, como segue:

$$\begin{aligned} & \underset{s}{Min} \quad R(s) \\ & s.a \quad s \text{ é inteiro} \\ & \quad \frac{\lambda s_{\max}}{s \cdot \mu_{\min}} < 1 \end{aligned} \quad (3.31)$$

3.5.2 Estrutura do Modelo de Decisão com uso do Conhecimento a Priori

O modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, possui três variações, incerteza sob a taxa de falhas do sistema ($\theta = \lambda s$), incerteza sob a taxa de reparo ($\theta = \mu$), e a incerteza sob ambas taxa de falhas do sistema e taxa de reparo ($\theta = [\lambda, \mu]$), cada uma destas variações possui algumas características diferentes.

3.5.2.1 Incerteza sobre a taxa de falhas do sistema ($\theta = \lambda s$)Figura 3.6 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, $\theta = \lambda s$

Fonte: O Autor

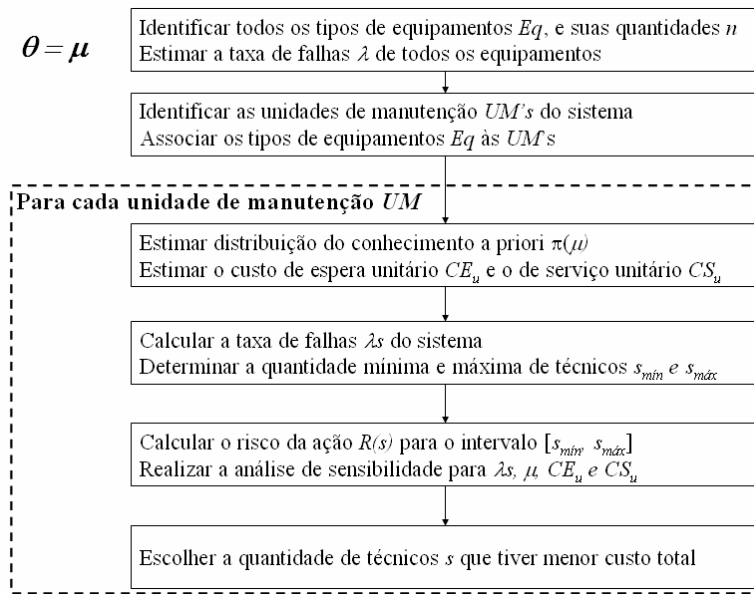
A estrutura do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori com incerteza sobre a taxa de falhas do sistema está esquematizada na Figura 3.6. Suas principais diferenças com o modelo de decisão básico serão apresentadas adiante.

Não será necessária a estimação das taxas de falhas dos tipos de equipamentos isoladamente como no modelo de decisão básico, pois o conhecimento a priori será tratado diretamente sobre a taxa de falhas do sistema. A distribuição do conhecimento a priori sobre a taxa de falhas do sistema deverá ser estimada juntamente com o especialista.

A distribuição de probabilidade $\pi(\theta)$, pode ser Beta, Erlang, Exponencial, Gamma, Johnson, Lognormal, Normal, Triangular, Uniforme, Weibull e outras. O modelo possui esta flexibilidade, recomendando a distribuição que melhor se ajustar a informação a priori que se tem sobre o estado da natureza.

Em vez de realizar o cálculo do custo total CT para todas as alternativas no intervalo $[s_{\min}, s_{\max}]$, deve-se executar o cálculo do risco $R(s)$ como definido na Equação (3.29), para o mesmo intervalo.

Na etapa final procede-se com a escolha da quantidade de técnicos s que tiver menor risco.

3.5.2.2 Incerteza sobre a taxa de reparo ($\theta = \mu$)Figura 3.7 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, $\theta = \mu$

Fonte: O Autor

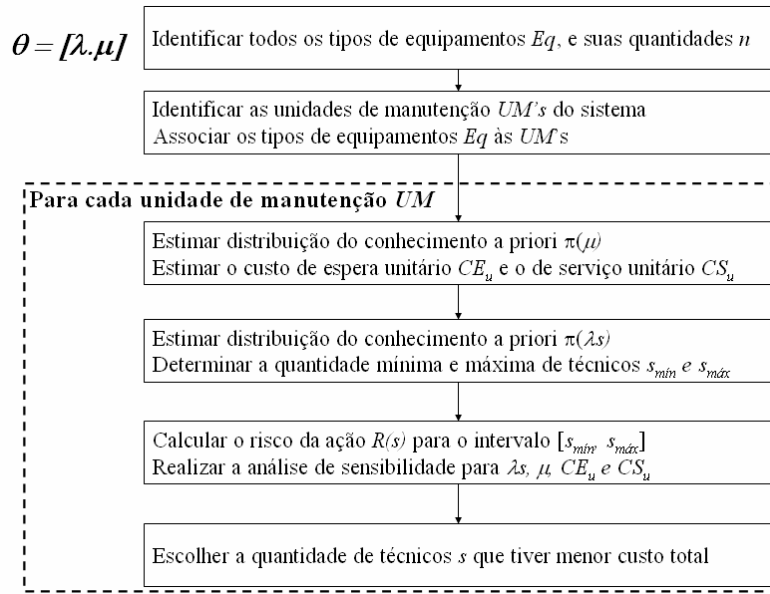
A estrutura do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori com incerteza sobre a taxa de reparo está esquematizada na Figura 3.7. Suas principais diferenças com o modelo de decisão básico serão apresentadas adiante.

Será necessária a estimação do conhecimento a priori sobre a taxa de reparo, em vez de se obter um valor fixo para este parâmetro como no modelo de decisão básico. A distribuição do conhecimento a priori sobre a taxa de reparo deverá ser estimada juntamente com o especialista.

A distribuição de probabilidade $\pi(\theta)$, pode ser Beta, Erlang, Exponencial, Gamma, Johnson, Lognormal, Normal, Triangular, Uniforme, Weibull e outras. O modelo possui esta flexibilidade, recomendando a distribuição que melhor se ajustar a informação a priori que se tem sobre o estado da natureza.

Em vez de realizar o cálculo do custo total CT para todas as alternativas no intervalo $[s_{min}, s_{max}]$, deve-se executar o cálculo do risco $R(s)$ como definido na Equação (3.30), para o mesmo intervalo.

Na etapa final procede-se com a escolha da quantidade de técnicos s que tiver menor risco.

3.5.2.3 Incerteza sobre a taxa de falhas do sistema e a taxa de reparo ($\theta = [\lambda s, \mu]$)Figura 3.8 – Diagrama esquemático do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori, $\theta = [\lambda s, \mu]$

Fonte: O Autor

A estrutura do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori com incerteza sob a taxa de falhas do sistema e a taxa de reparo está esquematizada na Figura 3.8. Suas principais diferenças com o modelo de decisão básico serão apresentadas adiante.

Este modelo de decisão é o caso mais geral no tratamento da incerteza. Será necessária a estimação do conhecimento a priori sobre a taxa de falhas do sistema e a taxa de reparo. As distribuições do conhecimento a priori sobre a taxa de falhas do sistema e taxa de reparo deverão ser estimadas juntamente com o especialista.

A distribuição de probabilidade $\pi(\theta)$, pode ser Beta, Erlang, Exponencial, Gamma, Johnson, Lognormal, Normal, Triangular, Uniforme, Weibull e outras. O modelo possui esta flexibilidade, recomendando a distribuição que melhor se ajustar a informação a priori que se tem sobre o estado da natureza.

Em vez de realizar o cálculo do custo total CT para todas as alternativas no intervalo $[s_{min}, s_{max}]$, deve-se executar o cálculo do risco $R(s)$ como definido na Equação (3.31), para o mesmo intervalo.

Na etapa final procede-se com a escolha da quantidade de técnicos s que tiver menor risco.

4 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Este capítulo irá ilustrar os modelos de decisão apresentados no capítulo anterior através de uma aplicação numérica seguida de uma análise de resultados para verificação da consistência dos modelos.

Para visualização das aplicações dos modelos, vamos utilizar um exemplo hipotético, onde deseja-se dimensionar equipes de manutenção em uma instalação industrial, este exemplo pode ser melhor interpretado através da Figura 4.1. Como se pode ver no sistema de manutenção ilustrado, os clientes são os equipamentos danificados que demandam um serviço, neste caso o reparo, a ser executado pelos técnicos da equipe de manutenção, representando os servidores. Os equipamentos eventualmente virão a formar filas em espera do seu atendimento.

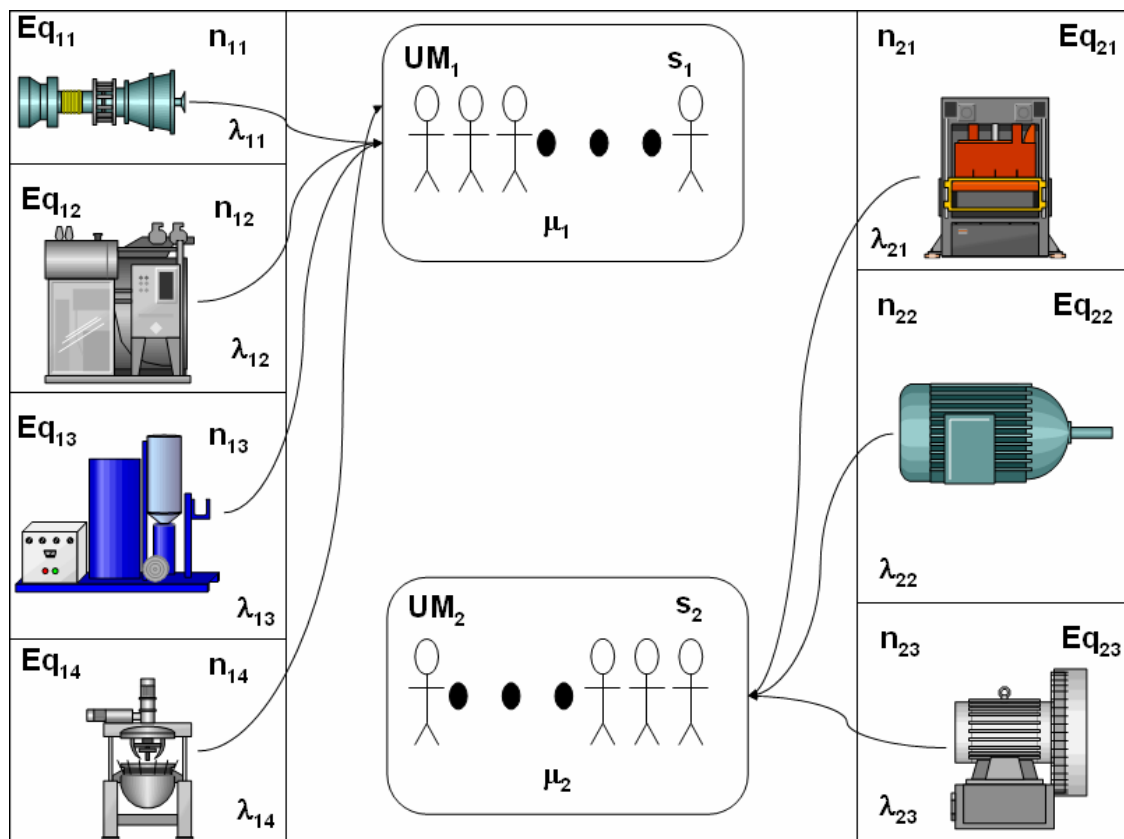


Figura 4.1 – Ilustração da aplicação numérica em uma instalação industrial

Fonte: O Autor

4.1 Modelo de Decisão Básico

A primeira etapa para uso do modelo de decisão básico consiste na identificação de todos os tipos de equipamentos, suas respectivas quantidades e taxas de falhas. A segunda etapa consiste da identificação das unidades de manutenção do sistema e a associação dos equipamentos que serão mantidos por tais unidades.

De acordo com a Figura 4.1, tem-se que para este sistema, $p = 2$, ou seja, este sistema possui 2 unidades de manutenção, UM_1 e UM_2 . Na UM_1 tem-se quatro tipos de equipamentos, Eq_{11} , Eq_{12} , Eq_{13} , Eq_{14} , as quantidades destes tipos de equipamentos (n_{11} , n_{12} , n_{13} e n_{14}) e suas taxas de falhas (λ_{11} , λ_{12} , λ_{13} e λ_{14}) são apresentadas na Tabela 4.1. Na UM_2 tem-se três tipos de equipamentos, Eq_{21} , Eq_{22} , Eq_{23} , as quantidades destes tipos de equipamentos (n_{21} , n_{22} e n_{23}) e suas taxas de falhas (λ_{21} , λ_{22} e λ_{23}) são apresentadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.1 – Dados dos equipamentos da UM_1






Equipamentos	Taxa de Falhas (h^{-1})	Quantidade
 Eq_{11}	0,00023	20
 Eq_{12}	0,00035	30
 Eq_{13}	0,00046	10
 Eq_{14}	0,00028	50

Tabela 4.2 – Dados dos equipamentos da UM_2

Equipamentos	Taxa de Falhas (h^{-1})	Quantidade
 Eq_{21}	0,0005570	20
 Eq_{22}	0,0008455	30
 Eq_{23}	0,0003360	40

Para uma melhor visualização da confiabilidade dos equipamentos pode-se analisar as funções da confiabilidade exponenciais dos equipamentos da UM_1 e UM_2 representadas na Figura 4.2 e na Figura 4.3.

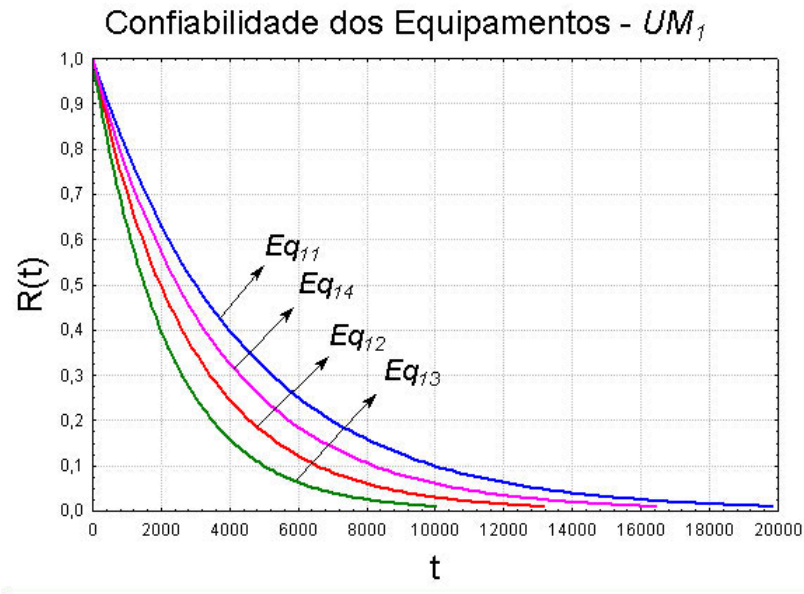


Figura 4.2 – Confiabilidade dos equipamentos da UM_1

Fonte: O Autor

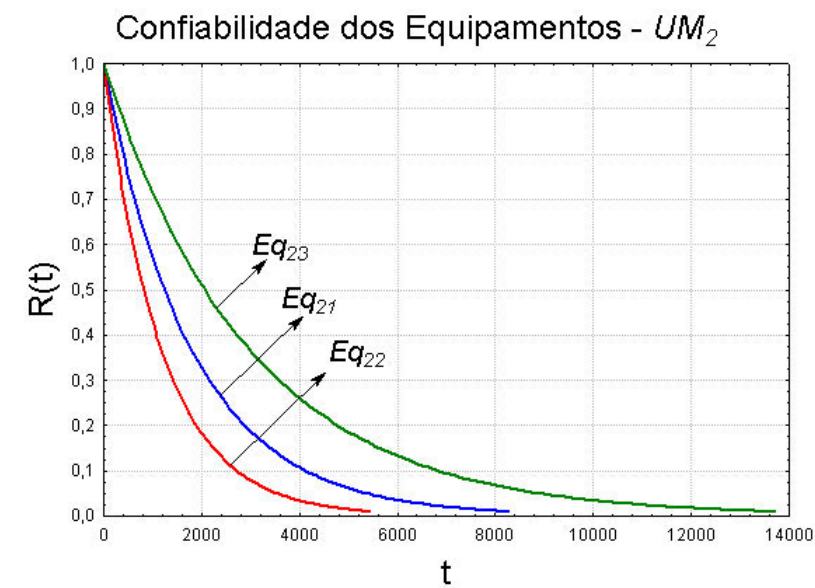


Figura 4.3 – Confiabilidade dos equipamentos da UM_2

Fonte: O Autor

Para este problema deseja-se determinar as quantidades ótimas s_1^* e s_2^* , que representam o número de técnicos das unidades de manutenção UM_1 e UM_2 respectivamente, então de acordo com o modelo básico será necessário estimar custo de espera unitário, a taxa de reparo dos técnicos e o custo de serviço unitário para cada unidade de manutenção, estes valores são apresentados na Tabela 4.3. Para os técnicos de manutenção da UM_1 , foi

verificado que eles levavam em média 50 horas para reparar quaisquer equipamentos, o que representava uma taxa de reparo de $\mu_1 = 0,02 \text{ h}^{-1}$. Já os técnicos da UM_2 levavam em média 100 horas, que representava $\mu_2 = 0,01 \text{ h}^{-1}$. O custo unitário de serviço da UM_2 é o dobro da UM_1 , pois o reparo dos equipamentos da UM_2 possui uma maior complexidade que pode também ser visualizada pela diferença entre a taxa média de reparo, onde μ_2 é a metade de μ_1 . O custo unitário de serviço em muitas situações é proporcional ao custo de espera unitário.

Tabela 4.3 - Valores das taxas de reparo, custos de espera e de serviço unitários

	UM_1	UM_2
μ	$0,02 \text{ h}^{-1}$	$0,01 \text{ h}^{-1}$
CEu	R\$ 500,00	R\$ 1000,00
CSu	R\$ 20,00	R\$ 40,00

Na Figura 4.4 são ilustradas as manutenibilidades exponenciais dos técnicos das unidades de manutenção UM_1 e UM_2 .

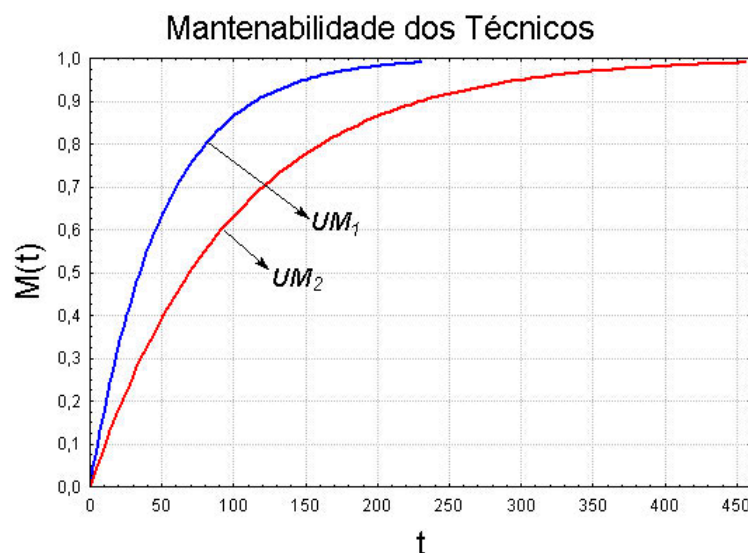


Figura 4.4 – Manutenibilidades dos técnicos da UM_1 e UM_2

Fonte: O Autor

Os tempos de atendimento exponencialmente distribuídos implicam uma predominância de atendimentos menores que a média, combinados com alguns maiores. Podem-se interpretar como a maioria dos equipamentos que apresenta falha simples, que requer tempos de reparo curtos, mas alguns têm problemas mais complexos que consomem mais tempo.

Como a variável aleatória T está medindo os tempos de atendimento, e em virtude da propriedade da perda de memória da distribuição exponencial, isto implica que o tempo

requerido para completar o atendimento a um equipamento não pode ser previsto pelo conhecimento do tempo que o equipamento já levou para ser atendido.

Prosseguindo com o cálculo das taxas de falhas do sistema para cada UM , tem-se a partir da Equação (3.2) as taxas ilustradas através das suas funções confiabilidade exponenciais, que representam as probabilidades de sucesso dos equipamentos na unidade de manutenção. Para os dois sistemas temos o tempo médio de chegadas igual a $1/\lambda_{s1} = 29,674$ horas, para UM_1 $1/\lambda_{s2} = 20,02$ horas, para UM_2 as distribuições são apresentadas na Figura 4.5.

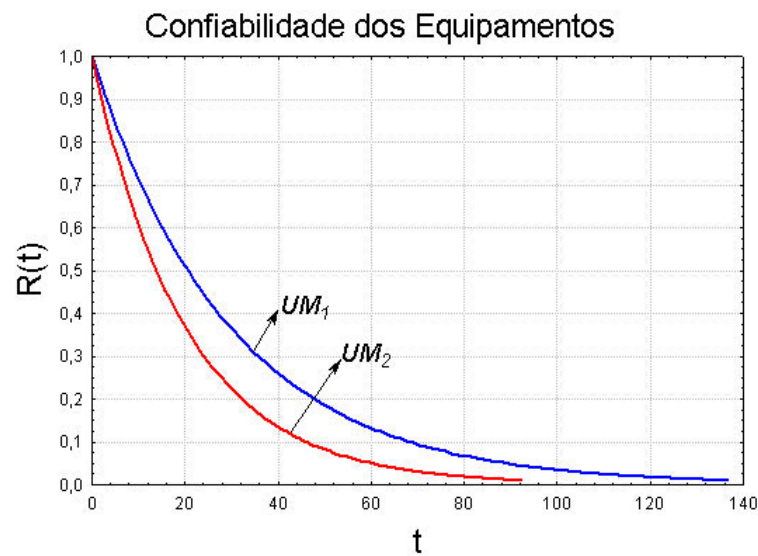


Figura 4.5 – Confiabilidade dos equipamentos da UM_1 e da UM_2

Fonte: O Autor

Pode-se interpretar as distribuições exponenciais ilustradas que apresentam cauda para direita, pois a maior parte dos valores de uma variável aleatória exponencialmente distribuída é menor que o valor médio. Substituindo o valor médio $1/\lambda$, na distribuição exponencial temos que $P(T \leq 1/\lambda) = 63,2\%$. Tempos entre chegadas exponencialmente distribuídos implicam em uma predominância de tempos entre chegadas menores que a média, com algumas ocorrências maiores que a média.

A consequência desta característica é que certo número de equipamentos chegam a um curto período de tempo, criando, portanto uma fila, que é seguido eventualmente por um longo intervalo durante o qual nenhum equipamento chega, possibilitando ao atendente a diminuir o tamanho da fila.

Como a variável aleatória T está medindo os tempos entre chegadas, e em posse da propriedade da perda de memória da distribuição exponencial, isto implica em independência do tempo de chegada seguinte e o tempo desde a última chegada.

A determinação do conjunto de alternativas do problema de decisão é obtido através da Equação (3.8) para o valor de s_{\min} e da Equação (3.13) para o valor de s_{\max} , adotando-se $\Delta\rho_{\text{crítico}} = 0,01$.

A Tabela 4.4 apresenta os valores das taxas de falhas do sistema λ_s , s_{\min} e s_{\max} .

Tabela 4.4 – Taxas de falhas do sistema, s_{\min} e s_{\max}

	UM ₁	UM ₂
λ_s	0,0337 h ⁻¹	0,049945 h ⁻¹
s_{\min}	2	5
s_{\max}	14	23

4.1.1 Medidas de desempenho

As medidas de desempenho são as informações que irão subsidiar a análise do sistema de filas, provendo detalhes sobre o comportamento dos clientes através das suas esperas e atendimentos e probabilidades de ocorrências de tais eventos.

4.1.1.1 Fator de utilização

Um indicador interessante que pode ser analisado inicialmente é o fator de utilização da infra-estrutura de serviço dos técnicos de manutenção que significa a fração de tempo esperada em que os servidores estão ocupados, que é obtida diretamente pela Equação (2.29).

A partir dessas informações já é possível fazer uma análise inicial do número de técnicos através do seu fator de utilização ρ , observando que a fila não cresça indeterminadamente, é necessário que a razão entre a taxa de falhas e o produto entre o número de técnicos e a taxa de reparo seja inferior a 100%, para satisfazer a condição de estacionariedade. Pode-se ver a Tabela 4.5 para UM₁, e a Tabela 4.6 para UM₂ com as distribuições dos possíveis números de servidores, e sua apresentação gráfica para as duas unidades de manutenção, onde os números ilustrados em vermelho não satisfazem a condição de estacionariedade, e os valores em negrito são as alternativas que serão analisadas adiante.

Pode-se perceber que para UM₁ partindo do número inicial de 1 técnico nosso sistema teria um fator de utilização de 168,5%, representando que o técnico teria que ser 68,5% mais eficiente para poder atender todos os equipamentos, levando em consideração que ele ficaria 100% do seu tempo ocupado, e ocasionaria enormes filas, podendo crescer

indeterminadamente. Após o acréscimo de um técnico ao sistema o fator de utilização individual reduziu pela metade, que gera uma ociosidade média de 15,75%.

A Figura 4.6 mostra o gráfico de barras da evolução dos valores do fator de utilização para os respectivos números de técnicos da UM_1 .

Tabela 4.5 – Fatores de utilização para os técnicos da UM_1

s	ρ	s	ρ	s	ρ
1	168,50%	11	15,32%	21	8,02%
2	84,25%	12	14,04%	22	7,66%
3	56,17%	13	12,96%	23	7,33%
4	42,13%	14	12,04%	24	7,02%
5	33,70%	15	11,23%	25	6,74%
6	28,08%	16	10,53%	26	6,48%
7	24,07%	17	9,91%	27	6,24%
8	21,06%	18	9,36%	28	6,02%
9	18,72%	19	8,87%	29	5,81%
10	16,85%	20	8,43%	30	5,62%

Tabela 4.6 – Fatores de utilização para os técnicos da UM_2

S	ρ	s	ρ	s	ρ
1	499,45%	11	45,40%	21	23,78%
2	249,73%	12	41,62%	22	22,70%
3	166,48%	13	38,42%	23	21,72%
4	124,86%	14	35,68%	24	20,81%
5	99,89%	15	33,30%	25	19,98%
6	83,24%	16	31,22%	26	19,21%
7	71,35%	17	29,38%	27	18,50%
8	62,43%	18	27,75%	28	17,84%
9	55,49%	19	26,29%	29	17,22%
10	49,95%	20	24,97%	30	16,65%

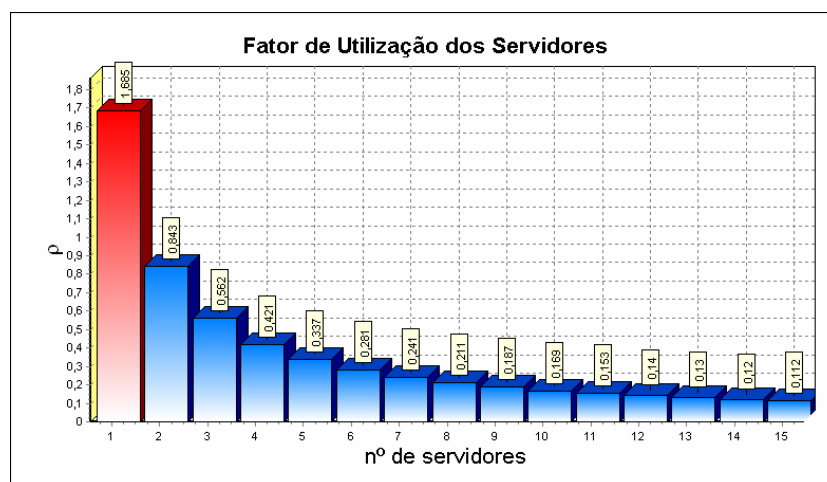


Figura 4.6 – Fator de utilização dos servidores da UM_1

Fonte: O Autor

Já quando se tem três técnicos o fator de utilização reduz para 56,17% e para 42,13% para quatro técnicos. Para reduzir o fator de utilização pela metade tem que dobrar o número de técnicos. É importante ressaltar que apesar de se desejar obter o maior fator de utilização possível, um alto fator de utilização implica em longas esperas para reparo o que pode representar um prejuízo maior do que um simples percentual de ociosidade dos técnicos.

Para a segunda unidade de manutenção, o fator de utilização para 1 técnico é de quase 500%, representando que para a fila não crescer indeterminadamente ele deveria operar o equivalente a 5 técnicos, quando temos 5 técnicos o fator de utilização é de quase 100%, o que representa um fator de utilização ideal mais uma alternativa desastrosa no que se refere aos tempos de espera. A Figura 4.7 mostra o gráfico de barras da evolução dos valores do fator de utilização para os respectivos números de técnicos da UM_2 .

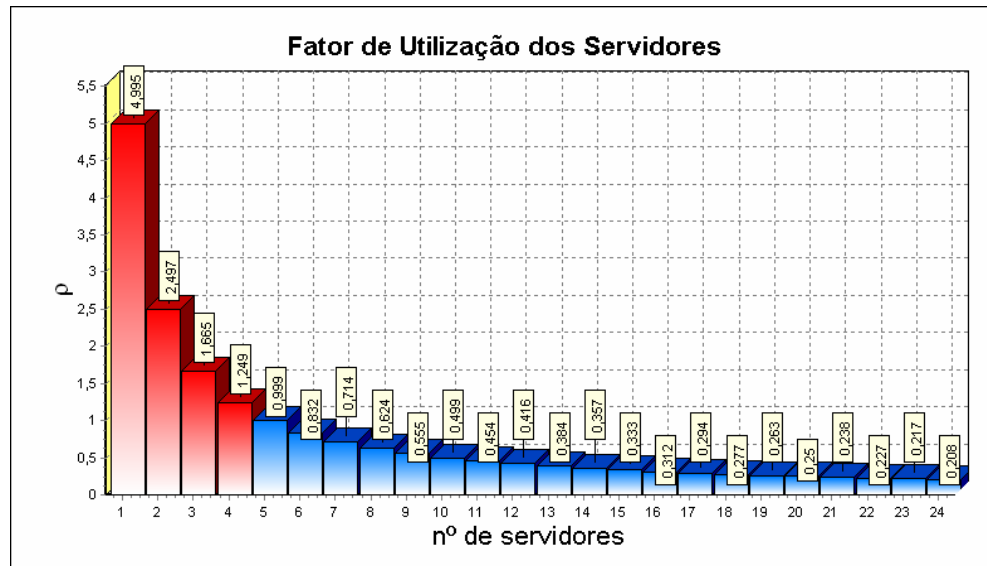


Figura 4.7 – Fator de utilização dos servidores da UM_2

Fonte: O Autor

4.1.1.2 Probabilidade do número de clientes no sistema

A probabilidade do número de clientes no sistema estará indicando numa visão frequentista, com que constância encontra-se certa quantidade de equipamentos na unidade de manutenção, tanto em reparo quanto a espera do reparo. Para a UM_1 tem-se as probabilidades representadas na Tabela 4.7. Para a UM_2 tem-se as probabilidades na Tabela 4.8.

Tabela 4.7 – Probabilidades dos números de clientes no sistema para UM_1

S	P(0)	P(1)	P(2)	P(3)	P(4)	P(5)	P(6)
2	0,085482	0,144037	0,121351	0,102238	0,086136	0,072569	0,06114
3	0,168815	0,284453	0,239651	0,134604	0,075603	0,042463	0,02385
4	0,182404	0,307352	0,258944	0,14544	0,061267	0,025809	0,010872
5	0,184892	0,311542	0,262475	0,147423	0,062102	0,020928	0,007053
6	0,185349	0,312312	0,263123	0,147788	0,062255	0,02098	0,005892
7	0,185429	0,312448	0,263237	0,147852	0,062282	0,020989	0,005894
8	0,185442	0,31247	0,263256	0,147862	0,062287	0,020991	0,005895
9	0,185444	0,312473	0,263259	0,147864	0,062288	0,020991	0,005895
10	0,185444	0,312474	0,263259	0,147864	0,062288	0,020991	0,005895
11	0,185444	0,312474	0,263259	0,147864	0,062288	0,020991	0,005895
12	0,185444	0,312474	0,263259	0,147864	0,062288	0,020991	0,005895
13	0,185444	0,312474	0,263259	0,147864	0,062288	0,020991	0,005895
14	0,185444	0,312474	0,263259	0,147864	0,062288	0,020991	0,005895

Na UM_1 percebe-se que as probabilidades de ter n clientes no sistema não se alteram tão significativamente para uma quantidade de técnicos maiores que nove, para a UM_2 isto acontece para uma quantidade de técnicos maiores que quatorze.

Tabela 4.8 - Probabilidades dos números de clientes no sistema para UM_2

S	P(0)	P(1)	P(2)	P(3)	P(4)	P(5)	P(6)
5	4,24E-05	0,000212	0,000528	0,00088	0,001098	0,001097	0,001096
6	0,004552	0,022733	0,05677	0,094513	0,118011	0,117882	0,098127
7	0,006013	0,030032	0,074998	0,124858	0,155901	0,15573	0,129632
8	0,006512	0,032525	0,081222	0,135222	0,168841	0,168656	0,140392
9	0,006686	0,033391	0,083386	0,138824	0,173339	0,173148	0,144131
10	0,006745	0,03369	0,084133	0,140067	0,174891	0,174699	0,145422
11	0,006766	0,033791	0,084384	0,140486	0,175414	0,175221	0,145857
12	0,006772	0,033824	0,084466	0,140622	0,175585	0,175391	0,145999
13	0,006774	0,033834	0,084492	0,140665	0,175638	0,175445	0,146043
14	0,006775	0,033837	0,0845	0,140678	0,175654	0,175461	0,146056
15	0,006775	0,033838	0,084502	0,140681	0,175658	0,175465	0,14606
16	0,006775	0,033838	0,084502	0,140682	0,17566	0,175466	0,146061
17	0,006775	0,033838	0,084503	0,140683	0,17566	0,175467	0,146061
18	0,006775	0,033838	0,084503	0,140683	0,17566	0,175467	0,146062
19	0,006775	0,033838	0,084503	0,140683	0,17566	0,175467	0,146062
20	0,006775	0,033838	0,084503	0,140683	0,17566	0,175467	0,146062

Pode-se visualizar as evoluções das probabilidades de haver n clientes no sistema com o crescimento da quantidade de técnicos para a UM_1 através da Figura 4.8 e para UM_2 através da Figura 4.9.

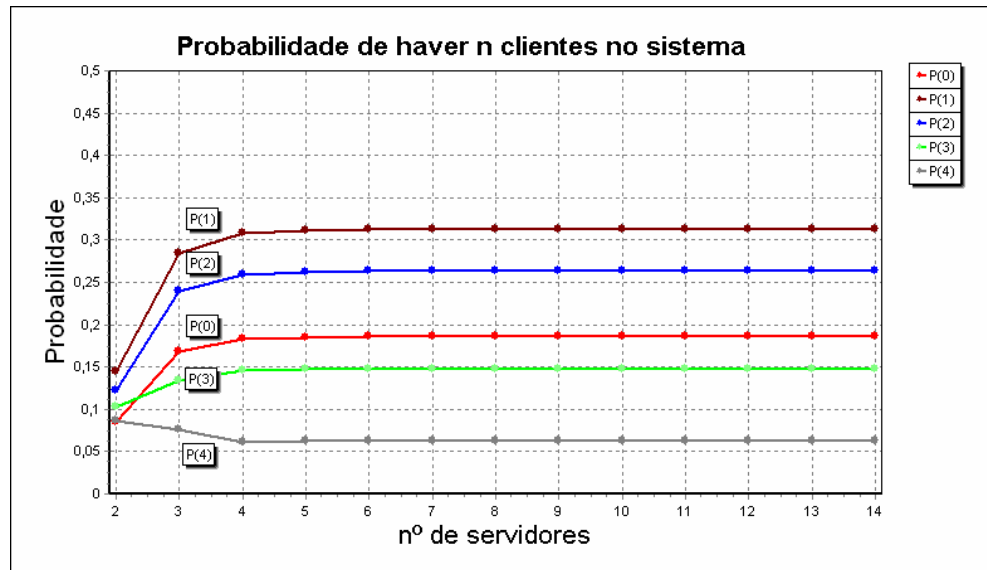


Figura 4.8 – Probabilidades de haver n clientes no sistema UM_1 em função do número de servidores

Fonte: O Autor

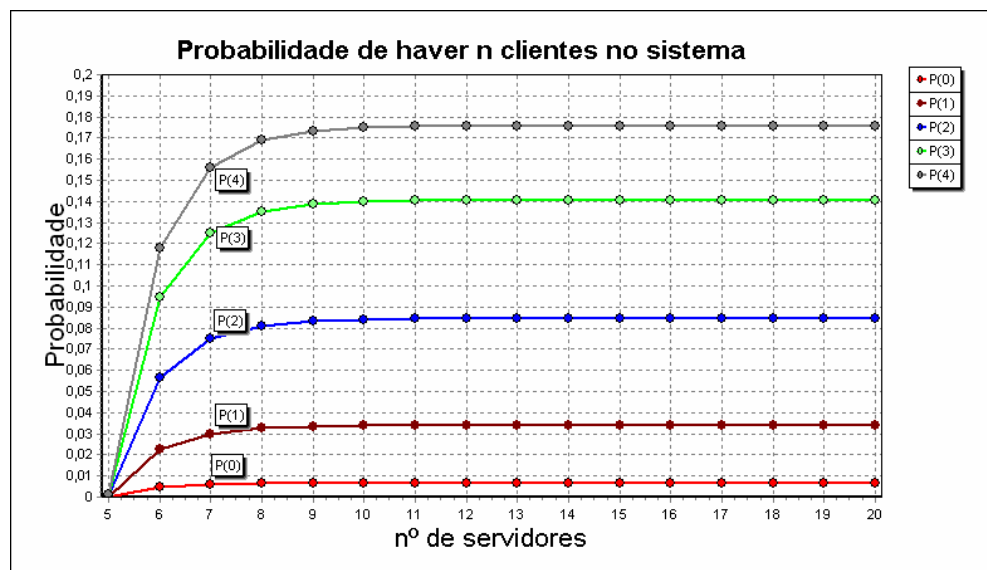


Figura 4.9 – Probabilidades de haver n clientes no sistema UM_2 em função do número de servidores

Fonte: O Autor

Pode-se interpretar uma comparação entre os formatos das distribuições de probabilidades de haver n equipamentos no sistema para diversos números de técnicos, para a UM_1 tem-se a Figura 4.10, e para a UM_2 tem-se a Figura 4.11.

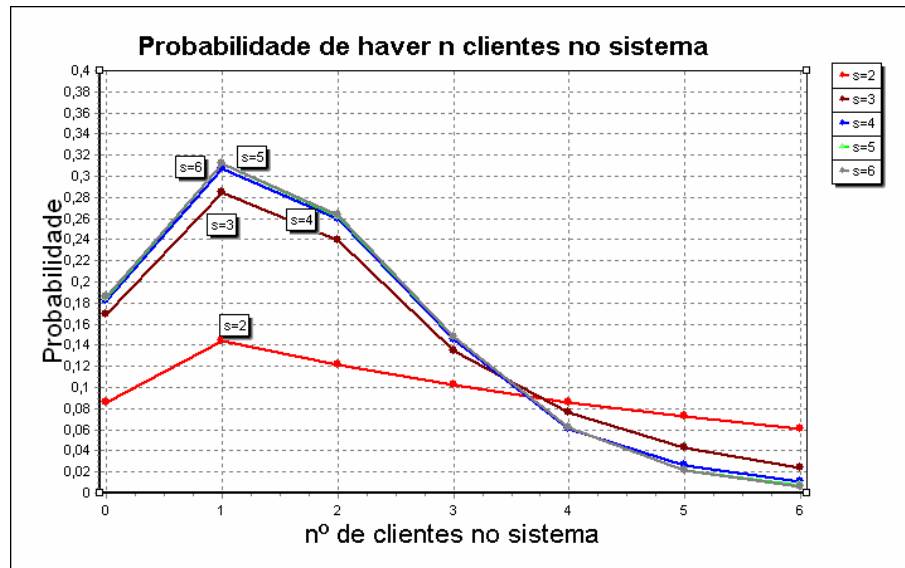


Figura 4.10 - Probabilidades de haver n clientes no sistema UM_1 em função do número de clientes

Fonte: O Autor

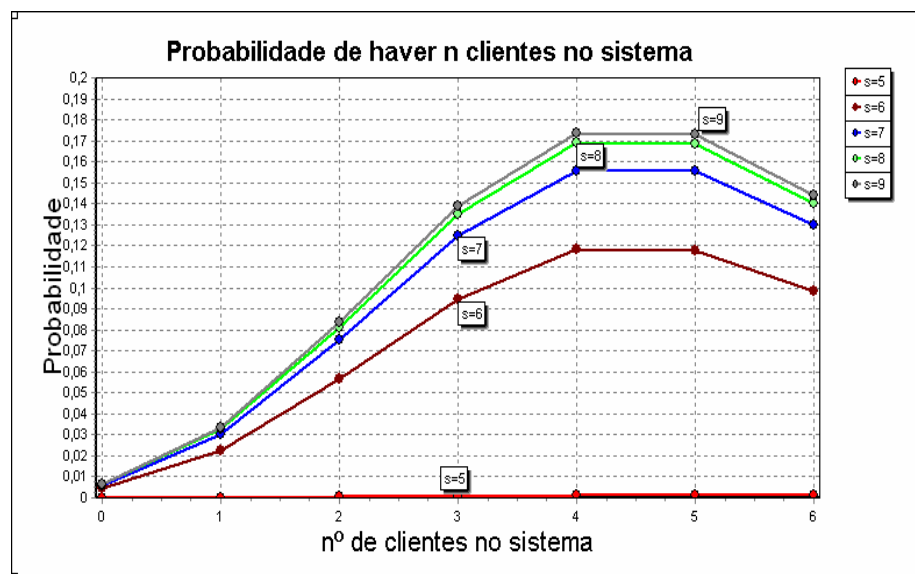


Figura 4.11 - Probabilidades de haver n clientes no sistema UM_2 em função do número de clientes

Fonte: O Autor

Verifica-se que para as duas unidades de manutenção a medida que aumenta-se o número de técnicos diminui a moda e média da distribuição do número de clientes. Na UM_1 existe uma diferença significativa entre dois e três técnicos, entretanto as distribuições para quantidades de técnicos superiores quase que se sobrepõem. Na UM_2 quase não existem probabilidades de encontrar de zero a seis clientes no sistema para cinco servidores, devido ao

alto fator de utilização (99,89%), em torno de 0,5%, o que podemos concluir que a probabilidade de que $P(n>6) = 1-0,005 = 0,995$.

4.1.1.3 Probabilidade de que todos os servidores estejam ocupados

A probabilidade de que todos os técnicos estejam ocupados representam um indicador interessante da utilização dos técnicos, que representa a probabilidade de que o número de clientes seja superior ou igual ao número de servidores, $P(n \geq s)$. É a probabilidade complementar de um equipamento entrar numa fila ao chegar no sistema. Na Tabela 4.9 tem-se os valores destas probabilidades.

Tabela 4.9 – Probabilidade de que todos os técnicos estejam ocupados das UM_1 e UM_2

S	P _{ocup1}	P _{ocup2}
1	-	-
2	0,0524194	-
3	0,0061337	-
4	0,0002675	-
5	7,181E-06	4,387E-07
6	1,325E-07	2,442E-06
7	1,784E-09	1,251E-07
8	1,83E-11	4,043E-09
9	1,475E-13	9,801E-11
10	9,59E-16	1,89E-12

S	P _{ocup1}	P _{ocup2}
11	5,134E-18	2,989E-14
12	2,302E-20	3,958E-16
13	8,766E-23	4,454E-18
14	2,872E-25	4,313E-20
15	8,177E-28	3,632E-22
16	2,042E-30	2,684E-24
17	4,511E-33	1,754E-26
18	8,872E-36	1,022E-28
19	1,564E-38	5,332E-31
20	2,485E-41	2,509E-33

As probabilidades de encontrar todos os servidores ocupados foram desprezíveis para a UM_2 , com uma interessante pequena elevação da probabilidade entre cinco e seis técnicos, que se deu devido a mudança de formato das distribuições ilustrada no tópico anterior.

Para UM_1 tem-se a probabilidade 5,2% para 2 técnicos, que significa que em 94,8% das vezes que os equipamentos falharem eles irão diretamente para reparo sem enfrentar filas, esta probabilidade cai abruptamente para 0,6% para três técnicos.

As probabilidades de encontrar todos os técnicos ocupados indicam que não existe tanta diferença entre o tempo gasto no sistema e o tempo em atendimento que serão ilustrados mais adiante. Estas probabilidades para UM_1 e para UM_2 estão ilustradas na Figura 4.12.



Figura 4.12 – Probabilidade de que todos os técnicos estejam ocupados das UM_1 e UM_2

Fonte: O Autor

4.1.1.4 Tamanhos e tempos médios da fila e do sistema (L , L_q , W , W_q)

Os indicadores de desempenho relacionados com o número médio de equipamentos e com tempo médio de espera tanto na fila quanto no sistema, serão estudados com mais detalhes neste tópico.

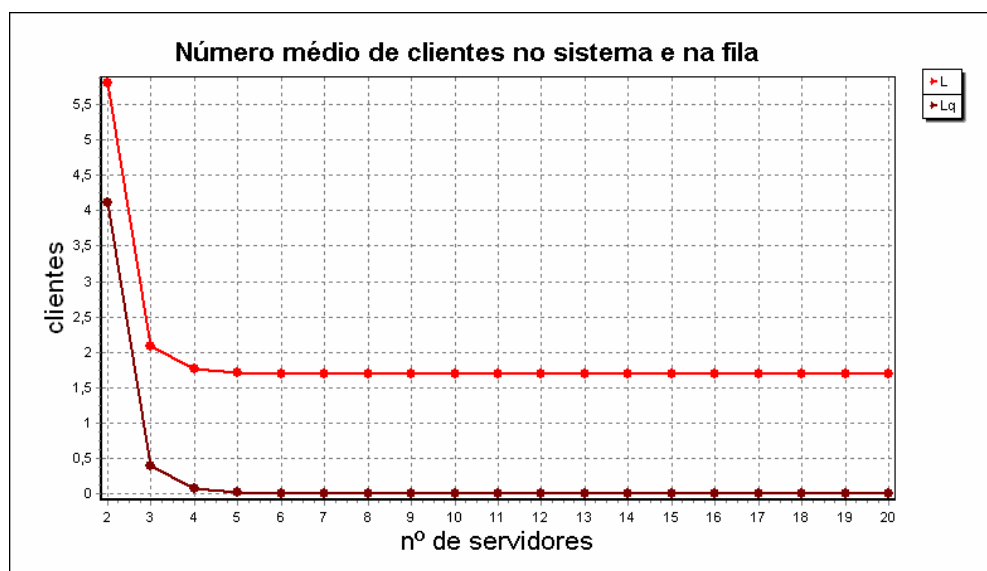


Figura 4.13 – Número médio de equipamentos no sistema e na fila da UM_1

Fonte: O Autor

A Figura 4.13 está representando o número médio de equipamentos na fila e no sistema para UM_1 e pode-se perceber que há um decréscimo significativo para um aumento até quatro

técnicos e depois não há diferenças significativas para aumento deste número. A curva do L começa com valores 5,8 clientes no sistema e está com uma diferença constante da curva do L_q , de aproximadamente 1,68, que inicialmente apresenta valores de 4,12 clientes na fila. Esta diferença constante se em virtude da Equação (2.35). Podemos ver os valores deste indicador com mais detalhes na Tabela 4.10.

A Figura 4.14 mostra que não há diferença significativa entre o número médio de clientes no sistema e na fila para UM_2 , pois ambas as curvas quase que se sobrepõem. É interessante observar que este número teve uma diferença bastante significativa entre 5 e 6 técnicos, em virtude da diferença da proximidade do fator de utilização de cinco técnicos a unidade. Para 5 técnicos temos um número médio de equipamentos no sistema de 910,5 equipamentos enquanto para 6 técnicos temos 7,9 equipamentos, o que significa uma redução de 115 vezes. Apesar de não ter uma noção da estabilidade por causa da distorção gráfica causada pelo número médio de clientes no sistema para 5 técnicos podemos ver na Tabela 4.11 mais detalhes onde para uma quantidade de técnicos superior a doze não tem diferenças significativas.



Figura 4.14 - Número médio de equipamentos no sistema e na fila da UM_2

Fonte: O Autor

Para os tempos médios gastos pelos clientes na fila e no sistema é apenas uma transformação de escala dos dois gráficos anteriores, de acordo com as fórmulas de *Little* nas Equações (2.17) e (2.18).

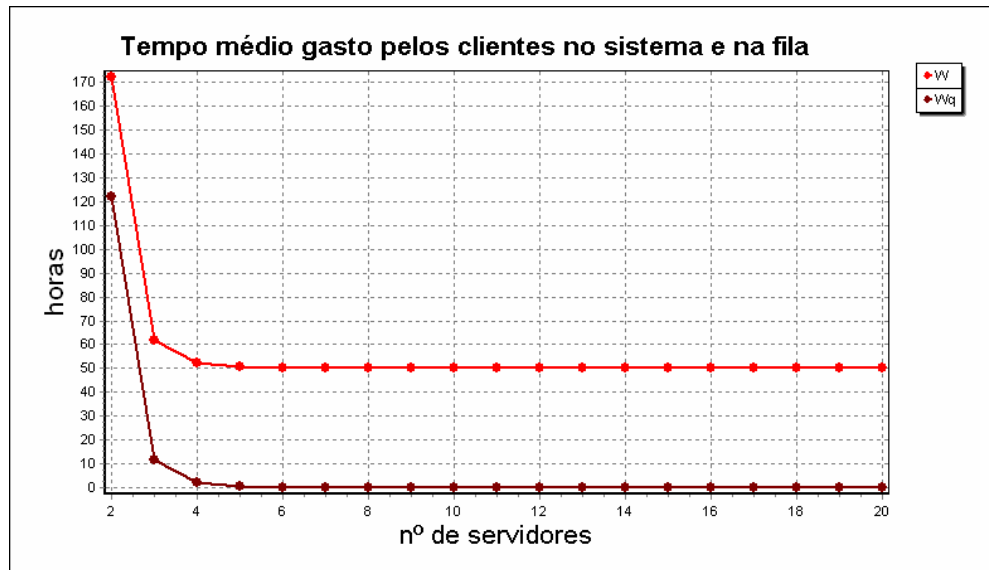


Figura 4.15 – Tempo médio gasto pelos equipamentos no sistema e na fila em UM_1

Fonte: O Autor



Figura 4.16 - Tempo médio gasto pelos equipamentos no sistema e na fila em UM_2

Fonte: O Autor

A Tabela 4.10 e a Tabela 4.11 apresentam os valores para os tamanhos e tempos médios da fila e do sistema (L , L_q , W , W_q) para UM_1 e para UM_2 respectivamente.

Tabela 4.10 - Tamanhos e tempos médios da fila e do sistema em UM_1

S	L	L_q	W	W_q
2	5,806466	4,121466	172,2987	122,2987
3	2,078485	0,393485	61,67611	11,67611
4	1,762052	0,077052	52,2864	2,286398

5	1,701045	0,016045	50,47611	0,476111
6	1,688199	0,003199	50,09493	0,094933
7	1,685592	0,000592	50,01758	0,01758
8	1,685101	0,000101	50,003	0,002998
9	1,685016	1,59E-05	50,00047	0,000471
10	1,685002	2,3E-06	50,00007	6,82E-05
11	1,685	3,09E-07	50,00001	9,15E-06
12	1,685	3,85E-08	50	1,14E-06
13	1,685	4,5E-09	50	1,33E-07
14	1,685	4,92E-10	50	1,46E-08

Tabela 4.11 - Tamanhos e tempos médios da fila e do sistema em UM_2

S	L	L_q	W	W_q
5	910,5792	905,5847	18231,64	18131,64
6	7,902978	2,908478	158,2336	58,23361
7	5,798491	0,803991	116,0975	16,09753
8	5,271122	0,276622	105,5385	5,538526
9	5,094322	0,099822	101,9986	1,998632
10	5,03029	0,03579	100,7166	0,716593
11	5,006955	0,012455	100,2494	0,249378
12	4,99866	0,00416	100,0833	0,083291
13	4,995826	0,001326	100,0266	0,026555
14	4,994903	0,000403	100,0081	0,008063
15	4,994616	0,000116	100,0023	0,00233
16	4,994532	3,2E-05	100,0006	0,000641
17	4,994508	8,4E-06	100,0002	0,000168
18	4,994502	2,1E-06	100	4,21E-05
19	4,994501	5,03E-07	100	1,01E-05
20	4,9945	1,15E-07	100	2,31E-06

4.1.2 Resultados

No gráfico ilustrado na Figura 4.17 pode-se visualizar o custo de espera (CE), o custo de serviço (CS) e o custo total (CT) para o número de técnicos associado. Para UM_1 o custo de espera decresce abruptamente de dois para três técnicos e depois sofre um leve decréscimo de três para quatro técnicos e em seguida aparenta não ter decréscimos significativos. O custo de serviço se apresenta de forma linear em relação ao número de técnicos, o que provoca um crescimento no custo total a partir de cinco servidores.

O custo de espera está representando o custo associado à perda da produção em consequência da indisponibilidade dos equipamentos.

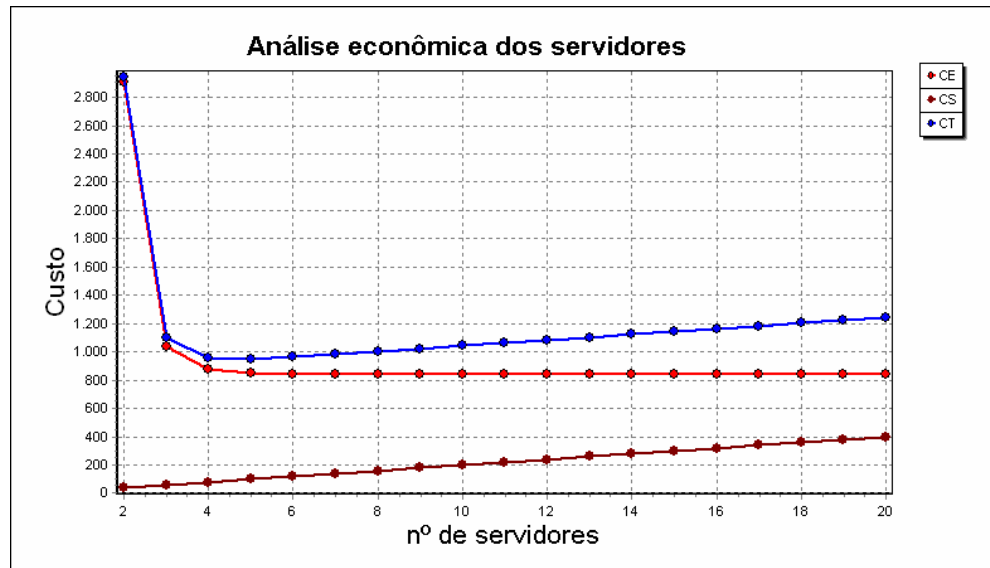


Figura 4.17 – Análise econômica dos servidores para UM_1

Fonte: O Autor

Para UM_2 pode-se visualizar na Figura 4.18 que tem-se um decréscimo bastante elevado do custo total de cinco para seis técnicos em consequência da proximidade da unidade do fator de utilização para cinco técnicos, o que distorce graficamente a concavidade da função do custo total. Já na Figura 4.19 pode-se ter uma melhor visualização dos valores dos custos de espera, dos custos de serviço e dos custos totais para uma quantidade de servidores superior a cinco.

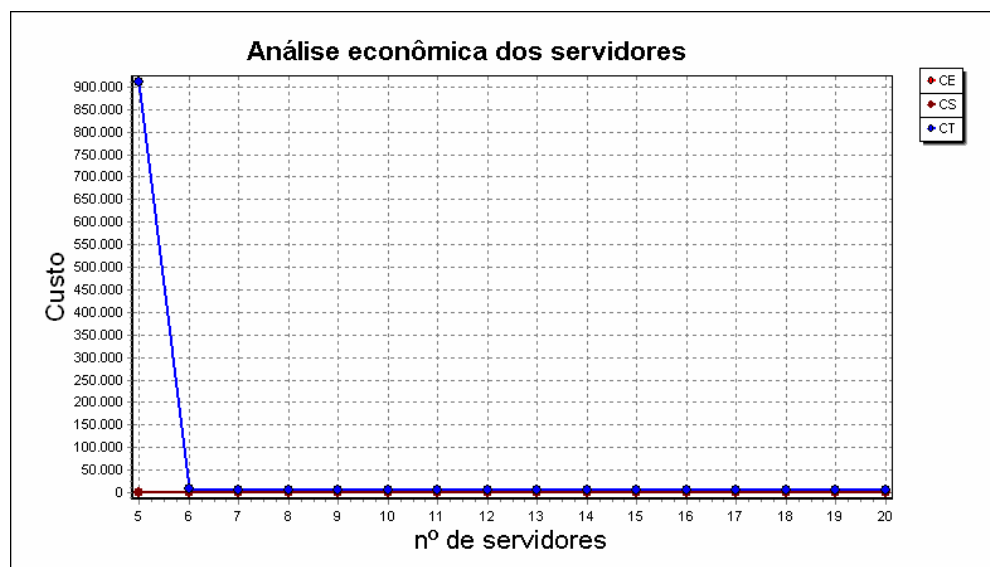


Figura 4.18 - Análise econômica dos servidores para UM_2

Fonte: O Autor

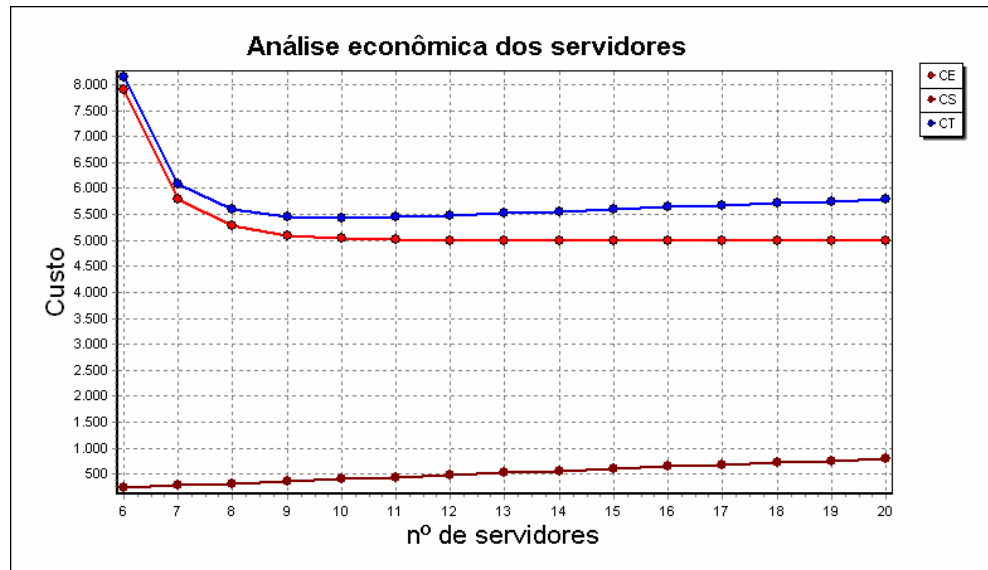


Figura 4.19 - Análise econômica dos servidores para UM_2 para $s > 5$

Fonte: O Autor

Através da Tabela 4.12 e da Tabela 4.13 pode-se avaliar o desempenho numérico das alternativas do número de técnicos, quanto ao que diz respeito aos custos incorridos da escolha dos respectivos números de técnicos, o custo total está agregando dois objetivos conflitantes, minimizar o tempo de espera, e minimizar o número de servidores, através dos custos unitários de espera (CE_u) e de serviço (CS_u).

Para UM_1 a alternativa que obteve melhor desempenho para o custo total foi $s_1 = 5$ técnicos que representa um custo tal de R\$ 950,52/hora.

Tabela 4.12 – Análise econômica dos servidores para UM_1

S	CS	CE	CT
2	40	2903,233	2943,233
3	60	1039,242	1099,242
4	80	881,0258	961,0258
5	100	850,5225	950,5225
6	120	844,0996	964,0996
7	140	842,7962	982,7962
8	160	842,5505	1002,551
9	180	842,5079	1022,508
10	200	842,5011	1042,501
11	220	842,5002	1062,5

S	CS	CE	CT
12	240	842,5	1082,5
13	260	842,5	1102,5
14	280	842,5	1122,5
15	300	842,5	1142,5
16	320	842,5	1162,5
17	340	842,5	1182,5
18	360	842,5	1202,5
19	380	842,5	1222,5
20	400	842,5	1242,5

Para UM_2 pode-se observar na Tabela 4.13, que a alternativa que obteve melhor desempenho foi $s_2 = 10$ técnicos que representa um custo total ótimo de R\$ 5430,29/hora.

Tabela 4.13 – Análise econômica dos servidores para UM_2

S	CS	CE	CT
5	200	910579,2	910779,2
6	240	7902,978	8142,978
7	280	5798,491	6078,491
8	320	5271,122	5591,122
9	360	5094,322	5454,322
10	400	5030,29	5430,29
11	440	5006,955	5446,955
12	480	4998,66	5478,66

S	CS	CE	CT
13	520	4995,826	5515,826
14	560	4994,903	5554,903
15	600	4994,616	5594,616
16	640	4994,532	5634,532
17	680	4994,508	5674,508
18	720	4994,502	5714,502
19	760	4994,501	5754,501
20	800	4994,5	5794,5

Na Tabela 4.14 tem-se um resumo das soluções ótimas para as duas unidades de manutenção UM_1 e UM_2 apresentando os valores dos indicadores analisados neste capítulo, é interessante observar que a solução ótima para UM_2 proporcionou um alto fator de utilização o que irá provocar uma probabilidade menor de encontrar um valor inferior ou igual a seis equipamentos.

Tabela 4.14 – Resumo das soluções ótimas

	$s_1^* = 5$	$s_2^* = 10$
λ	0,0337	0,049945
μ	0,02	0,01
ρ	0,337	0,49945
$P(n \leq 6)$	0,99641506	0,759646486
Pocup	7,18109E-06	1,88981E-12
L	1,701044953	5,030290247
Lq	0,016044953	0,035790247
W	50,47611136	100,7165932
Wq	0,47611136	0,716593189
CS	R\$ 100,00	R\$ 400,00
CE	R\$ 850,52	R\$ 5.030,29
CT	R\$ 950,52	R\$ 5.430,29

4.1.3 Análise de sensibilidade

Efetuada a análise de sensibilidade chega-se aos seguintes resultados ilustrados na Tabela 4.15. A partir desta Tabela, vê-se os valores dos percentuais que garantiam a mesma solução recomendada, o que de uma forma geral pode-se concluir que os parâmetros das distribuições exponenciais para as falhas dos equipamentos e para os tempos de reparo se mostraram sensíveis, uma vez que a estrutura de custos associada poderia sofrer variações tanto positivas quanto negativas de 20% isoladamente que não alterariam a solução ótima analisada para as duas unidades de manutenção. Conseqüentemente cabe ao decisor analisar se irá utilizar um cenário pessimista ou um otimista podendo dimensionar a quantidade de

técnicos de manutenção, sabendo dos riscos que ele está disposto a assumir em virtude da sua escolha.

Tabela 4.15 – Sensibilidade de variação dos parâmetros

% de Variação			
λs_1	0,0337	+20%	-5%
μ_1	0,02	+5%	-15%
CS_{u1}	20,00	6,42	30,50
CE_{u1}	500,00	327,83	1156,94
λs_2	0,049945	+5%	-5%
μ_2	0,01	+5%	-5%
CS_{u2}	40,00	23,34	64,03
CE_{u2}	1000,00	624,69	1714,20

A taxa de falhas do sistema para UM_1 , λs_1 se mostrou robusta pra variações positivas em até 20%, pois não implicou em mudança dos resultados, entretanto se mostrou sensível em variações negativas a partir de -10%, mudando a solução de 5 técnicos para 4, o que pode representar uma decisão adequada em um cenário pessimista para a taxa de falhas.

A taxa de falhas do sistema para UM_2 , λs_2 se mostrou relativamente sensível pra variações positivas em até 5% e negativas até -5%, pois não implicou em mudança dos resultados, entretanto se mostrou sensível para variações superiores, mudando a solução de 10 técnicos para 11 variando a taxa de falhas positivamente e para 9 e 8 variando negativamente.

A taxa de reparo do sistema para UM_1 , μ_1 se mostrou sensível pra variações positivas em até 5%, pois implicou em mudança dos resultados de 5 para 4 técnicos, entretanto se mostrou relativamente robusta em variações negativas a partir de -15%, mudando a solução de 5 técnicos para 6, o que pode representar uma decisão adequada para um cenário pessimista da taxa de reparo.

A taxa de reparo do sistema para UM_2 , μ_2 se mostrou relativamente sensível pra variações positivas em até 5% e negativas até -5%, pois não implicou em mudança dos resultados, entretanto se mostrou sensível para variações superiores, mudando a solução de 10 técnicos para 9 variando a taxa de reparo positivamente e para 11 e 12 variando negativamente.

O custo unitário dos técnicos para UM_1 , CS_{u1} se mostrou completamente robusto, pois esta solução permanecerá ótima mesmo que o custo varie em torno dos limites [6,42; 30,50] o que representa um percentual de [-68%; +53%], não implicando em mudança dos resultados, permanecendo o número de 5 técnicos. O CS_{u2} se mostrou completamente robusto, obtendo o

seguinte intervalo de variação [23,34; 64,03] correspondendo aos seguintes percentuais [-42%; +60%].

O custo de perda da produção representado pelo custo unitário de espera por equipamento para UM_1 , CE_{u1} se mostrou completamente robusto para variações no intervalo [327,83; 1556,94] correspondendo aos seguintes percentuais [-34%; +212%]. Para CE_{u2} se mostrou completamente robusto para variações no intervalo [624,69; 1714,16] correspondendo aos seguintes percentuais [-38%; +71%].

Algumas tabelas de cálculo podem ser visualizadas nos anexos.

4.2 Modelo de Decisão com Prioridades

Para fins de utilização, visualização do modelo de decisão com prioridades e uma comparação com o modelo básico vamos assumir um problema que tenha as mesmas características do apresentado na aplicação numérica do modelo básico, entretanto podemos perceber que deseja-se verificar o impacto no custo total caso seja estabelecido classes de prioridades, pois percebe-se que existe uma certa variação nos valores dos custos de espera unitários dos tipos de equipamentos, que no modelo básico pode ter sido calculado pela média desses custos. Suponha que os custos de espera unitários sejam os que estão apresentados na Tabela 4.16 e na Tabela 4.17. Podemos perceber que o custo médio de espera unitário dos equipamentos é o mesmo da aplicação numérica do modelo básico.

Tabela 4.16 – Custos de espera unitários dos equipamentos da UM_1








Equipamentos	CE_u	Prioridade
 Eq_{11}	R\$ 800,00	1
 Eq_{12}	R\$ 550,00	2
 Eq_{13}	R\$ 350,00	3
 Eq_{14}	R\$ 300,00	4

Tabela 4.17 – Custos de espera unitários dos equipamentos da UM_2

Equipamentos	CE_u	Prioridade
 Eq_{21}	R\$ 1200,00	1
 Eq_{22}	R\$ 1000,00	2
 Eq_{23}	R\$ 800,00	3

Para utilização do modelo com prioridades será necessário o estabelecimento das categorias de prioridades para os tipos de equipamentos, que nada mais é do que uma ordem decrescente dos custos de espera unitários, ou seja, quanto mais caro se paga pela indisponibilidade dos equipamentos maior será sua prioridade. Entende-se por prioridade máxima valor igual a um, as demais prioridades são representadas pelos inteiros seguintes. Será necessário o cálculo das taxas de falhas para cada categoria de prioridade que é obtida analogamente a taxa de falhas do sistema, só que o sistema está caracterizado pela categoria de prioridade.

4.2.1 Resultados

De acordo com o modelo apresentado no capítulo anterior e partindo do que já foi realizado no modelo básico devemos seguir para o cálculo do custo total onde a parcela do custo de espera pode ser obtida através da Equação (3.21). Assim temos o número médio de equipamentos no sistema L_k para cada categoria de prioridade, o número médio de clientes no sistema independente de categoria L , o custo de espera CE , o custo de serviço CS e o custo total ilustrados na Tabela 4.18 para UM_1 e na Tabela 4.19 para UM_2 .

Tabela 4.18 – Cálculo do custo total para as alternativas da UM_1

s	L_1	L_2	L_3	L_4	L	CE	CS	CT
2	0,330119	0,892121	0,510469	4,073757	5,806466	2.155,55	40,00	2.195,55
3	0,255498	0,602775	0,276839	0,943373	2,078485	915,83	60,00	975,83
4	0,236458	0,543172	0,239954	0,742467	1,762051	794,64	80,00	874,64
5	0,231522	0,529092	0,23213	0,708301	1,701045	769,95	100,00	869,95
6	0,230327	0,525853	0,23043	0,70159	1,6882	764,61	120,00	884,61
7	0,230063	0,525162	0,23008	0,700286	1,685591	763,50	140,00	903,50
8	0,230011	0,525028	0,230014	0,700048	1,685101	763,29	160,00	923,29
9	0,230002	0,525004	0,230002	0,700007	1,685015	763,26	180,00	943,26
10	0,23	0,525001	0,23	0,700001	1,685002	763,25	200,00	963,25
11	0,23	0,525	0,23	0,7	1,685	763,25	220,00	983,25
12	0,23	0,525	0,23	0,7	1,685	763,25	240,00	1.003,25
13	0,23	0,525	0,23	0,7	1,685	763,25	260,00	1.023,25
14	0,23	0,525	0,23	0,7	1,685	763,25	280,00	1.043,25

Tabela 4.19 – Cálculo do custo total para as alternativas da UM_2

s	L_1	L_2	L_3	L	CE	CS	CT
5	1,399879	4,948231	904,2311	910,5792	730.012,96	200,00	730.210,00
6	1,247502	3,31277	3,342705	7,902977	7.483,94	240,00	7.723,94
7	1,175101	2,827246	1,796144	5,798491	5.674,28	280,00	5.954,28
8	1,14093	2,649279	1,480913	5,271122	5.203,13	320,00	5.523,13
9	1,125309	2,579821	1,389192	5,094322	5.041,55	360,00	5.401,55
10	1,118497	2,552625	1,359168	5,03029	4.982,16	400,00	5.382,16
11	1,115688	2,542251	1,349016	5,006955	4.960,29	440,00	5.400,29
12	1,114597	2,538454	1,345609	4,99866	4.952,46	480,00	5.432,46
13	1,114199	2,537131	1,344496	4,995826	4.949,77	520,00	5.469,77
14	1,114063	2,536693	1,344147	4,994903	4.948,89	560,00	5.508,89
15	1,114019	2,536556	1,344041	4,994616	4.948,61	600,00	5.548,61
16	1,114005	2,536516	1,344011	4,994532	4.948,53	640,00	5.588,53
17	1,114001	2,536504	1,344003	4,994508	4.948,51	680,00	5.628,51
18	1,114	2,536501	1,344001	4,994502	4.948,50	720,00	5.668,502
19	1,114	2,5365	1,344	4,9945	4.948,50	760,00	5.708,5005

20	1,114	2,5365	1,344	4,9945	4.948,50	800,00	5748,5001
21	1,114	2,5365	1,344	4,9945	4.948,50	840,00	5788,5
22	1,114	2,5365	1,344	4,9945	4.948,50	880,00	5828,5
23	1,114	2,5365	1,344	4,9945	4.948,50	920,00	5868,5

Um resultado interessante no uso de prioridades é que se consegue obter um custo total menor do que o caso sem prioridades em virtude das diferenças dos custos de espera unitários que justificam tal priorização, apesar de neste exemplo a solução ótima não se alterar.

Podemos ver as evoluções dos custos na Figura 4.20, na Figura 4.21 e na Figura 4.22.

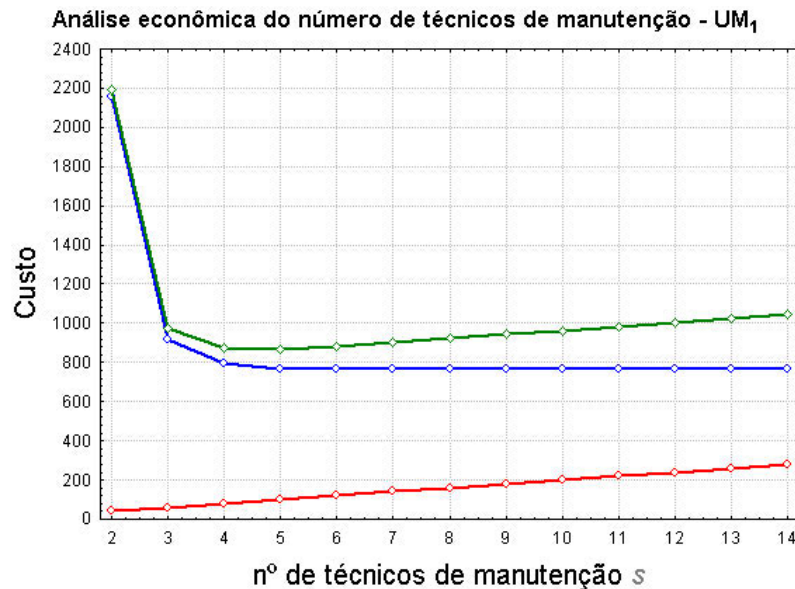


Figura 4.20 – Análise econômica dos servidores para UM₁

Fonte: O Autor

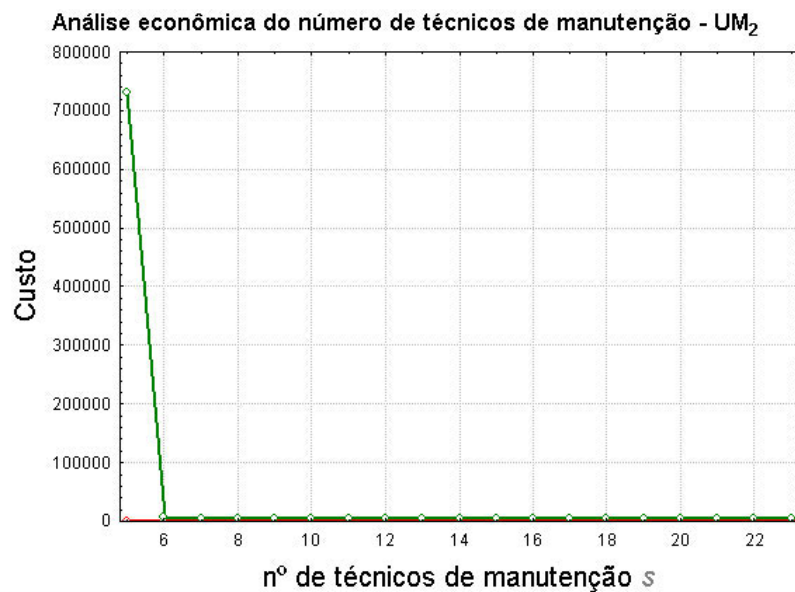


Figura 4.21 – Análise econômica dos servidores para UM₂

Fonte: O Autor

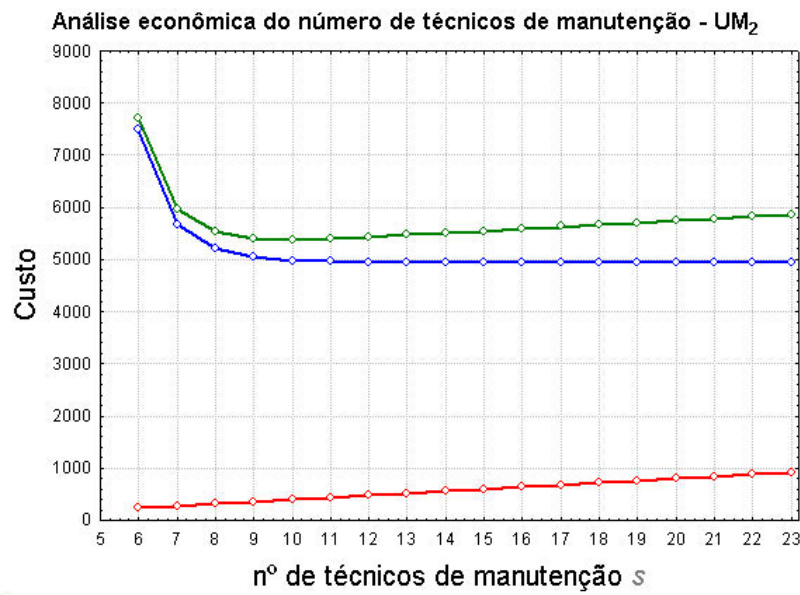


Figura 4.22 – Análise econômica dos servidores para UM₂ para $s > 5$

Fonte: O Autor

4.2.2 Análise de sensibilidade

Segue abaixo os percentuais de variação para os quais a solução ótima não se alterou. Para maiores detalhes as tabelas de cálculo se encontram nos anexos.

Tabela 4.20 – Sensibilidade de variação dos parâmetros

% de Variação			
λs_1	0,0337	+20%	<-5%
μ_1	0,02	<+5%	-20%
CS_{u1}	20,00	+20%	-20%
CE_{u1}	-	+20%	-15%
λs_2	0,049945	+5%	-5%
μ_2	0,01	+5%	-5%
CS_{u2}	40,00	+20%	-20%
CE_{u2}	-	+20%	-20%

4.3 Modelo de Decisão com Uso do Conhecimento a Priori

4.3.1 Incerteza em λs

Para uma visualização da aplicação do modelo de decisão com uso do conhecimento a priori considerando a incerteza sobre λs , vamos supor que tem-se as mesmas características do problema do modelo básico, porém o valor de λs é desconhecido, logo será necessário extrair essa informação do especialista através de uma distribuição de probabilidade. A

edução do conhecimento a priori não é o foco deste trabalho, assumi-se que será utilizado algum instrumento para obtenção da distribuição de probabilidade que possa representar esta informação. Depois de realizado um processo de educação adequado verificou-se que a distribuição weibull se ajustaria como uma boa representação da distribuição a priori sobre a taxa de falhas do sistema, fato muito comum devido a sua flexibilidade. A distribuição do conhecimento a priori sobre a taxa de falhas do sistema $\pi(\lambda s)$ para UM_1 é ilustrada a seguir através da Figura 4.23, uma distribuição weibull com $\beta = 5,2$ e $\eta = 0,03728$, e para UM_2 temos $\beta = 11,3$ e $\eta = 0,05154$ ilustrado na Figura 4.24.

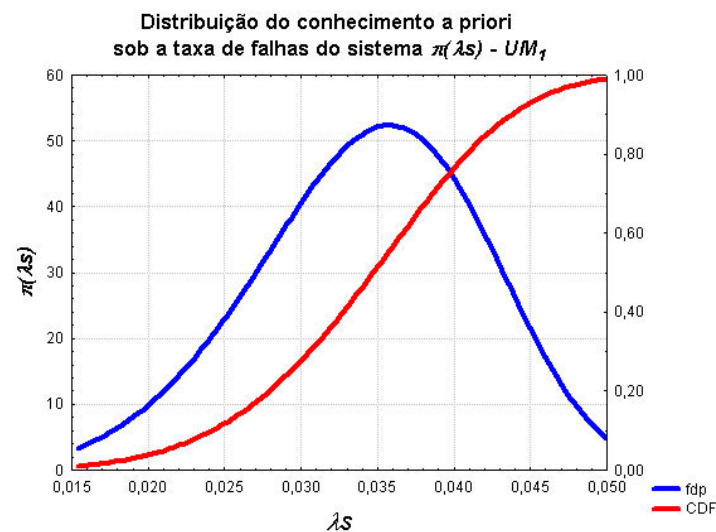


Figura 4.23 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de falhas do sistema $\pi(\lambda s)$ - UM_1

Fonte: O Autor

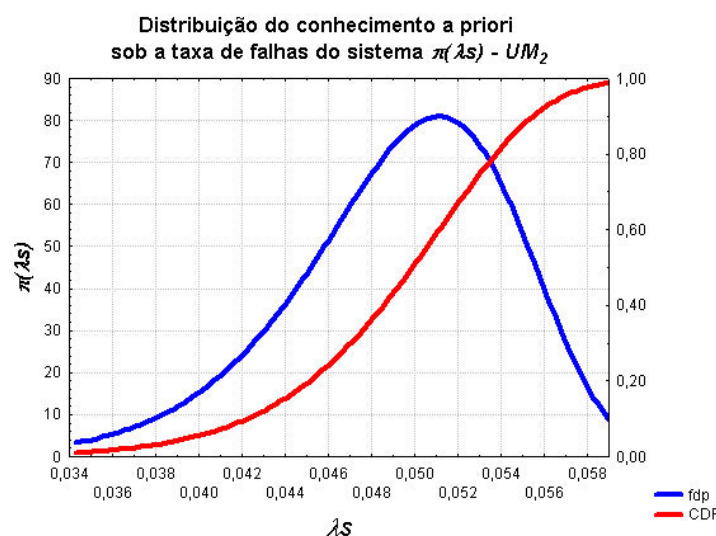


Figura 4.24 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de falhas do sistema $\pi(\lambda s)$ - UM_2

Fonte: O Autor

Com a distribuição a priori sob a taxa de falhas em mãos, deve-se determinar o intervalo $[s_{\min}, s_{\max}]$. Para o cálculo do s_{\min} , seleciona-se o número de servidores que satisfará a condição de estacionariedade com probabilidade de 99%, logo precisamos calcular o valor de λ_{\max} , através da função inversa da weibull. Para UM_1 tem-se $\lambda_{\max} = 0,05$, substituindo o valor de λ_{\max} em λ na equação para determinação do s_{\min} do modelo básico, tem-se que $s_{\min} = 3$, pois $0,05/0,02 = 2,5$. Para UM_2 tem-se $\lambda_{\max} = 0,059$, substituindo o valor de λ_{\max} em λ na equação para determinação do s_{\min} do modelo básico, tem-se que $s_{\min} = 6$, pois $0,059/0,01 = 5,9$.

Para determinação do s_{\max} deve-se proceder da mesma forma do modelo básico através da Equação (3.13), utilizando o valor esperado do valor da taxa de falhas do sistema λ_s , efetuando o cálculo chega-se ao valor de $s_{\max} = 14$ na UM_1 e $s_{\max} = 23$ na UM_2 .

Como etapa final do modelo com uso do conhecimento a priori vamos efetuar o cálculo do risco das ações no intervalo das alternativas já determinadas no passo anterior. Assim tem-se:



Figura 4.25 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM_1

Fonte: O Autor



Figura 4.26 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₂

Fonte: O Autor

Tabela 4.21 – Risco das quantidades de servidores para UM₁ e UM₂

s	R(s)
3	1207,99
4	977,60
5	952,50
6	962,03
7	979,33
8	998,42
9	1017,91
10	1037,49
11	1057,09
12	1076,69
13	1096,29
14	1115,89

S	R(s)
6	9478,43
7	6013,58
8	5451,88
9	5298,62
10	5268,30
11	5281,78
12	5311,60
13	5347,48
14	5385,55
15	5424,38
16	5463,47
17	5502,63
18	5541,82
19	5581,02
20	5620,22
21	5659,42
22	5698,62
23	5737,82

4.3.2 Análise de sensibilidade

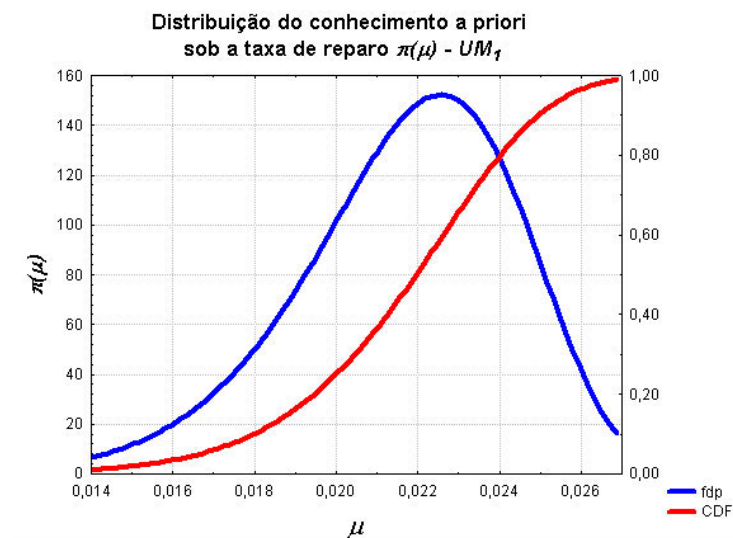
Pode-se perceber a partir da Tabela 4.22 a sensibilidade dos parâmetros envolvidos na decisão.

Tabela 4.22 – Sensibilidade de variação dos parâmetros

% de Variação				
λs_1	β	5,2	+20%	+20%
	η	0,03728	+10%	-15%
μ_1		0,02	+15%	-10%
CS_{u1}		20,00	+20%	-20%
CE_{u1}		-	+20%	-20%
λs_2	β	11,3	+20%	+20%
	η	0,05154	+5%	-5%
μ_2		0,01	+5%	-5%
CS_{u2}		40,00	+20%	-20%
CE_{u2}		-	+20%	-20%

4.3.3 Incerteza em μ

Considerando a incerteza sobre μ , supõe-se que se tem as mesmas características do problema do modelo básico, porém o valor de μ é desconhecido. O modelo com incerteza em μ é um pouco semelhante ao modelo com incerteza em λs , sendo que agora será necessário extrair essa informação do especialista através de uma distribuição de probabilidade sobre a taxa de reparo ao invés da taxa de falhas do sistema. Depois de realizado um processo de educação adequado também verifica-se que a distribuição weibull se ajusta como uma boa representação da distribuição a priori sobre a taxa de reparo. A distribuição do conhecimento a priori sobre a taxa de reparo $\pi(\mu)$ para UM_1 é ilustrada a seguir através da Figura 4.27, uma distribuição weibull com $\beta = 9,4$ e $\eta = 0,02284$, para UM_2 temos $\beta = 10,7$ e $\eta = 0,01153$ ilustrado na Figura 4.28.

Figura 4.27 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de reparo $\pi(\mu)$ - UM_1

Fonte: O Autor

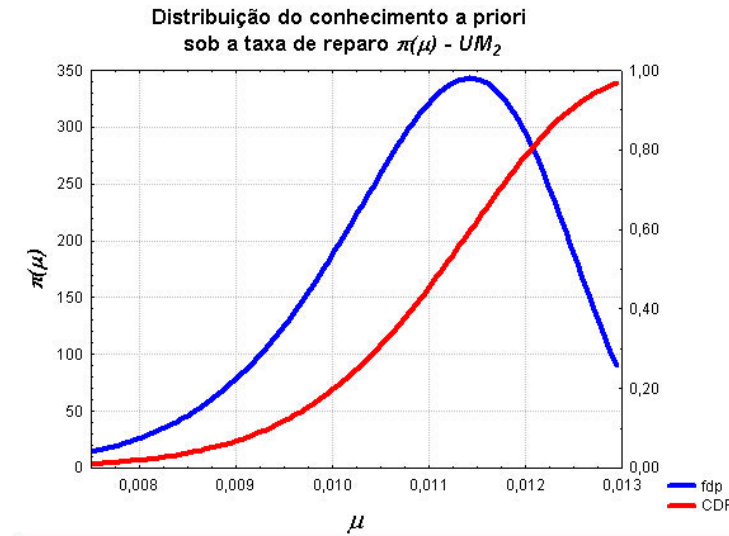


Figura 4.28 - Distribuição do conhecimento a priori sob a taxa de reparo $\pi(\mu) - UM_2$

Fonte: O Autor

A etapa seguinte após obtenção da distribuição a priori sob a taxa de reparo é determinar o intervalo $[s_{\min}, s_{\max}]$. Para o cálculo do s_{\min} seleciona-se o número de servidores que satisfará a condição de estacionariedade com probabilidade de 99%, logo precisamos calcular o valor de μ_{\min} , através da função inversa da weibull. Para UM_1 temos $\mu_{\min} = 0,014$, substituindo o valor de μ_{\min} em μ na equação para determinação do s_{\min} do modelo básico, temos que $s_{\min} = 3$, pois $0,0337/0,014 = 2,4$. Para UM_2 tem-se $\mu_{\min} = 0,0075$, substituindo o valor de μ_{\min} em μ na equação para determinação do s_{\min} do modelo básico, tem-se que $s_{\min} = 7$, pois $0,049945/0,0075 = 6,66$.

Para determinação do s_{\max} deve-se proceder da mesma forma do modelo básico através da Equação (3.13), utilizando o valor esperado do valor da taxa de reparo μ , efetuando o cálculo chega-se ao valor de $s_{\max} = 14$ na UM_1 e $s_{\max} = 23$ na UM_2 .

Efetuando o cálculo do risco das ações no intervalo das alternativas já determinadas no passo anterior. Assim temos:

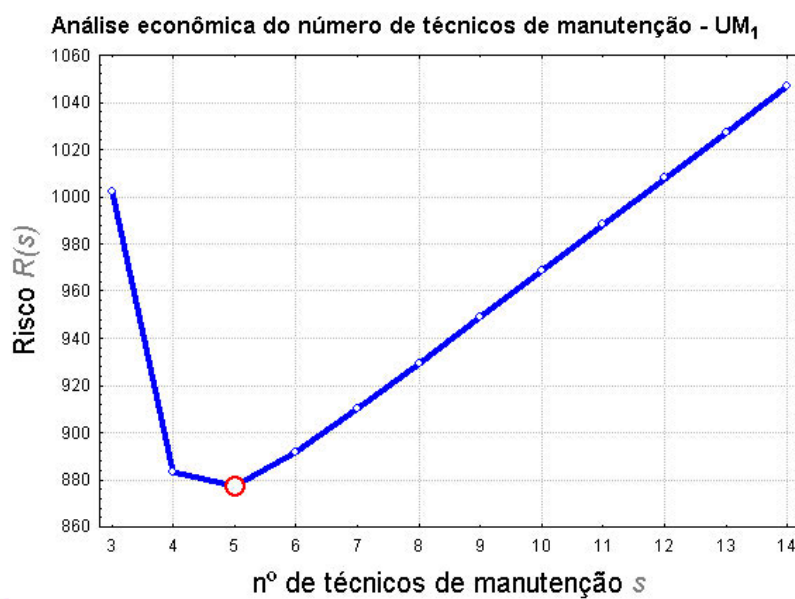


Figura 4.29 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₁

Fonte: O Autor

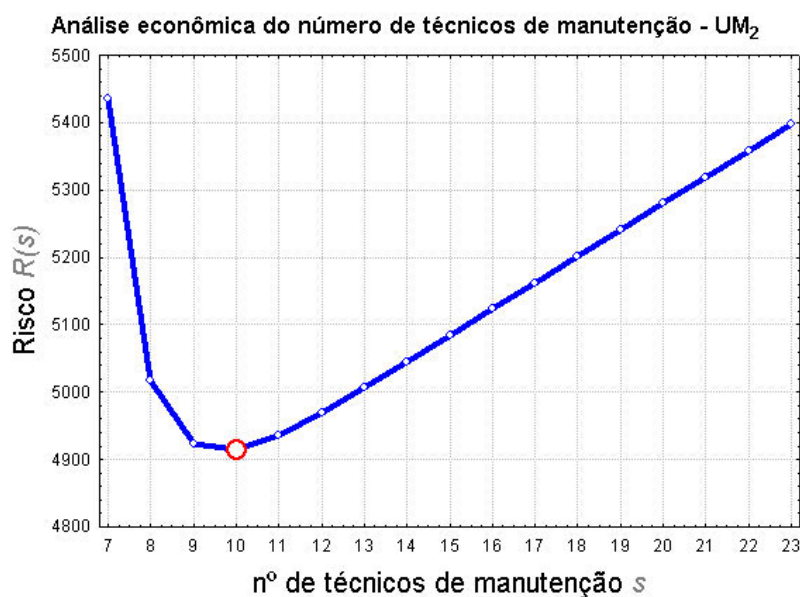


Figura 4.30 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM₂

Fonte: O Autor

Tabela 4.23 – Risco das quantidades de servidores para UM₁ e UM₂

s	R(s)
3	1002,08
4	883,58
5	877,40
6	891,58

S	R(s)
7	5436,26
8	5018,36
9	4922,85
10	4914,64

7	910,06	11	4936,65
8	929,44	12	4969,67
9	949,00	13	5006,71
10	968,59	14	5045,17
11	988,19	15	5084,13
12	1007,79	16	5123,25
13	1027,39	17	5162,43
14	1046,99	18	5201,62
		19	5240,82
		20	5280,02
		21	5319,22
		22	5358,42
		23	5397,62

4.3.4 Análise de sensibilidade

Pode-se perceber a partir da Tabela 4.24 a sensibilidade dos parâmetros envolvidos na decisão.

Tabela 4.24 – Sensibilidade de variação dos parâmetros

% de Variação			
λs_1	0,0337	+20%	-5%
μ_1	β	9,4	+20%
	η	0,02284	+5%
CS_{u1}	20,00	+20%	-20%
CE_{u1}	500,00	+20%	-20%
λs_2	0,49945	+10%	<-5%
μ_2	β	10,7	+20%
	η	0,01153	<+5%
CS_{u2}	40,00	+20%	-20%
CE_{u2}	1000,00	+20%	-15%

4.3.5 Incerteza em λ e μ

Na aplicação deste modelo supõe-se que tanto a taxa de falhas do sistema quanto a taxa de reparo da equipe de manutenção são desconhecidas e que a informação que temos destes parâmetros são as distribuições de probabilidades apresentadas nos tópicos anteriores, lembrando tem-se, a distribuição do conhecimento a priori sobre a taxa de falhas do sistema $\pi(\lambda s)$ para UM_1 é uma distribuição weibull com $\beta = 5,2$ e $\eta = 0,03728$, e para UM_2 tem-se $\beta = 11,3$ e $\eta = 0,05154$. A distribuição da taxa de reparo $\pi(\mu)$ para UM_1 é uma distribuição weibull com $\beta = 9,4$ e $\eta = 0,02284$, para UM_2 temos $\beta = 10,7$ e $\eta = 0,01153$.

A determinação do intervalo para este modelo possui algumas diferenças. Para o cálculo do s_{\min} seleciona-se o número de servidores que satisfará a condição de estacionariedade com probabilidade de 99%, logo calcula-se o valor de λs_{\max} e μ_{\min} , através da função inversa da

weibull. Para UM_1 tem-se $\lambda s_{m\acute{a}x} = 0,05$ e $\mu_{m\acute{i}n} = 0,014$, substituindo os valores de $\lambda s_{m\acute{a}x}$ em λs e $\mu_{m\acute{i}n}$ em μ na equação para determinação do $s_{m\acute{i}n}$ do modelo básico, tem-se que $s_{m\acute{i}n} = 4$, pois $0,05/0,014 = 3,57$. Para UM_2 tem-se $\lambda s_{m\acute{a}x} = 0,05$ e $\mu_{m\acute{i}n} = 0,0075$, substituindo os valor da mesma forma que na UM_1 tem-se que $s_{m\acute{i}n} = 7$, pois $0,049945/0,0075 = 6,66$.

Para determinação do $s_{m\acute{a}x}$ deve-se proceder da mesma forma do modelo básico através da Equação (3.13), utilizando o valor esperado do valor da taxa de falhas do sistema λs e da taxa de reparo μ , efetuando o cálculo chega-se ao valor de $s_{m\acute{a}x} = 14$ na UM_1 e $s_{m\acute{a}x} = 23$ na UM_2 .

Prosseguindo com o cálculo do risco das alternativas estabelecidas no intervalo

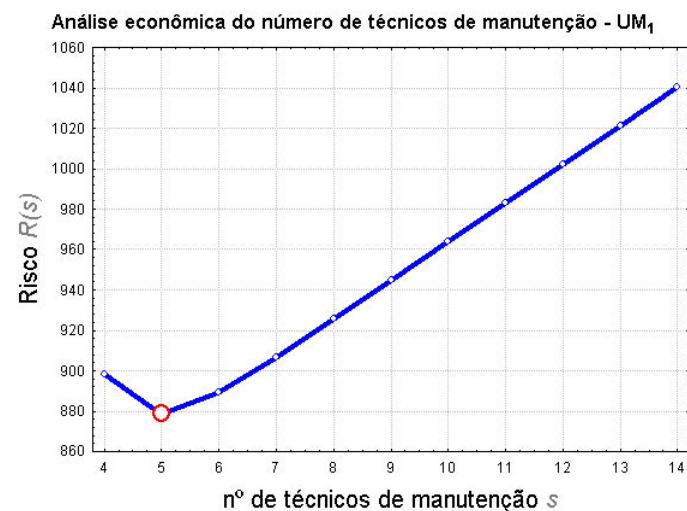


Figura 4.31 – Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM_1

Fonte: O Autor

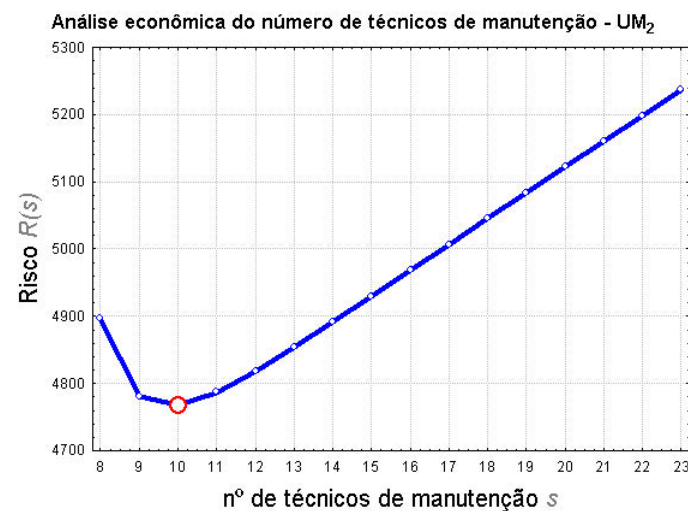


Figura 4.32 - Análise econômica do número de técnicos de manutenção – UM_2

Fonte: O Autor

Tabela 4.25 - Risco das quantidades de servidores para UM_1 e UM_2

s	R(s)
4	898,21
5	878,81
6	889,46
7	906,69
8	925,45
9	944,56
10	963,75
11	982,95
12	1002,16
13	1021,36
14	1040,57

s	R(s)
8	4896,55
9	4781,35
10	4767,61
11	4786,98
12	4818,40
13	4854,29
14	4891,81
15	4929,92
16	4968,24
17	5006,62
18	5045,03
19	5083,44
20	5121,85
21	5160,27
22	5198,69
23	5237,10

4.3.6 Análise de sensibilidade

Pode-se perceber a partir da Tabela 4.26 a sensibilidade dos parâmetros envolvidos na decisão.

Tabela 4.26 – Sensibilidade de variação dos parâmetros

% de Variação				
λS_1	β	5,2	+20%	+20%
	η	0,03728	+15%	-20%
μ_1	β	9,4	+20%	+20%
	η	0,02284	+20%	-10%
CS_{u1}		20,00	+20%	-20%
CE_{u1}		500,00	+20%	-20%
λS_2	β	11,3	+20%	+20%
	η	0,05154	+5%	-20%
μ_2	β	10,7	+20%	+20%
	η	0,01153	+20%	-5%
CS_{u2}		40,00	+20%	-20%
CE_{u2}		1000,00	+20%	-20%

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 Considerações Finais

O dimensionamento de equipes de manutenção é uma questão que se reveste de suma importância, uma vez que a escassez de recursos restringe a possibilidade de se dispor de uma quantidade superdimensionada de técnicos de manutenção, até por que uma suposta quantidade superdimensionada elevará os custos totais. Assim, o dimensionamento adequado das equipes de manutenção contribui de forma significativa para obtenção do retorno ótimo desta decisão, melhor manutenção dos níveis de qualidade do produto pelo seu impacto sobre a disponibilidade das instalações e, conseqüentemente, sobre a continuidade do serviço, aspectos cada vez mais exigidos pela sociedade em geral.

O estudo desenvolvido permite ao decisor um suporte à decisão, fundamentado em um modelo estruturado que agrega os conhecimentos disponíveis sobre as características das falhas dos equipamentos, de caráter puramente aleatório, que se comportam como clientes no modelo de filas e aspectos da manutenibilidade do sistema, no que diz respeito aos tempos de atendimento dos servidores, os técnicos de manutenção.

Verifica-se no modelo de manutenção analisado falhas em sistema reparáveis através dos indicadores de desempenho, com mais detalhes na aplicação numérica, que existe uma quantidade limite de técnicos que a partir dela já não se obtém ganhos significativos de disponibilidade do sistema, deve-se optar por uma cota superior da quantidade de técnicos que se deve analisar.

Usando o objetivo de minimizar o custo total, que agrega os custos de espera e os custos de serviço, os resultados analíticos mostram que um dimensionamento de equipes pode atingir um ponto de ótimo que balanceia a estrutura de manutenção com a indisponibilidade do sistema, representando a eventual perda de produção.

Surpreendentemente verificou-se na análise de sensibilidade que elevadas variações na estrutura de custos não provocaram mudanças nas soluções ótimas.

Em muitas situações práticas, verifica-se a viabilidade de assumir hipóteses levantadas na estruturação do modelo, o que de certa forma influencia positivamente na utilidade do modelo apresentado.

Outra contribuição do estudo tem sido integrar conceitos de uma abordagem clássica de pesquisa operacional, a teoria das filas, com elementos da engenharia da manutenção, como a

confiabilidade e manutenibilidade. O resultado do modelo tem importantes implicações para o projeto de alguns sistemas de produção.

O estabelecimento de prioridades para equipamentos foi outra forma que a estrutura de manutenção foi analisada, onde os equipamentos que processam atividades que não tem folga têm maior prioridade, conseqüentemente obtendo uma menor perda de produção.

A maior contribuição deste trabalho é a incorporação de conceitos de teoria da decisão a estrutura clássica da teoria das filas, permitindo a implementação do uso do conhecimento a priori do especialista. Em virtude de determinadas circunstâncias a incerteza sobre os parâmetros da taxa de falhas e da taxa de reparo se fazer presente, pois a situação onde não se dispõe de dados ou dados não confiáveis, podendo modelar a incerteza sobre os parâmetros a serem estimados.

5.2 Sugestões para Futuros Trabalhos

Como sugestões para trabalhos futuros podemos recomendar:

- Incorporar a presença de equipamentos sobressalentes na modelagem do problema, uma vez que o custo de sobressalentes poderá proporcionar uma elevação da disponibilidade do sistema;
- Em muitas situações práticas, verifica-se que uma forma de obter um ganho no aproveitamento das equipes seria através de uma estrutura de técnicos variável, quando viável esta variação pode resultar em uma grande redução dos custos, esta estrutura sofreria variações de acordo com a demanda;
- Em alguns casos devido a uma pequena quantidade de equipamentos podemos representar os equipamentos através de uma população finita, pois a pequena quantidade irá influenciar de forma significativa a chegada dos equipamentos;
- A hipótese de que as falhas e os reparos são exponencialmente distribuídos pode não ser satisfeita e pode-se tentar avançar em futuras pesquisas no desenvolvimento de modelos analíticos utilizando outras distribuições de probabilidade.;
- Em virtude da complexidade de inúmeros sistemas de filas, recomenda-se a aplicação de simulações, podendo apresentar resultados interessantes para os indicadores de desempenho;
- A forma de agregação dos custos de espera e de serviço pode ser realizado por métodos de apoio multicritério a decisão, devido a subjetividade presente nestes

custos e a necessidade do estabelecimento das preferências do decisor que poderá julgar sua estrutura de valores em relação aos critérios custo e tempo de espera.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKSIN, O. Z. e HARKER, P. T. *Capacity sizing in the presence of a common shared resource - Dimensioning an inbound call center*. European Journal of Operational Research, v.147, n.3, p.464-483. 2003.
- ALMEIDA, A. T., FERREIRA H. L., CAVALVANTI A. M., Confiabilidade e Manutenibilidade na Manutenção. In ALMEIDA, A. T. & SOUZA, F. C. M., *Gestão da Manutenção na Direção da Competitividade*. Recife: Ed UFPE, 2001. p. 11-41.
- ANTONIOL, G., CASAZZA, G., *et al.* *A queue theory-based approach to staff software maintenance centers*. Conference on Software Maintenance, 2001. 510-519 p.
- ARMERO, C. e BAYARRI, M. J.. *Dealing with uncertainties in queues and networks queues: a bayesian approach*. Dept Statistics and O.R. Universidade de Valencia. 1997
- BARLOW, R. E.; PROSCHAN, F. *Mathematical Theory of Reliability*, John Wiley & Sons, 1965
- BUTLER, R. W. e HUZURBAZAR, A. V.. *Bayesian prediction of waiting times in stochastic models*. The Canadian Journal of Statistics, v.28, n.2, p.311-325. 2000.
- CRABILL, T. B., GROSS, D., *et al.* *A Classified Bibliography of Research on Optimal Design and Control of Queues*. Operations Research, v.25, n.2, p.219-232. 1977.
- DOIG, A. *A bibliography on the theory of queues*. Biometrika, v.44, n.3/4, p.490-514. 1957.
- HILLIER, F. S. *Economic Models for Industrial Waiting Line Problems*. Management Science, v.10, n.1, p.119-130. 1963.
- HILLIER, F. S. e HILLIER, M. S. *Introduction to Management Science : A Modeling and Case Studies Approach with Spreadsheets*: McGraw-Hill. 2003
- INOIE, A., KAMEDA, H., *et al.* *A paradox in optimal flow control of M/M/n queues*. Computers and Operations Research, v.33, n.2, p.356-368. 2006.
- KENDALL, D. G. *Some Problems in the Theory of Queues*. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), v.13, n.2, p.151-185. 1951.
- LI, H. e YANG, T.. *Queues with a variable number of servers*. European Journal of Operational Research, v.124, n.3, p.615-628. 2000.
- LIN, C., MADU, C. N., *et al.* *Queueing Models for Optimizing System Availability of a Flexible Manufacturing System*. The Journal of the Operational Research Society, v.45, n.10, p.1141-1155. 1994.
- NTUEN, C. A. e PARK, E. H.. *Simulation of crew size requirement in a maintained reliability system*. Computers and Industrial Engineering, v.37, n.1, p.219-222. 1999.

- SAATY, T. L. *Resume of Useful Formulas in Queueing Theory*. Operations Research, v.5, n.2, p.161-200. 1957.
- SAVSAR, M. *Maintenance crew size determination by computer simulation*. J King Saud Univ Eng Sci, v.4, n.spec.is, p.45-66. 1992.
- SOUZA, F. M. C. *Decisões racionais em situações de incerteza*. Recife: Ed. Universitária da UFPE. 2002
- TAYLOR, R. W. *A Linear Programming Model to Manage the Maintenance Backlog*. Omega, v.24, n.2, p.217-227. 1996.
- ZENG, A. Z. *A queuing model for designing an optimal three-dimensional maintenance float system*. Computers and Operations Research, v.24, n.1, p.85-95. 1997.

ANEXOS

Modelo Básico

Tabela A 1 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ s do modelo básico - UM_1

S	$\lambda+20$	$\lambda+15$	$\lambda+10$	$\lambda+05$	$\lambda-05$	$\lambda-10$	$\lambda-15$	$\lambda-20$	λ
4	1182,68	1123,57	1067,17	1013,10	910,67	861,80	814,17	767,62	961,03
5	1132,09	1085,71	1040,05	995,02	906,48	862,83	819,49	776,43	950,52
6	1135,81	1092,60	1049,60	1006,78	921,54	879,09	836,71	794,40	964,10

Tabela A 2 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ s do modelo básico - UM_2

S	$\lambda+20$	$\lambda+15$	$\lambda+10$	$\lambda+05$	$\lambda-05$	$\lambda-10$	$\lambda-15$	$\lambda-20$	λ
8	7375,04	6827,33	6362,19	5955,50	5257,84	4947,61	4654,53	3735,06	5591,12
9	6742,09	6385,56	6056,21	5747,45	5173,05	4900,72	4635,11	3761,66	5454,32
10	6544,04	6251,55	5970,03	5696,94	5168,52	4910,39	4654,94	3797,73	5430,29
11	6491,93	6224,66	5962,12	5703,18	5192,74	4939,99	4688,29	3836,64	5446,96

Tabela A 3 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo básico- UM_1

S	$\mu+20$	$\mu+15$	$\mu+10$	$\mu+05$	$\mu-05$	$\mu-10$	$\mu-15$	$\mu-20$	μ
4	798,54	832,67	870,58	913,04	1015,89	1079,49	1154,50	1244,95	961,03
5	805,11	836,41	870,74	908,57	997,38	1050,14	1110,16	1179,30	950,52
6	822,60	853,29	886,80	923,57	1009,03	1059,14	1115,45	1179,26	964,10

Tabela A 4 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo básico- UM_2

S	$\mu+20$	$\mu+15$	$\mu+10$	$\mu+05$	$\mu-05$	$\mu-10$	$\mu-15$	$\mu-20$	μ
9	4547,74	4738,37	4949,68	5186,22	5763,28	6127,42	6570,42	7134,83	5454,32
10	4570,25	4754,63	4957,10	5180,89	5711,14	6031,78	6404,85	6850,74	5430,29
11	4604,56	4786,68	4985,86	5204,81	5716,73	6020,11	6365,48	6765,32	5446,96
12	4642,80	4824,13	5022,13	5239,28	5744,09	6040,52	6374,50	6755,17	5478,66

Modelo com prioridades

Tabela A 5 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ_s do modelo com prioridades-UM₁

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1068,50	1017,32	968,12	920,63	874,64	829,94	786,36	743,75	701,98
5	1033,17	991,60	950,58	910,06	869,95	830,21	790,78	751,62	712,67
6	1039,92	1000,86	961,98	923,23	884,61	846,08	807,64	769,27	730,95

Tabela A 6 – Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema λ_s do modelo com prioridades-UM₂

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
8	7207,82	6699,39	6261,39	5873,81	5523,13	5199,83	4897,06	4609,70	4333,90
9	6652,94	6309,53	5990,03	5688,79	5401,55	5125,00	4856,60	4594,34	4336,67
10	6477,52	6191,00	5914,33	5645,30	5382,16	5123,48	4868,18	4615,36	4364,35
11	6432,84	6169,18	5909,84	5653,81	5400,29	5148,64	4898,36	4649,06	4400,44

Tabela A 7 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo com prioridades-UM₁

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	729,74	760,32	794,20	832,04	874,64	923,09	978,90	1044,15	1121,94
5	738,61	766,92	797,93	832,10	869,95	912,18	959,65	1013,53	1075,39
6	756,49	784,28	814,63	847,92	884,61	925,27	970,60	1021,52	1079,17

Tabela A 8 – Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ do modelo com prioridades-UM₂

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4508,01	4696,34	4904,89	5137,97	5401,55	5704,26	6059,27	6487,93	7027,88
10	4531,52	4714,04	4914,39	5135,72	5382,16	5659,30	5975,08	6341,29	6776,73
11	4566,12	4746,51	4943,78	5160,59	5400,29	5667,22	5967,15	6308,16	6702,08

Tabela A 9 – Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u do modelo com prioridades-UM₁

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1033,56	993,83	954,10	914,37	874,64	834,90	795,17	755,44	715,71
5	1023,94	985,45	946,95	908,45	869,95	831,46	792,96	754,46	715,96

Tabela A 10 – Análise de sensibilidade do custo de espera unitário CE_u do modelo com prioridades-UM₂

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	6409,85	6157,78	5905,70	5653,62	5401,55	5149,47	4897,39	4645,31	4393,24
10	6378,59	6129,48	5880,37	5631,26	5382,16	5133,05	4883,94	4634,83	4385,72
11	6392,35	6144,33	5896,32	5648,30	5400,29	5152,27	4904,26	4656,25	4408,23

Tabela A 11 – Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u do modelo com prioridades-UM₁

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	890,64	886,64	882,64	878,64	874,64	870,64	866,64	862,64	858,64
5	889,95	884,95	879,95	874,95	869,95	864,95	859,95	854,95	849,95
6	908,61	902,61	896,61	890,61	884,61	878,61	872,61	866,61	860,61

Tabela A 12 – Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário CS_u do modelo com prioridades-UM₂

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	5473,55	5455,55	5437,55	5419,55	5401,55	5383,55	5365,55	5347,55	5329,55
10	5462,16	5442,16	5422,16	5402,16	5382,16	5362,16	5342,16	5322,16	5302,16
11	5488,29	5466,29	5444,29	5422,29	5400,29	5378,29	5356,29	5334,29	5312,29

Incerteza em λs Tabela A 13 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s)$ - UM_1

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	984,14	982,53	980,90	979,25	977,60	975,99	974,45	973,04	971,88
5	960,75	958,84	956,83	954,72	952,50	950,18	947,75	945,22	942,62
6	970,74	968,74	966,63	964,40	962,03	959,52	956,86	954,06	951,10

Tabela A 14 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s)$ - UM_2

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	5329,40	5322,48	5315,09	5307,15	5298,62	5289,43	5279,52	5268,80	5257,20
10	5299,54	5292,58	5285,10	5277,03	5268,30	5258,84	5248,55	5237,32	5225,03
11	5313,25	5306,27	5298,74	5290,60	5281,78	5272,20	5261,74	5250,29	5237,71

Tabela A 15 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s)$ - UM_1

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1233,08	1162,11	1096,52	1035,28	977,60	922,85	870,52	820,19	771,54
5	1142,23	1093,12	1045,25	998,43	952,50	907,33	862,78	818,75	775,16
6	1136,09	1092,08	1048,43	1005,10	962,03	919,18	876,50	833,97	791,55

Tabela A 16 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s)$ - UM_2

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	6593,10	6228,18	5896,26	5588,49	5298,62	5022,09	4755,50	4496,30	4242,53
10	6364,49	6074,40	5796,91	5528,98	5268,30	5013,06	4761,87	4513,66	4267,59
11	6301,41	6039,66	5783,29	5531,00	5281,78	5034,84	4789,56	4545,46	4302,19
12	6299,93	6049,88	5802,18	5556,24	5311,60	5067,89	4824,84	4582,25	4339,96

Tabela A 17 - Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ - UM_1

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	803,81	839,67	879,87	925,40	977,60	1038,41	1110,69	1198,93	1310,82
5	804,18	835,92	870,84	909,46	952,50	1000,87	1055,79	1118,95	1192,81
6	819,82	850,60	884,25	921,21	962,03	1007,38	1058,10	1115,33	1180,55

Tabela A 18 - Análise de sensibilidade da taxa de reparo μ - UM_2

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4411,19	4596,98	4803,36	5035,01	5298,62	5604,19	5967,67	6416,56	7003,99
10	4431,43	4610,49	4807,29	5025,11	5268,30	5542,89	5857,65	6226,18	6671,23
11	4464,30	4640,86	4834,06	5046,56	5281,78	5544,19	5839,87	6177,47	6570,18
12	4501,46	4677,13	4868,99	5079,48	5311,60	5569,15	5857,05	6181,92	6553,10

Tabela A 19 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário $CE_u - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1157,45	1112,49	1067,52	1022,56	977,60	932,64	887,68	842,72	797,76
5	1123,41	1080,68	1037,95	995,23	952,50	909,78	867,05	824,33	781,60
6	1130,92	1088,70	1046,47	1004,25	962,03	919,81	877,59	835,37	793,14

Tabela A 20 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário $CE_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	6287,78	6040,49	5793,20	5545,91	5298,62	5051,33	4804,04	4556,75	4309,45
10	6243,56	5999,75	5755,93	5512,12	5268,30	5024,49	4780,67	4536,86	4293,04
11	6251,90	6009,37	5766,84	5524,31	5281,78	5039,25	4796,72	4554,20	4311,67

Tabela A 21 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário $CS_u - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	993,28	989,36	985,44	981,52	977,60	973,68	969,76	965,84	961,92
5	972,10	967,20	962,30	957,40	952,50	947,60	942,70	937,80	932,90
6	985,55	979,67	973,79	967,91	962,03	956,15	950,27	944,39	938,51

Tabela A 22 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário $CS_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	5369,18	5351,54	5333,90	5316,26	5298,62	5280,98	5263,34	5245,70	5228,06
10	5346,70	5327,10	5307,50	5287,90	5268,30	5248,70	5229,10	5209,50	5189,90
11	5368,02	5346,46	5324,90	5303,34	5281,78	5260,22	5238,66	5217,10	5195,54

Incerteza em μ Tabela A 23 - Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema $\lambda s - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1084,14	1030,65	979,64	930,72	883,58	837,94	793,57	750,29	707,92
5	1043,08	1000,81	959,16	918,05	877,40	837,14	797,21	757,56	718,14
6	1048,87	1009,31	969,92	930,69	891,58	852,58	813,66	774,81	736,02

Tabela A 24 - Análise de sensibilidade da taxa de falhas do sistema $\lambda s - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
8	6973,38	6131,04	5694,86	5335,45	5018,36	4728,69	4457,96	4200,74	3953,29
9	6051,93	5738,85	5450,94	5180,57	4922,85	4674,42	4432,84	4196,31	3963,46
10	5901,25	5643,46	5394,48	5152,09	4914,64	4680,87	4449,83	4220,79	3993,17
11	5870,68	5632,56	5398,08	5166,34	4936,65	4708,47	4481,39	4255,09	4029,34

Tabela A 25 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu) - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	870,78	873,45	876,43	879,78	883,58	887,92	892,93	898,78	905,73
5	867,19	869,35	871,75	874,41	877,40	880,78	884,62	889,03	894,15
6	882,01	884,04	886,29	888,79	891,58	894,72	898,27	902,32	907,00

Tabela A 26 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu) - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4863,10	4875,54	4889,43	4905,08	4922,85	4943,25	4966,97	4994,99	5028,83
10	4862,80	4873,75	4885,88	4899,42	4914,64	4931,87	4951,57	4974,35	5001,06
11	4887,92	4898,27	4909,72	4922,43	4936,65	4952,66	4970,82	4991,62	5015,71

Tabela A 27 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu) - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	736,07	767,11	801,55	840,08	883,58	933,25	990,78	1058,63	1140,58
5	744,40	773,05	804,45	839,05	877,40	920,20	968,37	1023,10	1086,08
6	761,88	790,01	820,73	854,43	891,58	932,75	978,66	1030,23	1088,65

Tabela A 28 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu) - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4118,34	4288,36	4476,34	4686,08	4922,85	5194,45	5513,19	5900,81	6403,68
10	4144,78	4310,22	4491,67	4691,94	4914,64	5164,71	5449,17	5778,67	6170,91
11	4179,79	4343,57	4522,61	4719,31	4936,65	5178,48	5449,92	5758,10	6113,59

Tabela A 29 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário $CE_u - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1044,62	1004,36	964,10	923,84	883,58	843,32	803,06	762,80	722,54
5	1033,28	994,31	955,34	916,37	877,40	838,43	799,46	760,49	721,52
6	1046,37	1007,68	968,98	930,28	891,58	852,88	814,18	775,48	736,78

Tabela A 30 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário $CE_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	5836,86	5608,36	5379,86	5151,35	4922,85	4694,35	4465,85	4237,34	4008,84
10	5819,17	5593,04	5366,90	5140,77	4914,64	4688,51	4462,38	4236,24	4010,11
11	5837,74	5612,47	5387,20	5161,92	4936,65	4711,38	4486,11	4260,83	4035,56

Tabela A 31 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário $CS_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	899,26	895,34	891,42	887,50	883,58	879,66	875,74	871,82	867,90
5	897,00	892,10	887,20	882,30	877,40	872,50	867,60	862,70	857,80
6	915,10	909,22	903,34	897,46	891,58	885,70	879,82	873,94	868,06

Tabela A 32 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário $CS_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4993,41	4975,77	4958,13	4940,49	4922,85	4905,21	4887,57	4869,93	4852,29
10	4993,04	4973,44	4953,84	4934,24	4914,64	4895,04	4875,44	4855,84	4836,24
11	5022,89	5001,33	4979,77	4958,21	4936,65	4915,09	4893,53	4871,97	4850,41

Incerteza em λ s e μ Tabela A 33 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s) - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	904,09	902,64	901,17	899,68	898,21	896,79	895,45	894,29	893,42
5	886,40	884,65	882,80	880,86	878,81	876,67	874,43	872,10	869,69
6	897,45	895,62	893,69	891,64	889,46	887,16	884,71	882,13	879,41

Tabela A 34 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\lambda s) - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4809,00	4802,80	4796,15	4789,02	4781,35	4773,08	4764,14	4754,47	4743,99
10	4795,78	4789,51	4782,76	4775,48	4767,61	4759,06	4749,76	4739,61	4728,48
11	4815,34	4809,05	4802,26	4794,93	4786,98	4778,33	4768,90	4758,56	4747,21

Tabela A 35 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s) - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
5	1051,87	1007,07	963,42	920,72	878,81	837,56	796,86	756,62	716,74
6	1048,81	1008,53	968,58	928,91	889,46	850,20	811,10	772,12	733,24
7	1062,37	1023,32	984,36	945,49	906,69	867,94	829,23	790,56	751,91

Tabela A 36 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\lambda s) - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
10	5739,28	5482,72	5237,20	4999,54	4767,61	4539,87	4315,20	4092,77	3871,93
11	5697,70	5464,65	5235,86	5010,24	4786,98	4565,43	4345,14	4125,74	3906,96

Tabela A 37 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu) - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	882,98	886,10	889,61	893,61	898,21	903,57	909,93	917,71	926,10
5	868,06	870,32	872,84	875,65	878,81	882,40	886,50	891,24	896,80
6	879,73	881,79	884,08	886,62	889,46	892,66	896,29	900,44	905,24

Tabela A 38 - Análise de sensibilidade de β da distribuição $\pi(\mu) - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	4721,24	4733,67	4747,61	4763,36	4781,35	4802,13	4826,55	4855,88	4892,42
10	4716,60	4727,35	4739,28	4752,61	4767,61	4784,64	4804,16	4826,82	4853,55
11	4739,43	4749,53	4760,69	4773,09	4786,98	4802,62	4820,39	4840,77	4864,43

Tabela A 39 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu) - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
5	743,29	772,32	804,23	839,52	878,81	922,95	973,03	1030,63	1098,06
6	759,15	787,36	818,20	852,07	889,46	930,99	977,43	1029,81	1089,47

Tabela A 40 - Análise de sensibilidade de η da distribuição $\pi(\mu) - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
10	4019,00	4179,58	4355,86	4550,64	4767,61	5011,89	5290,99	5616,91	6012,41
11	4052,75	4211,50	4385,12	4575,95	4786,98	5022,05	5286,39	5587,41	5936,51
12	4089,64	4247,72	4420,35	4609,68	4818,40	5049,85	5308,34	5599,62	5931,75

Tabela A 41 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário $CE_u - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1062,49	1021,42	980,35	939,28	898,21	857,14	816,07	775,01	733,94
5	1035,37	996,23	957,09	917,95	878,81	839,67	800,54	761,40	722,26
6	1044,30	1005,59	966,88	928,17	889,46	850,75	812,04	773,33	734,62

Tabela A 42 - Análise de sensibilidade do custo de espera unitário $CE_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	5668,47	5446,69	5224,91	5003,13	4781,35	4559,57	4337,79	4116,01	3894,23
10	5644,30	5425,13	5205,95	4986,78	4767,61	4548,44	4329,26	4110,09	3890,92
11	5659,86	5441,64	5223,42	5005,20	4786,98	4568,76	4350,54	4132,32	3914,10

Tabela A 43 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário $CS_u - UM_1$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
4	1062,49	1021,42	980,35	939,28	898,21	857,14	816,07	775,01	733,94
5	1035,37	996,23	957,09	917,95	878,81	839,67	800,54	761,40	722,26
6	1044,30	1005,59	966,88	928,17	889,46	850,75	812,04	773,33	734,62

Tabela A 44 - Análise de sensibilidade do custo de serviço unitário $CS_u - UM_2$

s	+20%	+15%	+10%	+05%		-05%	-10%	-15%	-20%
9	5668,47	5446,69	5224,91	5003,13	4781,35	4559,57	4337,79	4116,01	3894,23
10	5644,30	5425,13	5205,95	4986,78	4767,61	4548,44	4329,26	4110,09	3890,92
11	5659,86	5441,64	5223,42	5005,20	4786,98	4568,76	4350,54	4132,32	3914,10